

АЛГОРИТМ ВЫРАВНИВАНИЯ ЗАГРУЗКИ РЕСУРСОВ В СЕТЕВЫХ ПЛАНАХ РАБОТ

В. П. КОНДРАТЬЕВ

(Ленинград)

В статье рассматривается алгоритм такого перераспределения ресурса между работами сетевого плана, при котором происходит выравнивание графика загрузки ресурса. Продолжительность выполнения всего плана работ при этом остается неизменной.

1. ИСХОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И ДАННЫЕ

Ресурсами в сетевых трудовых процессах будем полагать все, что является неотъемлемым элементом содержания работы, кроме времени [1, 2]. Если в выполнении работы $(i - j)$ участвуют все или часть ис-

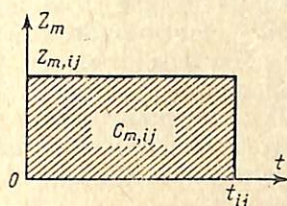


Рис. 1

пользуемых в сетевом процессе ресурсов, обозначенных через $m, m = 1, 2, \dots, M$, и количество $z_{m,ij}$ каждого ресурса, занятого в работе $(i - j)$, есть функция времени $z_{m,ij} = f_{m,ij}(t)$, то ресурсно-временная стоимость работы $c_{m,ij}$ по ресурсу m представляет собой выражение

$$c_{m,ij} = \int_0^{t_{ij}} f_{m,ij}(t) dt, \quad (1)$$

где t_{ij} — продолжительность работы. Очевидно, каждая работа может иметь столько видов ресурсно-временной стоимости, сколько ресурсов участвует в ее выполнении. Например, каждую работу мы можем оценить в человеко-часах, машино-часах, денежных затратах и т. п. Каждый вид ресурсно-временной стоимости работы является частной характеристикой ее стоимости.

Будем считать, что ресурсы работы z_{ij} всегда остаются постоянными в процессе ее выполнения или приводятся к постоянной величине. Такие ресурсы, как люди, машины, станки, оборудование, рабочие участки (площадки), не изменяются в количественном отношении. Переменные ресурсы, например деньги, расходные материалы, выпускаемая продукция, перевозимые грузы и т. п., искусственно приводятся к постоянной вели-

Таблица 1

(a)						(б)						(B)						
q_{ij}	t_{ij}/z_{ij}	t_{ij}^{PH}	t_{ij}^{PO}	t_{ij}^{HH}	t_{ij}^{HO}	R_{ij}	t_{ij}/z_{ij}	t_{ij}^{PH}	t_{ij}^{PO}	t_{ij}^{HH}	t_{ij}^{HO}	R_{ij}	t_{ij}/z_{ij}	t_{ij}^{PH}	t_{ij}^{PO}	t_{ij}^{HH}	t_{ij}^{HO}	R_{ij}
0—1	1,5/4	0	1,5	1,0	2,5	1,0	1,5/4	0	1,5	0,5	2,0	0,5	1,5/4	0	1,5	0	1,5	0
0—2	1,0/4	0	1,0	0	1,0	0	1,0/4	0	1,0	0	1,0	0	1,0/4	0	1,0	0	1,0	0
1—3	1,0/4	1,5	2,5	2,5	3,5	1,0	1,0/4	1,5	2,5	2,5	3,5	1,0	2,0/2	1,5	3,5	1,5	3,5	0
1—4	0	1,5	1,5	3,0	3,0	1,5	0	1,5	1,5	2,0	2,0	0,5	0	1,5	1,5	2,0	2,0	0,5
2—4	1,0/2	1,0	2,0	2,0	3,0	1,0	1,0/2	1,0	2,0	1,0	2,0	0	1,0/2	1,0	2,0	1,0	2,0	0
2—5	2,5/1	1,0	3,5	1,0	3,5	0	2,5/1	1,0	3,5	1,0	3,5	0	2,5/1	1,0	3,5	1,0	3,5	0
3—6	3,0/2	2,5	5,5	4,0	7,0	3,0	3,0/2	2,5	5,5	4,0	7,0	1,5	3,0/2	3,5	6,5	4,0	7,0	0,5
3—7	3,5/1	2,5	6,0	3,5	7,0	1,0	3,5/1	2,5	6,0	3,5	7,0	1,0	3,5/1	3,5	7,0	3,5	7,0	0
4—9	2,5/4	2,0	4,5	3,0	5,5	1,0	3,5/3	2,0	5,5	2,0	5,5	0	3,5/3	2,0	5,5	2,0	5,5	0
5—8	2,0/3	3,5	5,5	3,5	5,5	0	2,0/3	3,5	5,5	3,5	5,5	0	2,0/3	3,5	5,5	3,5	5,5	0
6—11	0	5,5	5,5	7,0	7,0	1,5	0	5,5	5,5	7,0	7,0	1,5	0	6,5	6,5	7,0	7,0	0,5
7—11	0	6,0	6,0	7,0	7,0	1,0	0	6,0	6,0	7,0	7,0	1,0	0	7,0	7,0	7,0	7,0	0
8—9	0	5,5	5,5	5,5	5,5	0	0	5,5	5,5	5,5	5,5	0	0	5,5	5,5	5,5	5,5	0
8—10	2,5/3	5,5	8,0	6,0	8,5	0,5	2,5/3	5,5	8,0	6,0	8,5	0,5	2,5/3	5,5	8,0	6,0	8,5	0,5
9—11	1,5/3	5,5	7,0	5,5	7,0	0	1,5/3	5,5	7,0	5,5	7,0	0	1,5/3	5,5	7,0	5,5	7,0	0
10—12	0	8,0	8,0	8,5	8,5	0,5	0	8,0	8,0	8,5	8,5	0,5	0	8,0	8,0	8,5	8,5	0,5
11—12	1,5/4	7,0	8,5	7,0	8,5	0	1,5/4	7,0	8,5	7,0	8,5	0	1,5/4	7,0	8,5	7,0	8,5	0

чине — средней скорости их изменения, потребления, выпуска, перевозки и т. п. В этом случае график любой ресурсно-временной стоимости работы представляет собой площадь прямоугольника (рис. 1). Если ресурсная емкость работы z_{ij} выражена в количестве денег в единицу времени, то ресурсно-временная стоимость работы c_{ij} выразится в следующих единицах измерения: (деньги / время $\times$ время) = деньги. Такое понятие ресурсно-временной стоимости работ является одним из необходимых исходных условий рассматриваемых алгоритмов.

Примем следующие исходные положения.

1. В процессе выполнения отдельной работы ее ресурсы не передаются другим работам. Если есть необходимость, то данную работу следует разделить на несколько более мелких работ с целью исключения переброски ресурсов, пока работа не закончена.

2. Если несколько работ могут одновременно выполняться одной конкретной (нумерованной) * единицей ресурса, то необходимо:

а) эту единицу ресурса присваивать какой-нибудь одной из этих работ, оставляя другие работы безресурсными (по данному ресурсу), или

б) эти одновременно выполняемые работы сформулировать в виде одной обобщенной работы.

3. При увеличении продолжительности работы ее ресурсы не увеличиваются.

4. Сокращению продолжительности выполнения подлежит в первую очередь работа, имеющая минимальный общий резерв времени.

5. Увеличению продолжительности выполнения подлежит в первую очередь работа, минимально влияющая на увеличение общего времени на плановые работы.

Расчет сетевого графа будем проводить широко известным табличным методом (см. табл. 1). Все значения времени, равные t_{ij}^{PH} или t_{ij}^{PO} (ранним началам или ранним окончаниям работ), рассчитанного сетевого графа, упорядоченные в порядке возрастания, назовем *характерными*

* Под такой единицей ресурса следует понимать данную единицу, отличную от других однотипных или подобных, например, станок № К из станков типа А, человек с данной фамилией из группы специалистов, единица рабочей площади с конкретным ее расположением и т. п.

точками и обозначим через $t_{c,k}$, $0 \leq t_{c,k} \leq \lambda$, где λ — время окончания выполнения сетевого плана работ.

Сечением потока работ будем называть множество $Q_{c,k}$ работ сетевого графа, начатых или выполняемых в момент времени, равный характерной точке, т. е. работ, у которых

$$t_{ij}^{pn} \leq t_{c,k} < t_{ij}^{po}, \quad q_{ij} \subset Q_{c,k}, \quad (2)$$

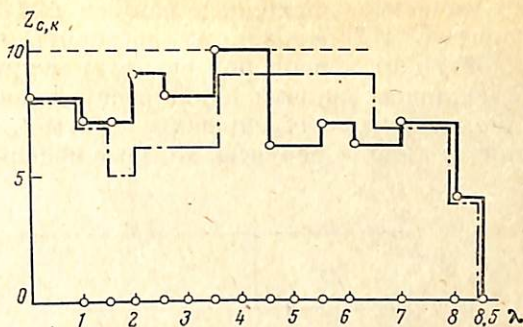


Рис. 2

где q_{ij} — работа $(i-j)$, c — принадлежность к сечению, а k — порядковый номер сечения.

Если суммировать количество ресурса m , занятого на работах множества $Q_{c,k}$, то получим суммарную загрузку ресурса в течение C_k , т. е. $Z_{c,k}$. Таким образом, любое сечение потока работ характеризуется параметрами $C_k(Q_{c,k}; Z_{c,k}; t_{c,k})$, где $Q_{c,k}$ и $Z_{c,k}$ — определяемые величины, а $t_{c,k}$ — назначаемая величина.

Для построения точного графика загрузки ресурса m во времени достаточно определить $Z_{c,k}$ во всех характерных точках, отметив это величинами ординат. Затем из вершины каждой ординаты провести горизонтальную линию вправо до пересечения с другой ординатой или ее продолжением (рис. 2).

Площадь графика загрузки во времени ресурса m представляет собой активную стоимость плана работ по ресурсу m , т. е. S_m^a (при этом $t_{c,k}$ обязательно надо брать по t_{ij}^{po})

$$S^a = \sum Z_{c,k} (t_{c,k+1} - t_{c,k}), \quad (3)$$

$$S^a = \sum c_{ij}. \quad (4)$$

Общая стоимость плана работ по ресурсу m определяется по выражению

$$S^0 = \max Z_{c,k} \lambda, \quad (5)$$

где $\max Z_{c,k}$ — максимальное из всех $Z_{c,k}$ в сечениях по характерным точкам.

Коэффициент загрузки ресурса

$$K_\lambda = \frac{S^a}{S^0}. \quad (6)$$

Очевидно, идеально организованным следует считать такой сетевой план работ, у которого по каждому виду ресурса $K_\lambda = 1$.

В качестве исходных данных для оптимизации по предлагаемому алгоритму V^* необходимо составить вначале ресурсную матрицу для каждой работы, а по ней сводную матрицу t_{ij}/z_{ij} для того ресурса, который подлежит упорядочению распределения по работам.

Форма ресурсной матрицы работы $(i-j)$ представлена в табл. 2. В нее входят только те ресурсы, которые используются на данной работе.

Таблица 3

a_{ij}	t_{ij}/z_{ij}			
0—1	1,5/4	2,0/3	3,0/2	5,5/1
0—2	1,0/4	1,7/3	2,5/2	
1—3	1,0/4	1,3/3	2,0/2	4,0/1
1—4	0/0			
2—4	1,0/2	2,0/1		
2—5	2,5/1			
3—6	2,0/3	3,0/2		
3—7	1,5/2	3,5/1		
4—9	2,5/4	3,5/3		
5—8	1,5/4	2,0/3	3,0/2	
6—11	0/0			
7—11	0/0			
8—9	0/0			
8—10	2,5/3	3,5/2	7,0/1	
9—11	1,5/3	2,5/2	4,5/1	
10—12	0/0			
11—12	1,5/4	2,3/3	3,5/2	

Для каждой работы необходимо установить основной ресурс, изменение количества которого приводит к изменению t_{ij} и требует изменения количества остальных ресурсов. Например, изменение количества станков типа m , занятых на работе $(i-j)$, приводит к изменениям времени ее выполнения и количества таких ресурсов, как люди, работающие на станках, инструмент, скорости реализации денежных средств и т. п. Минимальное значение $t_{ij} = d_{ij}$ записывается в левой колонке, максимальное $t_{ij} = D_{ij}$ — в крайней правой колонке, т. е. t_{ij} возрастает слева направо. Значения $\max z_{ij}$ и $\min z_{ij}$ задаются исходя из реальных возможностей,

* В том числе и по алгоритмам I, II, III, IV, описанным в [3].

Таблица 4

q_{ij}	t_{ij}/z_{ij}						
1	2	3	4	5	6	7	8
0—1	2,2/20	2,7/16	3,4/13	5,5/8			
0—2	1,7/8	3,0/4	6,0/2	8,0/2			
0—3	1,5/13	2,4/8	2,8/7	5,0/4			
1—4	1,5/0	3,0/0	5,0/0				
1—5	3,6/16	4,5/13	7,0/8	8,3/7			
2—3	1,8/20	2,3/16	2,8/13	4,5/8	5,2/7	9,0/4	
2—6	2,0/0	3,0/0	4,5/0				
3—7	2,8/0	3,8/0					
3—9	2,0/8	3,5/4	4,0/2	5,0/2			
3—12	1,7/0	2,8/0	4,4/0				
4—13	2,7/8	3,1/7	6,0/4	11,0/2			
5—8	2,7/20	2,8/16	6,3/8	6,4/7			
6—8	2,2/20	2,3/16	5,3/8	5,4/7			
7—8	2,4/20	2,5/16	5,8/8	5,9/7			
8—11	3,1/13	5,0/8					
8—12	3,3/0	5,0/0					
8—13	1,2/0	1,8/0					
8—14	1,2/20	1,5/16	1,9/13	3,0/8	3,4/7	6,0/4	12,0/2
9—10	2,5/16	4,5/8	8,3/4				
10—14	2,5/8	7,2/2					
11—12	0/0						
11—18	1,8/16	2,2/13	3,7/8	4,2/7	7,2/4		
12—13	2,3/0	3,9/0	5,4/0				
12—14	1,6/0	3,2/0	5,6/0				
12—15	4,1/4	7,6/2	9,3/2				
12—17	1,1/13	1,8/8	2,1/7	3,6/4			
13—16	1,2/0	1,8/0					
13—17	3,6/16	4,5/13	7,0/8	8,3/7			
14—17	1,8/20	2,3/16	2,8/13	4,5/8	5,2/7	9,0/4	
15—17	0/0						
16—17	0/0						
17—19	2,2/8	4,4/4	8,8/2				
17—20	1,7/0	2,8/0	4,4/0				
17—21	2,7/0	4,0/0					
17—22	2,2/20	2,7/16	3,4/13	5,5/8			
17—23	2,7/8	3,1/7	6,0/4	11,0/2			
17—24	1,8/16	2,2/13	3,7/8	4,2/7	7,2/4		
18—24	1,3/13	2,1/8	2,5/7	4,5/4			
19—24	0/0						
20—25	0/0						
21—24	0/0						
22—25	0/0						
23—25	0/0						
24—25	1,2/20	1,5/13	1,9/13	3,0/8	3,4/7	6,0/4	11,5/2

например таких, как емкость рабочего участка, производственная площадь и т. п. Шаг изменения основного ресурса может быть взят как постоянным, так и переменным.

Сводная матрица t_{ij}/z_{ij} составляется только для одного вида ресурса. В табл. 3 и 4 дан пример заполнения сводных матриц. Работы, не использующие оптимально распределяемый ресурс, являются безресурсными (по данному ресурсу). Их значения t_{ij} переписываются с ресурсной матрицы в порядке возрастания, но в знаменателях вместо z_{ij} записывается нуль. Для фиктивных работ вместо t_{ij}/z_{ij} записывается 0/0. Очевидно, каждую строку в сводной матрице можно представить в виде функциональной зависимости $t_{ij} = f_{ij}(z_{ij})$.

Любой вариант распределения ресурса m по работам в пределах сводной матрицы t_{ij}/z_{ij} является допустимым планом работ. В качестве исходного плана работ может быть задан любой допустимый план. Значения t_{ij} этого плана работ записываются в расчетный бланк. Сетевой граф рассчитывается, т. е. определяются t_{ij}^{pn} , t_{ij}^{po} , t_{ij}^{nn} , t_{ij}^{no} , R_{ij} (раннее начало, раннее окончание, позднее начало, позднее окончание и общий резерв времени работ).

Задача заключается в том, чтобы, не изменяя продолжительности плана работ λ , уменьшить в пределах возможного его общую ресурсно-временную стоимость S^0 по ресурсу m путем перераспределения ресурса между работами, т. е. увеличить коэффициент загрузки m -го ресурса — $K_{\lambda, m}$.

2. АЛГОРИТМ V

Прежде чем рассмотреть сам алгоритм, отметим некоторые особенности результатов расчета сетевого графа. Если в сетевом графе существует цепь работ, например (2—5), (5—6), (6—8), и она имеет общий резерв времени, равный R , то в расчетном бланке сети в столбце R_{ij} против каждой из этих работ будет стоять величина R . Это означает, что каждая из этих работ «имеет право» на использование этого резерва, но отнюдь не все они могут быть удлинены на этот резерв. Удлинение любой работы из цепи в пределах резерва R приводит к сокращению возможности удлинения других работ цепи. Очевидно, удлинению в пределах резерва, приводящему к высвобождению некоторого количества ресурса m , подлежат в первую очередь работы, выполняемые в момент его максимальной загрузки.

Алгоритм V в зависимости от принятого шага упорядочения распределения ресурса (максимального, промежуточного или минимального) имеет три разновидности: $V_{\max}$, V_{np} , V_{min} .

Максимальный (грубый) шаг упорядочения состоит в том, что работы из множества $Q_{c, k}$ сечения потока работ в момент максимальной загрузки ресурса удлиняются на максимально возможные величины в пределах общего их резерва, высвобождая от загрузки максимально возможное количество ресурса. В некоторых случаях это приводит к тому, что работы, выполняемые в другой момент времени, соответствующий близкой к максимальному значению загрузке ресурса, могут остаться без резервов времени, что не даст возможности снизить в этот момент загрузку ресурса. Но максимальный шаг значительно сокращает количество расчетов.

В промежуточном шаге t_{ij} работ из множества $Q_{c, k}$, имеющих резерв времени, удлиняются в пределах резерва только до значения правее стоящих в сводной матрице показателей t_{ij} .

Минимальный шаг отличается от промежуточного только тем, что из работ множества $Q_{c, k}$, имеющих резерв времени, удлиняется на каждом шаге решения только одна работа. В этом случае происходит более постоянное и более точное выравнивание загрузки ресурса, но возрастает объем вычислений.

Условимся называть t_{ijct} (старое) то значение t_{ij} работы q_{ij} , которое принято окончательным на предшествующем шаге решения и записано в расчетный бланк сетевого графа, а t_{ijuov} (новое) — значение t_{ij} , стоящее в сводной матрице t_{ij}/z_{ij} справа или слева от t_{ijct} . Встречаемое в алгоритме выражение $\varphi^{(i)} = 0$ означает, что множество работ φ i -го набора «пусто», а $\varphi^{(i)} \neq 0$ означает наличие работ в множестве $\varphi^{(i)}$.

Алгоритм $V_{\max}$ 1. Рассчитываем исходный сетевой план работ. Определяем $Q_{c, k}$, а затем $Z_{c, k} = \sum Z_{ij}$, $q_{ij} \in Q_{c, k}$, в каждой $t_{c, k}$ по t_{ij}^{pn} (или по t_{ij}^{po}). Находим $\max Z_{c, k}$. Отмечаем каким-либо признаком пара-

метры запоминаемого плана работ (например, знаком «*» $\max Z_{c,h}^*$ и все t_{ij}^*). Переходим к п. 2.

2. Ликвидируем k -ю нумерацию сечений, т. е. получаем множество парных значений Z_c и t_c . Упорядочиваем и нумеруем парные значения Z_c и t_c по признаку уменьшения Z_c , начиная с $\max Z_c$, а для равных Z_c по признаку уменьшения соответствующих им t_c . Переходим к п. 3 в сечении C_1 .

3. Определяем множество работ $Q_{c,h}$, пересекаемых сечением.

4. Из множества $Q_{c,h}$ выделяем множество работ $\varphi^{(i)}$, имеющих $t_{ij} < D_{ij}$ и $R_{ij} > 0$.

а) Если $\varphi^{(i)} \neq 0$, то переходим к п. 5.

б) Если п. 4, следующий после п. 3 в данном сечении, не выполняется, т. е. $\varphi^{(i)} = 0$, то переходим к п. 9.

в) Если п. 4, следующий после п. 7 в данном сечении, не выполняется, $\varphi^{(i)} = 0$, то переходим к п. 8.

5. Для каждой работы из множества $\varphi^{(i)}$ сравниваем значения $t_{ij\text{ст}}$ с ближайшими значениями $t_{ij\text{нов}}$, стоящими в сводной матрице *справа* (но еще не заменяем ими), и определяем разности $\Delta t_{ij}^{(i)}$ по выражению

$$\Delta t_{ij}^{(i)} = t_{ij\text{нов}} - t_{ij\text{ст}} q_{ij} \varphi^{(i)}. \quad (7)$$

6. Из множества $\varphi^{(i)}$ определяем множество работ $\varphi^{*(i)}$, имеющих $\Delta t_{ij}^{(i)} \leq R_{ij}$.

а) Если $\varphi^{*(i)} \neq 0$, то переходим к п. 7.

б) Если п. 6 не выполняется, $\varphi^{*(i)} = 0$ и п. 7 в рассматриваемом сечении не был выполнен ни разу (не дошла очередь), то переходим к п. 9.

в) Если п. 6 не выполняется, $\varphi^{*(i)} = 0$, но п. 7 в рассматриваемом сечении уже был выполнен хотя бы один раз, то переходим к п. 8.

7. Значение $t_{ij\text{ст}}$ работ множества $\varphi^{*(i)}$ заменяем на $t_{ij\text{нов}}$ ближайшие, стоящие в сводной матрице t_{ij}/z_{ij} *справа*. Определяем новые значения $R_{ij}^{(i)}$ для работ множества $\varphi^{*(i)}$ по выражению $R_{ij}^{(i)} = R_{ij\text{ст}} - \Delta t_{ij}^{(i)}$. Вместо $R_{ij\text{ст}}$ записываем полученные $R_{ij}^{(i)}$ и присваиваем им индекс $R_{ij\text{ст}}$. Переходим к п. 4 в этом же сечении.

8. Пересчитываем сеть. Определяем $Z_{c,h}$ в характерных точках по $t_{ij}^{\text{ра}}$ (или по $t_{ij}^{\text{по}}$). Определяем $\max Z_{c,h}$. Сравниваем $\max Z_{c,h}$ с $\max Z_{c,h}^*$. Если $\max Z_{c,h} \leq \max Z_{c,h}^*$, то исключаем из памяти предыдущий план работ и запоминаем данный, отметив принятым признаком его параметры. Переходим к п. 2.

З а м е ч а н и е. После пересчета сети получаем в п. 2 новый ряд сечений.

9. Не пересчитывая сеть, переходим к п. 3 в следующем (по порядку п. 2) сечении.

10. Алгоритм заканчивается в том случае, когда п. 9 адресуется к сечению C_{L+1} , которого нет.

11. Принимаем (выдаем на печать) хранимый в памяти план работ (вариант распределения ресурса).

З а м е ч а н и е. Окончательно принятым (выданным на печать) может оказаться исходный, промежуточный или последний (после выполнения п. 10) план работ.

Алгоритм $V_{\text{п.р.}}$. П.п. 1, 2, 3, 5, 8, 9, 10 те же самые, что и в алгоритме V_{max} . П.п. 4, 6 и 7 имеют следующую формулировку.

4. Из множества работ $Q_{c,h}$ выделяем множество работ $\varphi^{(i)}$, имеющих $t_{ij} < D_{ij}$ и $R_{ij} > 0$.

а) Если $\varphi^{(i)} \neq 0$, то переходим к п. 5.

б) Если п. 4 не выполняется, $\varphi^{(i)} = 0$, то переходим к п. 9.

6. Из множества работ $\varphi^{(i)}$ определяем множество работ $\varphi^{*(i)}$, имеющих $\Delta t_{ij}^{(i)} \leq R_{ij}$.

- а) Если $\varphi^{(i)} \neq 0$, то переходим к п. 7.
 б) Если п. 6 не выполняется, $\varphi^{(i)} = 0$, то переходим к п. 9.
 7) Значение $t_{ij \text{ ст}}$ работ множества $\varphi^{(i)}$ заменяем на $t_{ij \text{ нов}}$, т. е. на ближайšie, стоящие в сводной матрице t_{ij}/z_{ij} справа. Переходим к п. 8.

Алгоритм $V_{\min}$. Алгоритм $V_{\min}$ отличается от алгоритма $V_{\max}$ также п.п. 4, 6 и 7, формулировка которых проводится ниже.

П. 4 аналогичен п. 4 алгоритма $V_{\text{пр}}$.

6. Из множества работ $\varphi^{(i)}$ выделяем работу q_{ij}^* , имеющую максимальное неотрицательное значение ΔR_{ij} , определяемое по выражению $\Delta R_{ij} = R_{ij} - \Delta t_{ij}^{(i)}$. Из работ, имеющих равные максимальные ΔR_{ij} , работой q_{ij}^* является первая в общем порядке следования их кода. Переходим к п. 7.

Если работы q_{ij}^* нет, то переходим к п. 9.

7. Значение $t_{ij \text{ ст}}$ работы q_{ij}^* заменяем на $t_{ij \text{ нов}}$, т. е. на ближайшее стоящее в сводной матрице t_{ij}/z_{ij} справа. Переходим к п. 8.

3. ПРИМЕРЫ УПОРЯДОЧЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ ПО АЛГОРИТМУ V

а) *Пример упорядочения распределения ресурса по алгоритму $V_{\max}$ вручную*

Дано: 1. Сетевой график плана работ (рис. 2).

2. Сводная матрица t_{ij}/z_{ij} (табл. 3).

3. Исходный план работ с заполненным расчетным бланком (табл. 1 (а)). Значения t_{ij} исходного плана — в табл. 3 жирным шрифтом. График загрузки ресурса исходного плана показан на рис. 2 сплошной линией. (Этот исходный план работ получен в результате оптимизации распределения ресурсов при $Z_{\text{опр}} = 10$ по частным алгоритмам I, II, III [1].)

Поскольку порядок действия подробно изложен в п.п. алгоритма, то при решении примера будем записывать только результаты действий. Для наглядности результаты действий на первом шаге решения даны в табличной форме (табл. 5), где в колонке 1 находятся значения t_c по $t_{ij}^{\text{пр}}$ исход-

Таблица 5

t_c	$q_{ij} \in Q_c$	z_{ij}	Z_c	Упорядоченный номер сечения
1	2	3	4	5
0	0—1, 0—2	4, 4	8	4
1,0	0—1, 2—4, 2—5	4, 2, 1	7	8
1,5	1—3, 2—4, 2—5	4, 2, 1	7	7
2,0	1—3, 4—9, 2—5	4, 4, 1	9	2
2,5	3—6, 4—9, 2—5, 3—7	2, 4, 1, 1	8	3
3,5	3—6, 4—9, 5—8, 3—7	2, 4, 3, 1	10	1
5,5	3—7, 8—10, 9—11	1, 3, 3	7	6
6,0	8—10, 9—11	3, 3	6	9
7,0	11—12, 8—10	4, 3	7	5
8,0	11—12	4	4	10

ного плана работ; в колонке 2 — работы q_{ij} , удовлетворяющие условию (2); в колонке 3 — количество ресурса z_{ij} на каждой работе из множества Q_c в 4 — суммарная загрузка ресурса на работах множеств Q_c ; в 5 — нумерация сечений согласно п. 2 алгоритма $V_{\max}$.

В результате действий по п. 2 получаем последовательный ряд сечений $C(z_c; t_c)$: $C_1(10; 3,5)$; $C_2(9; 2,0)$; $C_3(8; 2,5)$; $C_4(8; 0)$; $C_5(7; 7,0)$; $C_6(7; 5,5)$; $C_7(7; 1,5)$; $C_8(7; 4,0)$; $C_9(4; 8,0)$. Переходим к п. 3 в сечении C_1 .

$$3. Q_{c,1} = \{q_{3-7}, q_{3-8}, q_{5-8}, q_{4-9}\}.$$

$$4. \varphi^{(1)} = \{q_{4-9}\}, \text{ так как } t_{4-9} = 2,5 < D_{4-9} = 3,5. R_{4-9} = 1,0 > 0.$$

$$5. \Delta t_{4-9}^{(1)} = 3,5 - 2,5 = 1,0.$$

$$6. \varphi^{*(1)} = \{q_{1-3}\}.$$

$$7. \text{Принимаем } t_{4-9} = 3,5. R_{4-9}^{(1)} = 1,0 - 1,0 = 0.$$

Переходим к п. 4 в том же сечении.

4. Имеет место случай п. 4в. Переходим к п. 8.

8. Пересчитываем сеть с новым значением t_{4-9} . Результаты расчета сети сведены в табл. 1 (б). Определяем $Z_{c,h}$ во всех $t_{c,h}$. Они соответственно равны: (8; 0), (7; 1,0), (7; 1,5), (8; 2,0), (7; 2,5), (9; 3,5); (7; 5,5); (7; 7,0); (4; 8,0).

$\max Z_{c,h} = 9 < \max Z_{c,h}^* = 10$, поэтому кандидатом на окончательный выбор является план работ в табл. 1 (б). Запоминаем его вместо исходного. Теперь $\max Z_{c,h}^* = 9$. Переходим к п. 2.

2. $C_1(9; 3,5)$, $C_2(8; 2,0)$; $C_3(8; 0)$, $C_4(7; 7,0)$; $C_5(7; 5,5)$, $C_6(7; 2,5)$, $C_7(7; 1,5)$; $C_8(7; 1,0)$, $C_9(4; 8,0)$.

$$3. Q_{c,1} = \{q_{3-7}, q_{3-8}, q_{5-8}, q_{4-9}\}.$$

$$4. \varphi^{(1)} = 0.$$

9. Рассматриваем C_2 .

$$3. Q_{c,2} = \{q_{1-3}, q_{2-5}, q_{4-9}\}.$$

$$4. \varphi^{(1)} = \{q_{1-3}\}, \text{ так как } t_{1-3} = 1,0 < D_{1-3} = 4,0. R_{1-3} = 1,0.$$

$$5. \Delta t_{1-3}^{(1)} = 1,3 - 1,0 = 0,3.$$

$$6. \varphi^{*(1)} = \{q_{1-3}\}.$$

$$7. \text{Принимаем } t_{1-3} = 1,3. R_{1-3}^{(1)} = 1,0 - 0,3 = 0,7. \text{ Переходим к п. 4.}$$

$$4. \varphi^{(2)} = \{q_{1-3}\}, \text{ так как } t_{1-3} = 1,3 < D_{1-3} = 4,0. R_{1-3}^{(1)} = 0,7 > 0.$$

$$5. \Delta t_{1-3}^{(2)} = 2,0 - 1,3 = 0,7.$$

$$6. \varphi^{*(2)} = \{q_{1-3}\}.$$

$$7. \text{Принимаем } t_{1-3} = 2,0. R_{1-3}^{(2)} = 0,7 - 0,7 = 0. \text{ Переходим к п. 4.}$$

4. Имеет место случай п. 4в. Переходим к п. 8.

8. Результаты расчета сети сведены в табл. 1 (в). $Z_{c,h}$ и $t_{c,h}$ данного промежуточного сетевого плана соответственно равны: (8; 0), (7; 1,0), (5; 1,5), (6; 2,0); (9; 3,5); (9; 5,5), (7; 6,5), (7; 7,0), (4; 8,0). $\max Z_{c,h} = 9$, поэтому кандидатом на окончательный выбор является план работ в табл. 1 (в). Запомним его. Переходим к п. 2.

2. $C_1(9; 5,5)$, $C_2(9; 3,5)$, $C_3(8; 0)$, $C_4(7; 7,0)$, $C_5(7; 6,5)$, $C_6(7; 1,0)$, $C_7(6; 2,0)$, $C_8(5; 1,5)$, $C_9(4; 8,0)$.

$$3. Q_{c,1} = \{q_{3-7}, q_{3-8}, q_{5-10}, q_{9-11}\}.$$

$$4. \varphi^{(1)} = \{q_{8-10}\}, \text{ так как } t_{8-10} = 2,5 < D_{8-10} = 7,0. R_{8-10} = 0,5.$$

$$5. \Delta t_{8-10}^{(1)} = 3,5 - 2,5 = 1,0.$$

6. $\varphi^{*(1)} = 0$, так как $\Delta t_{8-10}^{(1)} > R_{8-10}$, т. е. имеем случай п. 6б. Переходим к п. 9. Рассматриваем сечение C_2 .

$$3. Q_{c,2} = \{q_{3-7}, q_{3-8}, q_{5-8}, q_{4-9}\}.$$

4. Не выполняется, переходим к п. 9.

9. Рассматриваем вначале C_3 и затем остальные сечения.

Во всех сечениях имеет место случай п. 4б. В сечении C_9 п. 9 адресует к C_{10} , которого нет. Решение по алгоритму закончено.

Окончательным является план работ в табл. 1 (в). Сравним результаты выравнивания загрузки ресурса по алгоритму $V_{\max}$ с загрузкой ресурса в исходном плане (табл. 6).

На рис. 3 штрих-пунктирной линией показан график загрузки ресурса плана работ, упорядоченного по алгоритму $V_{\max}$, из которого видно, что снижение $Z_{\max}$ достигнуто за счет выравнивания графика загрузки ресурса при сохранении $\lambda = \text{const}$. Если после оптимизации по алгоритму $V_{\max}$ $Z_{c,h}$ не изменилось, то все равно оптимизированный по алгоритму V план

работ более рационален, так как в нем использована возможность высвобождения ресурса в других сечениях.

При построении сводной матрицы t_{ij}/z_{ij} нет смысла записывать значения t_{ij} меньше значений t_{ij} исходного плана, так как по алгоритму V значения t_{ij} имеют возможность только увеличиваться.

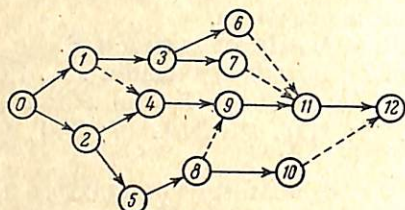


Рис. 3

б) Пример упорядочения распределения ресурса по алгоритму V_{min} на ЭВМ

Сводная матрица t_{ij}/z_{ij} общего вида задана табл. 4. В качестве исходного взят план при $t_{ij} = d_{ij}$, т. е. по крайней левой колонке сводной матрицы. Исходный план работ имеет следующие данные: $\lambda = 21,8$; $\max Z_{c,k} = 64$; $S^0 = 1395$.

Таблица 6

План работ	λ	$\max Z_{c,k}$	S^0	S^a	K_λ
1. Исходный	8,5	10	85,0	62,0	0,73
2. После упорядочения по алгоритму V_{max}	8,5	9	76,5	62,5	0,82

Таблица 7

q_{ij}	t_{ij}		q_{ij}	t_{ij}		q_{ij}	t_{ij}		q_{ij}	t_{ij}	
	1	2		1	2		1	2		1	2
0-1	2,2		5-8	2,7	2,8	12-13	2,3		17-21	2,7	
0-2	1,7		6-8	2,2	2,3	12-14	1,6		17-22	2,2	3,4
0-3	1,5		7-8	2,4		12-15	4,1		17-23	2,7	3,1
1-4	1,5	2,4	8-11	3,1		12-17	1,1	1,8	15-24	1,8	2,2
1-5	3,6		8-12	3,3		13-16	1,2		18-24	1,3	4,5
2-3	1,8		8-13	1,2		13-17	3,6		19-24	0	
2-6	2,0		8-14	1,2	1,9	14-17	1,8	2,3	20-25	0	
3-7	2,8		9-10	2,5	4,5	15-17	0		21-24	0	
3-9	2,0	5,0	10-14	2,5		16-17	0		22-25	0	
3-12	1,7		11-12	0		17-19	2,2		23-25	0	
4-13	2,7	6,0	11-18	1,8		17-20	1,7	2,8	24-25	1,2	

В табл. 7 в колонке 1 даны t_{ij} исходного плана, а в колонке 2 — только новые измененные значения t_{ij} оптимизированного по алгоритму V_{min} плана работ, который характеризуется $\lambda = 21,8$; $\max Z_{c,k} = 48$; $S^0 = 1050$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. А. Авдеев, А. И. Николаева. Основы разработки сетевых графиков возведения сложных объектов. На стройках России, 1964, № 10.
2. Сетевое планирование и управление. М., «Экономика», 1967.
3. В. П. Кондратьев. Частные алгоритмы оптимизации распределения ресурсов в сетевых планах работ. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1966, № 6.

Поступила в редакцию
24 X 1967