

Смысл величины Δb ясен — это максимальный годовой прирост производства. Благодаря условиям (5а) и (5б) целая величина m не может принимать более чем p различных значений. Если всем равным между собой значениям m соответствуют неравные между собой значения m (а это и дает наименьший отсев по условию (7)), то общее количество вариантов, которое необходимо хранить в памяти, не превосходит p^2 . Это и есть оценка потребного объема памяти.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Иоффе, Б. Х. Хазанов. Постановка и метод решения задачи оптимизации развития производства. Экономика хим. пром-сти, 1968, № 7.
2. M. L. Balinski. *Integr Programming. Manag. Sci.*, 1965, v. 12, № 3, Nov.

Поступила в редакцию
19 VI 1968

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ПЕРСПЕКТИВНОГО СПРОСА НА ИЗДЕЛИЯ ДЛИТЕЛЬНОГО ПОЛЬЗОВАНИЯ (НА ПРИМЕРЕ ТЕЛЕВИЗОРОВ)

В. М. ПИСАРЕВ

(Москва)

С переходом на новые условия планирования и экономического стимулирования основными показателями работы промышленных предприятий становятся объем реализованной продукции и сумма прибыли и рентабельность. Оба эти показателя тесно связаны друг с другом. Показатель реализованной продукции удачно синтезирует в себе производство и обращение: предприятие считается выполнившим план не тогда, когда оно только произвело продукцию, а когда оно произвело и продало ее. Успешная реализация продукции является также условием и выполнения плана по прибыли.

В связи с этим становится актуальной проблема исследования условий, при которых реализация продукции происходит беспрепятственно, т. е. проблема исследования рынка сбыта как предметов потребления, так и средств производства непосредственно.

Необходимость исследования рынков сбыта средств производства непосредственно вытекает из поставленных решениями партии задач по переходу к оптовой торговле этими товарами, в том числе оборудованием, машинами, приборами, аппаратами и запасными частями к ним.

Однако в наиболее «чистом» виде товарные отношения существуют в настоящее время в сфере распределения предметов потребления. Поэтому, естественно, разработку методологических вопросов изучения емкости рынков сбыта продукции машиностроения начать с исследования рынков сбыта предметов потребления — легковых автомобилей, мотоциклов, велосипедов, швейных, стиральных, вязальных и пишущих машин, холодильников, пылесосов, полотеров, электрического кухонного оборудования, телевизоров, радиоприемников, магнитофонов и т. п. В дальнейшем эта методология должна быть развита и дополнена в соответствии со спецификой товарных отношений в сфере распределения средств производства.

Несмотря на все разнообразие методов определения объема и структуры спроса населения на отдельные группы товаров, можно назвать следующие три основные направления методологических разработок:

1. Население группируется по типам семей в зависимости от душевого дохода и половозрастного состава. Затем объем и структуру спроса предлагается определять дифференцированно с учетом так называемой эластичности спроса от цен и доходов.
2. Делаются попытки определять объем и структуру спроса на основе научно обоснованных норм потребления различных товаров.
3. Предлагается находить функциональную зависимость объема спроса на отдельные группы товаров от множества действующих на спрос факторов также с учетом эластичности спроса от цен и доходов.

В литературе пока, к сожалению, совершенно отсутствуют примеры практических расчетов спроса с помощью первых двух методов.

Что касается третьего направления, то оно берет свое начало от работы французского экономиста-математика А. Курно, который еще в 1838 г. [1, стр. 49] утверждал, что объем спроса на товары определенной группы есть функция цен этих товаров

$$D = f(p).$$

С течением времени эта функция постепенно усложнялась и теперь в нее включается не только цена данного товара, но и цены других товаров, доход, время, коэффициенты, учитывающие культурно-образовательный уровень населения, уровень урбанизации и т. д. (см., например, [2]). По образному выражению американского математика Р. Беллмана, современные последователи Курно попали в «болото переусложнения». Действительно, получение уравнения зависимости спроса от множества факторов представляет собой крайне сложную математическую задачу.

Имеющиеся в печати примеры расчетов спроса в зависимости от множества факторов (см., например, [3, стр. 118—124]) сложны и неубедительны. Кроме того, в связи с тем, что они ориентируются на так называемые «свободные» цены, в том числе и на средства производства, эти примеры типичны для капиталистической экономики.

Учитывая сложность построения математической модели спроса на изделия длительного пользования, представляется естественной попытка ввести комплексный параметр, учитывающий сразу и уровень цен и доходов, и все прочие факторы. В этом случае заведомо многофакторное явление рассматривается как однофакторное, сложное уравнение заменяется простым и наглядным. Вместо нахождения причинной связи находится статистическая закономерность во времени, модель предельно упрощается, но ни точность, ни возможность использования результатов расчета для прогнозирования и планирования производства от этого нисколько не страдают. Таким образом удается миновать опасность, которую Р. Беллман называет «западной переупрощения».

В условиях отсутствия кризисов, резких колебаний цен и планового, устойчивого роста экономики, как это имеет место при социализме, такая модель и экстраполяция на ее основе являются наиболее надежными.

Выбор телевизоров для иллюстрации однофакторной временной статистической модели для прогнозирования объема спроса объясняется тем, что это изделие является наиболее распространенным среди населения всех развитых стран. В связи с этим график эволюции парка телевизоров является наглядным и типичным для всех изделий длительного пользования.

Для характеристики состояния рынка сбыта и параметров динамического ряда объемов реализации используются следующие понятия и величины:

Π — парк имеющихся у населения телевизоров в штуках, причем Π_{ϕ} — фактический размер парка, $\Pi_{\text{м}}$ — максимально возможный парк, равный числу потенциальных покупателей (примерно 90% семей или домашних хозяйств);

θ — степень насыщения парка, равная отношению фактического парка к максимально возможному

$$\theta = \frac{\Pi_{\phi}}{\Pi_{\text{м}}}, \quad 0 < \theta < 1;$$

$\Delta\theta$ — годовой прирост степени насыщения парка, равный разности θ за два следующие друг за другом года.

Таким образом, в случае прогнозирования сбыта изделий длительного пользования необходимо, в первую очередь, рассчитать параметры и определить эволюцию парка этих изделий.

Размеры как фактического, так и максимально возможного парка являются переменными величинами. Первая изменяется от нуля до максимального значения по мере роста ежегодных продаж телевизоров. Вторая растет по мере роста численности населения страны, а, следовательно, и числа домашних хозяйств, нуждающихся в изделиях длительного пользования.

Теоретически, если не принимать во внимание физического и морального износа изменений доходов и численности населения, а также других факторов, эволюцию степени насыщения парка изделий длительного пользования во времени можно было бы изобразить интегральной кривой нормального распределения (логистической кривой). Соответствующее уравнение таково

$$\theta = \frac{1}{1 - e^{-a(t-t_0)}}$$

где t_0 — значение t при $\theta = 1/2$.

При первом появлении на рынке новых изделий длительного пользования объем их продаж бывает очень незначительным. Затем, вместе с широким распространением изделий, объем продаж очень быстро растет и по достижении полного насыщения парка снова падает до нуля. Максимальным спросом изделие пользуется примерно в те годы, когда парк насыщен наполовину.

Характер данного экономического явления (в указанных выше «теоретических» условиях) подсказывает мысль о том, что график объема реализации изделий длительного пользования должен проходить через свою максимальную точку, т. е. изображаться так называемой холмообразной кривой нормального распределения. Общая функция такого вида известна под названием нормального распределения Гаусса — Лапласа.

$$y = \frac{a}{\sqrt{\pi}} e^{-a(t-t_0)^2},$$

максимум которой $y = a/\sqrt{\pi}$ соответствует значению времени $t = t_0$. Объем реализации y растет вместе с приближением значения t_k к значению t_0 и снова симметрично падает по мере удаления от этого значения. Таким же образом в «теоретических» условиях ведет себя и график ежегодного прироста объема продаж.

Вследствие технического прогресса и морального старения правомерно говорить применительно к отдельным изделиям об эволюции объемов производства в соответствии с графиком холмообразной кривой и о приросте числа изделий в эксплуатации или парка (до полной их замены другими) в соответствии с логистической кривой. Например, после роста объемов производства в течение определенного времени стало постепенно сокращаться до нуля производство паровозов, на смену которым пришли электровозы и тепловозы. Подобным же образом электробритвы постепенно заменяют «безопасные» бритвы, а последние в свое время очень потеснили «опасные» и т. п.

Особенно ярко отмеченная закономерность проявляет себя в самой молодой отрасли машиностроения — радиоэлектронике. Непрерывный технический прогресс в области производства активных электронных компонентов ведет не только к изменению размеров, внешнего вида и функциональных возможностей аппаратуры, но и к коренному изменению технологии производства. Относительные объемы производства трех «поколений» активных радиоэлектронных компонентов в капиталистическом мире во времени графически изображаются на рис. 1 в форме деформированных холмообразных кривых.

Следует отметить, что фактическая эволюция парка телевизоров, а следовательно, и сбыта значительно отличается от теоретической. Основными факторами, обуславливающими это отличие, являются: изменение цен и доходов, рост населения и изменение его культурных и духовных запросов, влияние других (конкурирующих) изделий, постепенный «охват» территории страны телевизионными передатчиками и др. Фактическая эволюция парка телевизоров в США, Англии и ФРГ графически изображена на рис. 2 и 3. Соответствующие эмпирические формулы следующие

$$\theta = \frac{1}{1 + (T/t)^a}; \quad \Delta\theta \approx \frac{a}{t} \frac{1}{2 + (t/T)^a + (T/t)^{-a}},$$

где T — период времени в годах, в течение которого парк насыщается наполовину (для США $T = 6,2$ года, для Англии — 11,0 лет, а для ФРГ — 11,5 лет); t — время в годах, отсчитываемое от года, когда телевизоры поступили в продажу; a — константа, являющаяся в формуле комплексным параметром, отражающим наряду с T совместное действие на эволюцию парка всех факторов.

Оказывается, что значения константы a для всех трех стран почти равны: для США и ФРГ — 2,8, а для Англии — 3,0. Все различия между странами практически находят свое отражение в различных значениях T . Более высокому по сравнению с Англией и ФРГ уровню доходов в США соответствует меньше почти в два раза значение T . Это значит, что насыщение парка телевизоров в США наполовину произошло примерно в два раза быстрее, чем в Англии и ФРГ, т. е. за 6,2 года против 11,0 и 11,5 лет соответственно.

Интересно, что наиболее значительные отклонения фактических значений $\Delta\theta$ от аппроксимирующих кривых (см. рис. 3) объясняются [5] следующим образом:

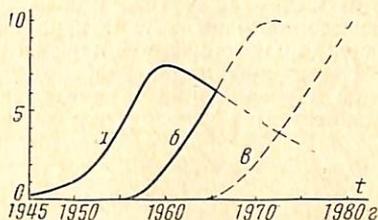


Рис. 1. Относительные объемы производства трех «поколений» активных радиоэлектронных компонентов в капиталистических странах [4]: a — электронные лампы; b — дискретные полупроводниковые приборы; c — интегральные схемы

а) Англия — 1959 г. — рост продаж телевизоров из-за отмены ограничений на торговлю в кредит и снижения налогов, передачи по телевидению олимпийских игр; 1961—1963 гг. — снижение продаж из-за неопределенности, вызванной предстоящим переходом на новый стандарт (с 405 на 625 строк).

б) ФРГ — 1959, 1963 и 1964 гг. — рост объема продаж вследствие передачи по телевидению олимпийских игр; 1960 и 1961 гг. — снижение объема продаж вследствие задержки с организацией передач по второй программе.

Насыщение парка ведет вместе с сокращением покупок первых телевизоров в семью к увеличению объема продаж на замену морально и физически устаревших аппаратов. При условии, что средний срок службы телевизоров равен 10 годам, число

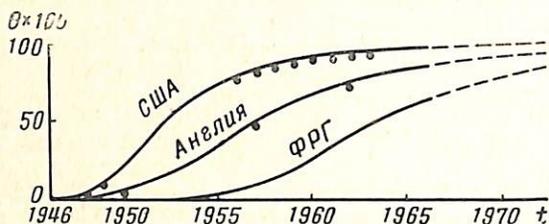


Рис. 2. Эволюция степени насыщения рынка сбыта телевизоров в США, Англии и ФРГ [5] (○ — наиболее значительные отклонения фактических значений от аппроксимирующей кривой)

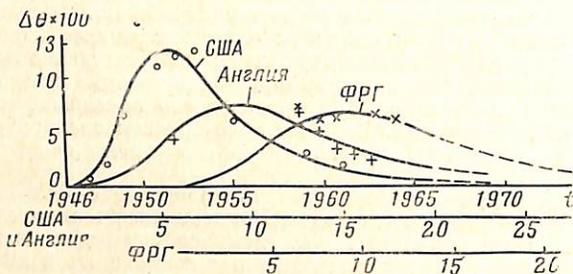


Рис. 3. Ежегодный прирост степени насыщения парка телевизоров в США, Англии и ФРГ [5] (наиболее значительные отклонения фактических значений от аппроксимирующих кривых: ○ — для США, + — для Англии, × — для ФРГ)

покупок каждого года должно повторяться через каждые 10 лет. Для более точного определения объема продаж на замену морально и физически устаревших аппаратов необходимо знать более точное среднестатистическое значение срока службы изделия. После полного насыщения парка объем продаж в случае десятилетнего срока службы должен установиться на уровне $\frac{1}{10}$ наличного парка.

В США это примерно так и происходит: парк телевизоров (при 90%-ной насыщенности телевизорами домашних хозяйств, без учета двух и более телевизоров в семье) составляет в настоящее время более 60 млн. аппаратов. В соответствии с этим объем сбыта на внутреннем рынке США установился в последние годы в размере около 6 млн. телевизоров в год.

Данные о наличии в эксплуатации изделий длительного пользования в СССР и США не могут, разумеется, механически служить показателем для сравнения жизненного уровня. Так, усилия, направленные на восстановление разрушенного войной хозяйства, обусловили то обстоятельство, что продажа телевизоров населению в СССР началась только в 1950 г., т. е. на пять лет позже, чем в США. Кроме того, на распространение телевизоров в СССР сильно влияет обширность территории и связанная с этим трудность охвата ее телевизионными передатчиками, которые работают на радиоволнах, распространяющихся только в пределах прямой видимости. Отдельные районы страны (горные местности, пустыни, тайга, тундра) с низкой плотностью населения до настоящего времени было нецелесообразно или даже невозможно обеспечить телевизионными передатчиками.

Тем не менее, к 1968 г. в СССР находилось в эксплуатации уже 22,9 млн. телевизоров. Закономерность роста парка телевизоров была такова, что моментные динами-

ческие ряды степени насыщения парка θ и ежегодного прироста степени насыщения парка $\Delta\theta$ можно изобразить кривыми типа логистической и холмообразной соответственно (рис. 4 и 5). Если в формуле оставить один аргумент t и две константы a и T , как это было сделано и для США, Англии и ФРГ, то окажется, что значения коэффициентов T и a будут равны 23,0 и 3,4 соответственно*.

Значение $T=23$ говорит о том, что период насыщения парка телевизоров в СССР наполовину равен 23 годам. Следовательно, рост начальных покупок (первых в семью) телевизоров населением СССР будет происходить примерно, только до 1968 или 1969 г. (см. рис. 5). Этот срок приблизителен, так как неточны исходные данные о численности семей или домашних хозяйств в СССР, нуждающихся, по крайней мере, в одном телевизоре, а также о наличном парке телевизоров. Хотя сведения о наличном парке и содержатся в статистических ежегодниках, но после отмены обязательной регистрации телевизоров они являются только приблизительной оценкой ЦСУ.

Несомненно, однако, что рост начальных покупок телевизоров в ближайшие годы прекратится. Тогда же можно будет расчетным путем уточнить и упомянутые выше исходные данные: их можно будет определить с учетом максимального фактического значения $\Delta\theta$.

В какой мере рост покупок телевизоров на замену морально и физически устаревших аппаратов компенсирует снижение начальных покупок, можно судить, сопоставляя данные о росте и количестве продаваемых населению телевизоров. Эти сведения имеются в статистических ежегодниках СССР. За последние два года, за которые уже имеются данные (1965 и 1966 гг.), продажи телевизоров на замену устаревших составили соответственно 17 и 20% наличного парка.

Если считать эти данные и выводы на их основе вполне надежными, то можно заключить, что в последние годы наряду с ростом начальных покупок происходит оживленная смена устаревших телевизоров на новые. Если смена парка в будущем будет происходить такими же темпами, как в последние годы, то объем продажи телевизоров до 1980 г. будет находиться на уровне, приведенном в таблице.

Данные этой таблицы показывают, что, если не удастся увеличить экспорт, планировать дальнейшее увеличение объема производства телевизоров в СССР нельзя.

Сегодняшний высокий спрос на телевизоры, обусловленный, помимо прочих причин, увеличением числа телевизионных программ и улучшением их качества, создает обманчивое впечатление, что эта тенденция сохранится и в будущем. Дело в том, что график эволюции прироста парка телевизоров в СССР «проходит» в настоящее время через свою вершину (см. рис. 5). При этом фактический прирост парка в 1967 г. значительно отклонился от аппроксимирующей кривой, как это было на таком же этапе и в США (см. рис. 3). В ближайшие примерно два года первая половина потенциальных покупателей телевизоров в СССР будет ими обеспечена. После этого первые покупки телевизоров в семью будет делать оставшаяся часть населения, а также те, кто будет покупать телевизоры взамен морально и физически устаревших.

Значительная разница в цене в зависимости от размеров экрана позволяет надеяться на то, что и в будущем телевизоры с размером экрана по диагонали 35 см

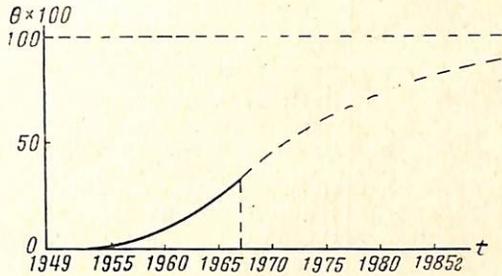


Рис. 4. Эволюция степени насыщения парка телевизоров в СССР

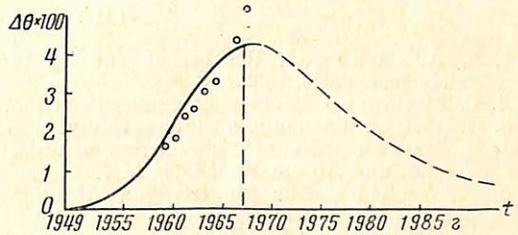


Рис. 5. Ежегодный прирост степени насыщения парка телевизоров в СССР (○ — наиболее значительные отклонения фактических значений от аппроксимирующей кривой)

* Эти значения определены как коэффициенты формулы аппроксимирующей кривой, исходя из данных о численности населения и фактическом парке телевизоров в СССР, опубликованных в статистических ежегодниках.

**Ориентировочный расчет объема продаж телевизоров в СССР
на перспективу (в % к 1967 г.)**

№ п.п.	Показатели	1970 г.	1975 г.	1980 г.
1	Парк телевизоров на конец года	148	214,8	266,8
2	Прирост парка по сравнению с предыдущим годом	87,2	74,4	53,8
3	Продажа телевизоров на замену устаревших	147,7	214,6	265,8
4	Общий объем продаж телевизоров	93,5	89,1	76,1

еще будут пользоваться спросом. Однако для более или менее точного прогноза необходимо специальное исследование динамики структуры спроса. В ближайшие годы на структуру спроса станут оказывать заметное влияние цветные телевизоры, что также требует специального исследования.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. A. Cournot. Recherches sur les principes mathématiques de la theory des richesses. Paris, 1838.
2. Г. Тинтнер. Введение в эконометрию. М., «Статистика», 1965.
3. О. Ланге. Введение в эконометрию. М., «Прогресс», 1964.
4. D. Möring. Neue Technologien erfordern neue Unternehmenskonzeptionen. Büro-techn. und Automation. 1965, № 7.
5. B. Weblus. Zur langfristigen Absatzprognosen gehobener Gebrauchsgüter. Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 1965, № 9.

Поступила в редакцию
5 IV 1968

**О МОДЕЛИРОВАНИИ СТАТИСТИЧЕСКИ ЗАВИСИМЫХ РАБОТ
В СЕТЕВЫХ МОДЕЛЯХ РАЗРАБОТОК**

Ю. Г. ПОЛЛЯК

(Москва)

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Сложность анализа сетевого плана с вероятностными оценками времени выполнения работ* приводит к необходимости статистического исследования сетевых графиков методом Монте-Карло [2, 3]. При этом естественно возникает задача моделирования случайного вектора $\Phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n)$, статистически зависимые компоненты ϕ_i которого представляют продолжительности соответствующих работ. Практически оказывается возможным задать лишь одномерные плотности вероятностей $w_{\phi}(t_i)$ компонент вектора Φ и коэффициенты корреляции r_{ij} между компонентами η_i и η_j ; $i, j = 1, 2, \dots, n$ [3]. Это приводит к неоднозначности при моделировании: может быть построен целый класс векторов Φ с различными (негауссовыми) плотностями $w_n, \phi(t_1, t_2, \dots, t_n)$ и одинаковыми заданными $w_{\phi}(t_i)$ и r_{ij} . Уместно поставить задачу о построении какого-то одного, удобного для моделирования вектора Φ этого класса [4]. Излагаемый ниже метод решения основан на идеях имитации негауссовых случайных процессов, развитых в [5].

* Будем для определенности говорить о временных планах, аналогичных системе PERT — Time [1], хотя обсуждаемый подход справедлив и для других видов плана.

2. МЕТОД БЕЗЫНЕРЦИОННЫХ ОДНОМЕРНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

1°. Рассмотрим нормальный случайных вектор $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$, компоненты v_i которого имеют плотности вероятностей

$$w_{v_i}(z_i) = (2\pi)^{-1/2} \exp(-z_i^2/2) \quad (1)$$

и функций распределения

$$F_{v_i}(z_i) = \int_{-\infty}^{z_i} (2\pi)^{-1/2} \exp(-z_i^2/2) dz_i. \quad (2)$$

Двумерные плотности вероятностей компонент v_i и v_j , $i, j = 1, 2, \dots, n$ равны

$$w_2(z_i, z_j) = (2\pi)^{-1} (1 - \rho_{ij}^2)^{-1/2} \exp\{-[2(1 - \rho_{ij}^2)]^{-1}(z_i^2 - 2\rho_{ij}z_i z_j + z_j^2)\}, \quad (3)$$

где ρ_{ij} — неопределенные пока коэффициенты корреляции.

2°. Строим функции

$$\vartheta_i = f_i(v_i) = F_{\vartheta_i}^{-1}\{F_{v_i}(v_i)\}, \quad (4)$$

преобразующие компоненты v_i в компоненты ϑ_i искомого вектора ϑ с плотностями вероятностей $w_{\vartheta_i}(t_i)$ и функциями распределения $F_{\vartheta_i}(t_i)$. (Внутреннее преобразование в (4) дает равномерно распределенную на (0,1) величину, внешнее — реализует обычный метод обратной функции [6], преобразующей равномерно распределенную величину в величину с заданным распределением $F_{\vartheta_i}(t_i)$. Функция $f_i(v_i)$ может быть получена и непосредственно.)

3°. Выражаем заданный коэффициент корреляции r_{ij} между компонентами ϑ_i и ϑ_j формулой

$$r_{ij} = \frac{M\{\vartheta_i \vartheta_j\} - M\{\vartheta_i\} M\{\vartheta_j\}}{\sqrt{D\{\vartheta_i\} D\{\vartheta_j\}}} = \Phi(\rho_{ij}), \quad (5)$$

где

$$M\{\vartheta_i \vartheta_j\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_i(z_i) f_j(z_j) w_2(z_i, z_j) dz_i dz_j, \quad (6)$$

$$M\{\vartheta_i\} = \int_{-\infty}^{\infty} t_i w_{\vartheta_i}(t_i) dt_i, \quad (7)$$

$$D\{\vartheta_i\} = \int_{-\infty}^{\infty} t_i^2 w_{\vartheta_i}(t_i) dt_i - [M\{\vartheta_i\}]^2. \quad (8)$$

4°. Разрешаем уравнение (5) относительно ρ_{ij} (если это возможно. Жесткость принятой здесь простой схемы преобразования (4) не гарантирует наличия решения).

5°. После того, как операции пп. 2°—4° выполнены для всех $i, j = 1, 2, \dots, n$, моделирование вектора ϑ сводится к имитации нормального вектора v с найденными по п. 4° коэффициентами корреляции, нулевыми средними и единичными дисперсиями компонент [6] и к вычислению компонент ϑ_i по формуле (4).

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛОГАРИФИЧЕСКИ-НОРМАЛЬНОГО ВЕКТОРА ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ РАБОТ

Задавая в соответствии с рекомендациями [3, стр. 92] логарифмически-нормальные одномерные плотности продолжительности работ ϑ_i

$$w_{\vartheta_i}(t_i) = (2/\pi)^{1/2} (t_i - t_{1i})^{-1} \times \\ \times \exp\{-2[\ln(t_i - t_{1i}) - \ln(t_{2i} - t_{1i}) + 1]^2\}, \quad (9)$$

где t_{1i} и t_{2i} — соответственно ранний (оптимистический) и поздний (пессимистический) сроки окончания работы ϑ_i , можно записать формулы (4) в виде

$$\vartheta_i = t_{1i} + (t_{2i} - t_{1i}) \exp(v_i/2 - 1), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (10)$$