

УЧЕТ МЕТЕОУСЛОВИЙ В МОДЕЛЯХ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА

В. А. КОЛЕМАЕВ

(Москва)

Предлагаемая модель * учитывает влияние метеоусловий на сельскохозяйственное производство и позволяет производить в соответствии с этими условиями перераспределение наличных ресурсов для получения максимума продукции с минимальными потерями **. Хотя модель с небольшими видоизменениями может быть использована на уровне хозяйства, района или области, для определенности будем считать, что речь идет о всей или о значительной части страны. Отметим характерные черты модели:

1) модель сводится к задаче математического программирования динамического типа;

2) зависимость сельскохозяйственного производства от метеоусловий учитывается с помощью функций эффективности, характеризующих отдачу производственных операций в зависимости от своевременности их выполнения, а также посредством «видов на урожай» (в качестве значений этих величин предлагается использовать их экспертные оценки, одновременно намечаются пути применения статистических методов оценки);

3) по модели можно проводить в течение сельскохозяйственного года многократные расчеты, корректируя перераспределение ресурсов с изменением внешних и внутренних условий, с уточнением наших знаний о них (в виде соответствующих апостериорных оценок);

4) ресурсы каждого вида в каждом районе делятся исходя из экономических соображений на две части: неподвижную и маневренную;

5) возможны некоторые элементы статистического моделирования при разыгрывании различных ситуаций метеоусловий и поступлений ресурсов.

1. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Примем следующие допущения:

1) в течение сельскохозяйственного года на каждом участке земли выращивается одна сельскохозяйственная культура (однако при перенастройке модели для следующего счета может быть учтен момент замены одной культуры другой, например в случае пересева находящегося в плохом состоянии озимого клина яровыми);

* Первый вариант модели был рассмотрен автором в [1].

** Соизмерение продукции и потерь происходит в рамках одного критерия (см. ниже).

2) допускается (при одноразовом счете по модели) только перемещение подвижных основных фондов (техники);

3) предполагается аддитивный характер вклада сельскохозяйственных операций в биологический урожай, независимость результатов операций друг от друга;

4) с целью уменьшения размерности может быть предпринята достаточно глубокая агрегация сельскохозяйственных культур, ресурсов, районов, операций;

5) для сокращения числа переменных время может быть разбито на неравные промежутки: более дробные — в периоды напряженных сельскохозяйственных работ и менее дробные — в остальных случаях;

6) задаются верхние и нижние границы удельных весов площадей культур в общей площади пашни, что позволяет не рассматривать в модели дополнительные ограничения, формализующие экономические и агротехнические требования.

Перейдем теперь к описанию элементов модели.

Индексы. r — номер района, $r = 1, \dots, R$; t — номер промежутка времени, $t = 1, \dots, T$; i — номер культуры, $i = 1, \dots, I$, $J = \{1, \dots, I\}$; J_r , J — множества индексов культур для r -го блока и для всех блоков, т. е.

$J = \bigcup_{r=1}^R J_r$, число элементов в этих множествах равно соответственно

I_r , I , причем $\sum_{r=1}^R I_r \geq I$; k — номер производственной операции (зяб-

левая или весенняя вспашка, сев, подкормки, уход за посевами, уборка и т. п.), $k = 0$ соответствует начальная операция, а $k = K_i$ — финальная; v — номер ресурса (виды техники, удобрения, запасные части, горючее и т. п.), $v = 1, \dots, N$.

Переменные. $x_{rik}(t)$ — объем (площадь) выполнения k -й операции при выращивании i -й культуры в промежуток времени t в r -м районе, $k = 0, \dots, K_i - 1$; $x_{ri}(t) = x_{rik}(t)$ — объем (количество) произведенной продукции i -й культуры в r -м районе в промежуток времени t ; $w_{vr}(t)$ — количество использованного ресурса (его маневренной части) v -го вида в r -м районе в промежуток времени t ; $w_{vrp}(t)$ — перемещение ресурсов v -го вида, начатое в момент t из района r в район p .

Ресурсы и задания. $U_{vr}(t)$ — неманевренная часть ресурсов v -го вида в момент времени t в r -м районе; $W_{vr}(t)$ — запасы маневренной части ресурсов v -го вида в r -м районе в момент t (с учетом поступлений извне отрасли, но без учета обменов между районами); S_{ri} — площадь под i -й культурой в r -м районе; $g_{ri}(\tau)$ — общий возможный урожай i -й культуры в r -м районе, если с момента времени τ не выполнять никаких операций; G_i — задание на минимальный объем производства i -й культуры по всем районам.

Цены, технологические коэффициенты и другие параметры. c_{ir} — цена продукции i -й культуры в r -м районе; $d_{vr}(t)$ — потери при использовании единицы маневренного v -го ресурса в r -м районе в момент t ; $d_{vrp}(t)$ — потери, связанные с перемещением единицы v -го ресурса из района r в район p в момент времени t ; a_{vrik} — затраты ресурсов v -го вида при выполнении k -й операции (по выращиванию или уборке) i -й культуры в районе r ; $\psi_{vr}^t(s)$ — коэффициенты, характеризующие различие ресурсов однократного и многократного использования;

$$\psi_{vr}^t(s) = \begin{cases} 1, & s = t, \\ 0, & s \neq t \end{cases}$$

для ресурсов разового использования (удобрения, горючее и т. п.);

$$\psi_{vr}(s) = \begin{cases} 0, & s < t, \\ \psi_{vr}, & s \geq t \end{cases}$$

для ресурсов многократного использования (тракторы, комбайны, автомобили и т. п.), где ψ_{vr} — выработка на один расчетный агрегат v -го вида в r -м районе при средних условиях эксплуатации; $\varphi_{rik}(t)$ — коэффициенты эффективности выполнения производственных операций;

$$\varphi_{rik}(t) = \begin{cases} \varphi_{rik}^h, & t = t_h, \quad h = 1, \dots, \gamma_{rik}, \\ 0, & t \notin T_{rik}, \quad T_{rik} = \{t_1, \dots, t_h, \dots, t_{\gamma_{rik}}\} \end{cases};$$

t_{rik} — наиболее благоприятный промежуток времени для выполнения операции, если $\max_{t \in T_{rik}} \varphi_{rik}(t) = \varphi_{rik}(t^*)$; $\varphi_{rik}(t)$ — коэффициенты, характеризующие урожай на корню по отношению к потенциально наибольшему

для данных условий; далее в модели употребляются $\lambda_{ri}(t) = \varphi_{riK_i}^{-1}(t)$,

$0 \leq \varphi_{rik_i}(t) \leq 1$; t_{ri}^* — наиболее благоприятный промежуток времени для выполнения операций уборки урожая; p_{ri}' , p_{ri}'' — нижняя и верхняя границы удельного веса посевов i -й культуры в r -м районе (вытекают из агротребований); τ_{vrp} — время перемещения v -го ресурса из r -го в район p ; τ — момент начала очередного расчета по модели.

Ограничения. Связь между финальной и промежуточными операциями

$$\sum_{t \geq \tau} \lambda_{ri}(t) x_{ri}(t) - \sum_{h_i(\tau) \leq h \leq K_i} \sum_{t \geq \tau} \varphi_{rik}(t) x_{rik}(t) \leq g_{ri}(\tau),$$

$$k_i(\tau) = \min \{k: \varphi_{rik}(\tau) > 0\}, \quad i \in J_r, \quad r = 1, \dots, R. \quad (1)$$

Ограничения на объем отдельных операций (два случая):

а) $\tau = 0$

$$p_{ri}' \leq \frac{\sum_t x_{ri0}(t)}{\sum_{i,t} x_{ri0}(t)} \leq p_{ri}'', \quad (2)$$

$$\sum_t x_{rik}(t) \leq \sum_t x_{ri0}(t), \quad k = 1, \dots, K_i - 1, \quad i \in J_r, \quad r = 1, \dots, R,$$

б) $\tau > 0$

$$\sum_t x_{rik}(t) \leq S_{ri}, \quad k = k_i(\tau), \dots, K_i - 1, \quad i \in J_r, \quad r = 1, \dots, R. \quad (3)$$

Задания на производство минимальных объемов отдельных видов продукции

$$\sum_{r,t} x_{ri}(t) \geq G_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (4)$$

Баланс маневренной части ресурсов

$$\sum_{s \leq t} \left[w_{vr}(s) + \sum_{\rho \neq r} w_{vr\rho}(s) - \sum_{\rho \neq r} w_{vr\rho}(s - \tau_{\rho r}) \right] \leq W_{vr}(t),$$

$$v = 1, \dots, N, r = 1, \dots, R, t = 1, \dots, T. \quad (5)$$

Связь между объемом операций и ресурсами

$$\sum_{i,k} a_{vrik} x_{rik}(t) - \sum_{s \leq t} \sum_{\sigma \geq s} \psi_{rv}^s(\sigma) w_{vr}(s) \leq U_{vr}(t),$$

$$v = 1, \dots, N, r = 1, \dots, R, t = 1, \dots, T.$$

В задаче требуется найти максимум функционала

$$\sum_{r,i,t} c_{ri} x_{ri}(t) - \sum_{v,r,i,t} d_{vr}(t) w_{vr}(t) - \sum_{v,r,i,t} \sum_{\rho \neq r} d_{vr\rho}(t) w_{vr\rho}(t)$$

при перечисленных выше ограничениях.

2. РЕАЛИЗАЦИЯ МОДЕЛИ НА ЭВМ

Построенная модель хотя и является линейной, но имеет в практических ситуациях очень большую размерность. Покажем, что модель с приемлемыми для практики размерами может быть реализована (не в полном объеме и с большими трудностями) на ЭВМ «Минск-22», что открывает возможности решения ее в полном объеме на более мощных машинах.

Число переменных значительно сократится, если исключить заведомо равные нулю. Такими будут те $x_{rik}(t)$, для которых $\varphi_{rik}(t) = 0$, и $w_{vr\rho}(t)$, соответствующие районам с запрещенной между ними коммуникацией по v -му ресурсу в момент t . В ряде случаев, оговаривая их каждый раз особо, можно опустить некоторые ограничения или заменить их другими. Так, (5) для каждого v -го ресурса проверяются для наиболее напряженных по использованию этого ресурса промежутков времени, а в остальных случаях пользуемся более простыми ограничениями (обеспечивающими выполнение (5))

$$w_{vr}(t) + \sum_{\rho \neq r} w_{vr\rho}(t) - \sum_{\rho \neq r} w_{vr\rho}(t_{\rho r}) \leq w_{vr}(t) - w_{vr}(t - 1), \quad (5')$$

$$t_{\rho r} = t - \tau_{\rho r}.$$

Ограничения (6), по-видимому, можно проверять только в самые напряженные периоды сельскохозяйственных работ.

Основной путь уменьшения размерности — учет структуры модели как задачи линейного программирования. С этой точки зрения модель имеет двухступенную блочную структуру. Основные блоки образуются: переменными $x_{rik}(t)$, ограничениями (1)–(4) (один блок) и переменными $w_{vr}(t)$, $w_{vr\rho}(t)$, ограничениями (5) (N блоков). Ограничения (6) — связующие условия этих блоков.

В свою очередь первый из основных блоков имеет блочную структуру. Он состоит из R подблоков, которым соответствуют переменные $x_{rik}(t)$ и (1)–(3) с фиксированным значением r . Роль связующих условий играет (4).

Ниже будут выведены условия для размерных параметров модели, если для нее определяется субоптимальное решение: осуществляется первая итерация по алгоритму [2], т. е. находятся наборы решений блоков и решение связующей задачи. Будем исходить из того, что набор решений пер-

вого блока получается с помощью завершенной (см. [3]) блочной программы [4]. Наборы решений последующих блоков определяются с помощью программы [5], реализующей мультипликативный алгоритм симплекс-метода. Для одноразового решения связующей задачи предполагается приспособить последнюю программу, внося туда изменения, связанные с использованием внешней памяти для хранения матрицы задачи A и элементов Y мультипликативного представления обратной (по отношению к базисной) матрицы.

Приведем условия, накладываемые на размеры задач линейного программирования, реализуемые с помощью упомянутых программ (см. таблицу). Через m обозначим число ограничений, а через n — число переменных (включая дополнительные переменные, порождаемые неравенствами), l — число ненулевых элементов матрицы.

Программа	Условия, накладываемые на размеры задач
Блочная (блоки) Симплексная Симплексная с использованием внешнего накопителя *	$m \leq 67, m + n \leq 185, l + n \leq 1336,$ $m \leq 333, m + n \leq 666, l + 7m \leq 4096,$ $n + 7m \leq 2048$, сплошная заполненность

* При переработке программы [5] за исходные принимаются следующие положения о распределении оперативной памяти: I блок МОЗУ отводится под программу и текущее рабочее поле, а II блок занят основной информацией, необходимой для выполнения итераций. Первая его половина предназначена для записи текущей порции столбцов матриц A и Y , вторая — для записи текущих характеристик итераций (базисное решение, номера базисных переменных, последовательные номера выводимых из базиса переменных, симплексные множители, коэффициенты разложения текущего столбца по базисным, цены, правые части).

Введем следующие обозначения: γ_{rik} — число промежутков времени, для которых $\varphi_{rik}(t) > 0$; $\omega_{vr}(t)$ — число коммуникаций r -го района по ресурсу v в момент t ; ξ_r — число вариантов решений r -го подблока; η_v — число вариантов решений v -го основного блока; T_v^0 — подмножество множества индексов $\{1, 2, \dots, T\}$, для каждого элемента которого имеет место условие (5), а для элементов $T_v' = \{1, 2, \dots, T\} \setminus T_v^0$ — условие (5'); σ_{vr} — число промежутков времени, для которых выполнены условия (6), $\sigma_{vr} \leq T$.

Перейдем теперь к выводу соотношений между размерными параметрами для наиболее полного во времени варианта модели. Выпишем размеры задач линейного программирования, с решением которых связана реализация модели по намеченному пути.

Подблоки ($r = 1, \dots, R$): $m = 2I_r + K_r$,

$$K_r = \sum_{i \in J_r} K_i, n = \gamma_r^0 + \gamma_r, \gamma_r^0 = \sum_{i \in J_r} \gamma_{ri0},$$

$$\gamma_r = \sum_{i \in J_r} \sum_{h > 0} \gamma_{rik}, l \leq \gamma_r(1 + I_r) + \gamma_r^0(3I_r + K_r - 2).$$

Связывающие условия подблоков: $m = I + R$,

$$n = R\xi + I, \xi = \frac{1}{R} \sum_r \xi_r, \xi_r \leq I,$$

$$l \leq (I + R)R\xi + I.$$

Транспортные блоки ($v = 1, \dots, N$): $m = TR$,

$$n = R \left[T + \sum_i \bar{\omega}_v(t) \right], \bar{\omega}_v(t) = \frac{1}{R} \sum_r \omega_{vr}(t),$$

$$l = R \left\{ \sum_{t \in T_v^0} \left[t + 2 \sum_{s=1}^t \bar{\omega}_v(s) \right] + \sum_{t \in T_v'} [1 + 2 \bar{\omega}_v(t)] \right\}.$$

Основные связующие условия

$$m = RNT, \quad T = \frac{1}{NR} \sum_{v=1}^N \sum_r \sigma_{vr}, \quad n = (N+1)\bar{\eta},$$

$$\bar{\eta} = \frac{1}{N+1} \sum_{v=0}^N \eta_v.$$

Исходя из предложенного способа решения задачи получаем следующие условия на размерные параметры

$$2I_r + K_r \leq 67, \quad \gamma_r^0 + \gamma_r + 2I_r + K_r \leq 185,$$

$$\gamma_r(2 + I_r) + \gamma_r^0(3I_r + K_r - 1) \leq 1336;$$

$$I + R \leq 333, \quad 2I + R(1 + \xi) \leq 666, \quad (I + R)(\xi R + 1) + I \leq 4096;$$

$$TR \leq 333, \quad R \left[2T + \sum_t \bar{\omega}(t) \right] \leq 666,$$

$$R \left\{ \sum_{t \in T_v^0} \left[t + 2 \sum_{s=0} \bar{\omega}_v(s) \right] + \sum_{t \in T_v'} [1 + 2 \bar{\omega}_v(t)] + 7T \right\} \leq 4096;$$

$$\bar{\eta}(N+1) + 7RNT \leq 2048.$$

Нетрудно заметить, что основным узким местом при реализации предложенной схемы расчета является связующая задача, поскольку она характеризуется сплошной заполненностью и имеет заметные размеры даже при небольших значениях размерных параметров. Приведенным выше условиям удовлетворяют, например, следующие значения размерных параметров, вполне приемлемые для практических целей

$$N = 4, \quad R = T = 15, \quad I = 10, \quad I_r = K_r = 7, \quad \gamma_r = 100,$$

$$\gamma_r^0 = 20, \quad T = 4, \quad \bar{\eta} = 54, \quad \bar{\omega}_v = 1,5, \quad \sum_{t \in T_v^0} t + \sum_{t \in T_v'} 1 = 42.$$

Если исходить из указанных выше размерных параметров, то модель в целом будет содержать 3060 переменных и 2010 ограничений (неравенств типа $\leq$). Для практической реализации предложенного выше алгоритма потребуется составить управляющую программу для внешней блочной задачи и внести существенные изменения (см. выше) в программу [5], остальные требуемые программы, в том числе программа формирования матриц, имеются (см. [3]).

При указанных значениях размерных параметров для нахождения субоптимального решения на ЭВМ «Минск-22» потребуется полторы-две смены машинного времени, причем большая часть его пойдет на решение связующей задачи.

3. ИСХОДНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Кратко перечислим те элементы информации, нахождение которых связано только с техническими трудностями или может быть осуществлено по уже разработанным методикам: задания G_i на минимальные объемы производства продукции являются величинами директивного характера; ресурсы $U_{vr}(t)$ (неподвижная часть), верхние и нижние пределы p_{ri}' , p_{ri}'' удельных весов посевов отдельных культур выявляются на основе хорошего знания конкретных экономических условий в каждом районе; коэффициенты функционала c_{ir} , d_{vr} , d_{vrp} подсчитываются исходя из экономических соображений: 1) в качестве цен, по-видимому, целесообразнее всего взять закупочные; 2) коэффициенты $d_{vr}(t)$ представляют собой потери, связанные с прекращением использования ресурсов по своему прямому назначению (например, при отвлечении рабочих на уборочные работы эти потери состоят в недополучении продукции и в выплате части зарплаты по основному месту работы), 3) потери $d_{vrp}(t)$ представляют собой транспортные расходы; технологические коэффициенты a_{vrik} , ψ_{vr} могут рассматриваться как величины нормативного характера (в принципе в них можно вводить поправки, учитывающие общий характер метеоусловий в течение сельскохозяйственного года).

Известные трудности представляет собой прогноз маневренной части ресурсов: $W_{vr}(t) = W_{vr}(0) + \sum_{s=1}^t \Delta W_{vr}(s)$, где $W_{vr}(0)$ — запасы ресурса

на начальный момент времени; $\Delta W_{vr}(t)$ — поступления ресурса извне отрасли в пределах r -го района. Первоначальные запасы ресурсов считаются известными, а их поступления могут рассматриваться как детерминированные или стохастические величины, в последнем случае в рамках модели можно осуществить элементы статистического моделирования.

Прямая связь модели с метеоусловиями осуществляется через функции эффективности и «виды на урожай», которые тем самым выражают ее суть. В первых практических расчетах, по-видимому, целесообразно воспользоваться их экспертными оценками. В дальнейшем для этой цели следует все в большей мере использовать статистические методы прогноза. И в том и в другом случае имеется в виду производить новые расчеты по модели по мере обновления или изменения хотя бы части данных. Функции эффективности операций (кроме финальной) вводились выше как аддитивный вклад каждой из них в биологический урожай. В зависимости от характера метеоусловий будет смещаться в ту или иную сторону период T_{rik} , в течение которого можно выполнять данную операцию, а также будут меняться φ_{rik}^h , характеризующие эффективность выполнения операций в тот или иной промежуток времени внутри T_{rik} . Если считать фиксированной длину γ_{rik} периода и задать определенными соотношениями между эффективностями внутри периода, то тогда связь каждой операции с метеоусловиями будет осуществляться через две величины: наиболее благоприятный момент времени $t_k = t_{rik}^*$ выполнения операции и максимальную эффективность, т. е. значение функции эффективности $\varphi_k^* = \varphi_{rik}^*$ в этот момент. При определении наиболее благоприятного момента текущей операции следует остановиться на методах экспертных

оценок (статистическая обработка результатов выборочного опроса агрономов и земледельцев) в сочетании с симптоматическим прогнозом. Для последующих операций можно воспользоваться формулой

$$t_k^* = t_k^* + \sum_{l=k+1}^n \Delta t_l,$$

где Δt_l — средний промежуток времени между оптимальными моментами выполнения двух последовательных операций. Для прогнозирования максимальных эффективностей, т. е. величин φ_{rik}^* , собрать достоверные экспертные оценки затруднительно, поэтому для них, а в дальнейшем и для наиболее благоприятных моментов времени, должны быть установлены статистическим методом (например, методом регрессионного анализа) их зависимости от метеоусловий. Понятно, что для этого потребуются данные за много лет.

Кратко остановимся на организации полевого опыта по оценке функций эффективности операций за один год, т. е. при фиксированных (сложившихся) метеоусловиях. На участках, отведенных под одну культуру, выделяются делянки, на которых все операции выполняются в оптимальные сроки, а одна из них — в различные промежутки времени в окрестности наиболее благоприятного момента. Тогда разность между урожайностью при выполнении этой операции в наиболее благоприятный момент и урожайностью, полученной без выполнения операции, будет представлять собой максимальный эффект операции. Аналогично определяются значения функций эффективности в другие моменты времени и для других культур. Проведение таких многолетних опытов при одинаковой технологии позволит оценить зависимость максимального и других значений функции эффективности, а также наиболее благоприятных моментов времени от метеоусловий (например, методами регрессионного анализа). Данные о функциях эффективности задаются в виде матрицы Φ (строка — набор значений функции в разные моменты времени для различных операций, относящихся к одной культуре), причем заполняются только ненулевые элементы с индексом — моментом времени и номером операции.

Методы экспертных оценок биологического урожая на основе выборочных обследований состояния посевов хорошо разработаны. Если имеется оценка $G_{ri}(\tau)$ общего урожая i -й культуры в r -м районе на момент τ , тогда входящая в модель величина $g_{ri}(\tau)$ определяется следующим образом

$$g_{ri}(\tau) = G_{ri}(\tau) - \sum_{k \geq h(\tau)} \varphi_{rik}^* S_{ri},$$

$$k(\tau) = \min \{k : t_{rik}^* \geq \tau\}.$$

Кроме того, в виде шкал задаются данные, регулирующие число и состав переменных и ограничений: запрет или разрешение коммуникаций, выполнение основного условия (5) или замена его на более ограничивающее (5'), задание тех ограничений (6), выполнение которых обязательно, указание вариантов решений блоков.

Перед каждым новым расчетом необходимо ввести апостериорные данные о матрице Φ и видах на урожай.

Результаты реализации модели по данным РСФСР будут предметом следующей публикации.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Колемаев. Модель оптимального функционирования сельскохозяйственного предприятия. В сб. Оптимальное управление сельскохозяйственным производством. Киев, 1968 (Ин-т экономики АН УССР).
2. Дж. Б. Данциг, Ф. Вулф. Алгоритм разложения для задач линейного программирования. Математика, 1964, т. 8, вып. 1.
3. Е. В. Барковец, В. А. Колемаев, Л. Л. Хлюпина. Программа экономико-математической обработки сельскохозяйственной информации. М., 1971 (Всес. н.-и. ин-т кибернетики).
4. Б. Н. Михалев. Программа аппроксимационного алгоритма по принципу разложения Данцига — Вулфа. В сб. Программы решения экономических задач на ЭЦВМ. М., 1965 (НИИ ЦСУ СССР).
5. Б. Н. Михалев. Программа компактного мультипликативного алгоритма симплекс-метода с повторениями. В сб. Программы для ЭВМ «Минск-22». М., 1970 (Всес. н.-и. ин-т кибернетики).

Поступила в редакцию
11 I 1971