

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО РЕЖИМА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

А. Х. АБРАМОВ, В. В. РЫКОВ, П. М. ТАТАРСКАЯ

(Баку, Москва)

1. ВВЕДЕНИЕ

Сложность и высокий уровень автоматизации современного производства приводят к необходимости использования систем централизованного управления (СЦУ) с применением электронно-вычислительных машин (ЭВМ). На них возлагается большое число операций, связанных как с управлением, так и с экономическими расчетами. От управляющего органа (ЭВМ) может потребоваться одновременно результат выполнения нескольких операций. Таким образом, в системе централизованного управления возникают перегрузки и создаются очереди.

В этом случае на основании информации о контролируемых объектах необходимо правильно установить стратегию выполнения операций (СВО). Естественно выбрать СВО таким образом, чтобы свести к минимуму ущерб производству из-за задержек в управлении объектами.

Для исследования, инженерных расчетов и определения наилучших режимов функционирования таких систем удобно воспользоваться моделями теории массового обслуживания. Для определения оптимальной СВО в СЦУ уже использовались модели теории массового обслуживания. Наиболее полные результаты получены для разомкнутых систем [1]. Показано, что в классе систем с приоритетами оптимальной СВО является та, при которой высший приоритет в обслуживании предоставляется требованиям с меньшим отношением

среднее время обслуживания

(1)

штраф за единицу времени пребывания

Однако для СЦУ более близкой к действительности является модель замкнутой системы обслуживания, когда прибор (ЭВМ) обслуживает сигналы, поступающие от конечного числа источников (контролируемых объектов), причем каждый из них не может генерировать следующее требование до тех пор, пока не обслужится предыдущее.

В таком виде задача была сформулирована в [2], где нахождение оптимальной СВО было сведено к изучению управляемого полумарковского процесса [3] с помощью метода Ховарда [4].

В ВЦ Центрального научно-исследовательского института комплексной автоматизации (ЦНИИКА) были проведены расчеты, которые показывают, что при малых нагрузках правило выбора оптимальной последовательности выполнения операций для замкнутой и разомкнутой системы совпадает. При средних и больших нагрузках оптимальное правило выполнения операций для замкнутой системы имеет более сложную структуру. Однако при средних нагрузках использование правила (1) приводит к незначительным

(не более 5%) отклонениям потерь по сравнению с оптимальными. Значительное расхождение наблюдается лишь при больших нагрузках.

В [5] показано, что для разомкнутой системы, в которой допускается прерывание обслуживания, учет информации об оставшемся времени обслуживания позволяет уменьшить потери. При этом оптимальным оказывается правило, при котором в любой момент времени следует обслуживать требования с наименьшим отношением

$$\frac{\text{оставшееся время обслуживания}}{\text{штраф за единицу времени пребывания}}. \quad (2)$$

В настоящей работе проверяется применимость этого правила прерывания для замкнутой системы. Аналитически исследовать эту систему не удастся. Поэтому мы прибегаем к методу статистического моделирования. Оптимальное правило прерывания определяется с помощью метода, предложенного в [6]. Полученное значение потерь сравнивается с потерями при использовании правила (2).

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В качестве модели СЦУ рассматривается система массового обслуживания, состоящая из одного прибора (управляющего органа) и конечного числа N контролируемых разнотипных источников (объектов), каждый из которых может находиться в одном из двух состояний: 0 — режим нормального функционирования и 1 — состояние, требующее вмешательства. В последнем случае он может ожидать обслуживания, если прибор занят, или обслуживаться. Объекты разбиты на m групп по n_i объектов в i -й группе, т. е.

$$N = \sum_{i=1}^m n_i.$$

Случайное время нормального функционирования объекта i -й группы имеет функцию распределения $A_i(t)$. Длительность обслуживания (выработки управляющего воздействия) требования i -го типа τ_i имеет функцию распределения $B_i(t)$. Будем предполагать в дальнейшем длительности обслуживания постоянными величинами, хотя наши рассуждения справедливы и для любых конечных (с вероятностью 1 случайных) величин. За время пребывания объекта i -го типа в состоянии 1 производство несет потери c_i единиц (рублей, количества продукции и т. д.).

Допустим, что система управляется, причем управляющие воздействия (выбор объекта на обслуживание) можно принимать в любой момент времени. Тогда задача сводится к нахождению оптимального правила прерывания обслуживания, при котором достигается минимум потерь

$$F^0 = \sum_{(i_1, \dots, i_m)} \pi^0(i_1, \dots, i_m) \sum_{s=1}^m c_s i_s. \quad (3)$$

Здесь $\pi^0(i_1, \dots, i_m)$ — стационарная вероятность пребывания системы в состоянии $x = (i_1, \dots, i_m)$, где i_s — число объектов группы s , ожидающих обслуживания, при использовании управления δ .

Правило прерывания δ определяется матрицей $\delta = \|\Delta_{ij}\|$, элементы которой Δ_{ij} имеют следующий смысл. Если поступающее требование на обслуживание от объекта i -го типа застает на обслуживании объект j -го типа, то условием прерывания обслуживания является выполнение соотношения

$\xi_j / c_j \geq \Delta_{ij}$, где ξ_j — оставшееся время обслуживания объекта j -го типа.

В момент окончания обслуживания на прибор направляется требование от объекта с наименьшим отношением (2).

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПРАВИЛА ПРЕРЫВАНИЯ

Вычислить функционал (3) аналитически не удастся. Поэтому используем метод Бусленко — Соколова [6], позволяющий решать задачу оптимизации функционала (3), подсчитываемого с помощью статистического моделирования. Минимизация функционала (3), зависящего от многих переменных Δ_{ij} , производится с помощью некоторой итерационной схемы. Каждая итерация состоит в выборе матрицы δ так, чтобы значение функционала (3) не возрастало. Итерационный процесс заканчивается, когда значения матрицы δ для двух последующих итераций совпадают. В свою очередь, одна итерация включает в себя несколько этапов, на каждом из которых по методу Кифера — Джонсона [7] определяется оптимальное значение одного из элементов Δ_{ij} матрицы δ при фиксированных остальных. Согласно этому методу, отрезок $[0, \tau_i / c_i]$ * изменения аргумента Δ_{ij} линейно отображается на отрезок $[0, u_n]$, где u_n — n -е число Фибоначчи, выбираемое из условия требуемой точности определения точки минимума. Затем производится локализация точки минимума в этом отрезке путем n -кратного вычисления функционала (3) в соответствующих точках. При переходе от одного этапа к другому следует позаботиться о том, чтобы значение функционала не возрастало.

Ниже в виде операторной схемы приводится алгоритм определения оптимального правила прерывания АОП, реализующий эту процедуру

$$A_1^7 A_2 P_{3 \downarrow 5} \Phi_4^3 P_{5 \downarrow 8} \Phi_6 A_7^2 A_8 Y_9.$$

Здесь соответствующие операторы означают: A_1 — ввод и подсчет с помощью алгоритма моделирования (АМ) при фиксированной матрице $\delta^{k=1} = \delta^0$; $\delta^* = \delta^0$ значения функционала (3) $F = F^*$; A_2 — подсчет элементов Δ_{ij}^k матрицы δ^k по методу Кифера — Джонсона и подсчет функционала F^k ; P_3 — проверка условия $F^k < F^*$; Φ_4 — засылка $F^k \Rightarrow F^*$; P_5 — проверка условия $\delta^k \neq \delta^*$; Φ_6 — засылка $\delta^k \Rightarrow \delta^*$; A_7 — подсчет числа итераций: $\langle k+1 \rangle \Rightarrow \langle k \rangle$; A_8 — обработка результатов; Y_9 — окончание счета и выдача результатов.

4. АЛГОРИТМ МОДЕЛИРОВАНИЯ

При моделировании системы были использованы методика, стандартные подалгоритмы и программы, разработанные в лаборатории теоретико-вероятностных методов ЦНИИКА.

Моделирование проводится по моментам качественного изменения состояний системы, которыми являются моменты поступления требования и моменты освобождения прибора. Операторная схема алгоритма моделирования имеет вид

$$^{16, 13, 9, 7} \Phi_1 P_{2 \downarrow 20} P_{3 \downarrow 10} A_4 A_5 F_6 P_{7 \downarrow 9} \Phi_8 \Phi_9^1 A_{10} F_{11} P_{12 \downarrow 14} \Phi_{13}^1 \\ ^{12} P_{14 \downarrow 17} \Phi_{15} A_{16}^1 ^{14} P_{17 \downarrow 15} \Phi_{18} A_{19} ^{16} A_{20} Y_{21}.$$

Смысл операторов: Φ_1 — определение очередного момента t качественного изменения состояния системы (сканирования), содержит некоторые

* Здесь существенно используется конечность длительности обслуживания.

вспомогательные операции для работы последующих операторов; P_2 — проверка условия $t < T$; (T — длительность реализации процесса); P_3 — проверка освобождения прибора от обслуживания требования j -го типа $j = 1, \dots, m$; A_4 — сбор и подсчет статистики; A_5 — подсчет количества обслуженных требований j -го типа; F_6 — формирование очередного момента поступления требования j -го типа; P_7 — проверка наличия требований в очереди; Φ_8 — формирование очередного момента освобождения прибора от требования, взятого из очереди в порядке приоритета; Φ_9 — формирование освобождения прибора при отсутствии очереди; A_{10} — подсчет числа поступающих требований i -го типа; F_{11} — формирование очередного момента поступления требования i -го типа; P_{12} — проверка: свободен ли прибор; Φ_{13} — формирование очередного момента освобождения прибора от обслуживания требования i -го типа; P_{14} — проверка на совпадение типа поступившего требования с обслуживаемым; Φ_{15} — постановка поступившего требования в очередь; A_{16} — подсчет числа поступивших требований; P_{17} — проверка возможности прерывания обслуживания требования при поступлении требования согласно правилу δ ; Φ_{18} — формирование оставшегося времени обслуживания при прерывании; A_{19} — подсчет числа требований в очереди при прерывании; A_{20} — обработка результатов; Y_{21} — окончание счета и выдача результатов.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Была составлена программа для машины М-20 или БЭСМ-4, реализующая приведенные выше алгоритмы. Рабочая программа занимает около 600 ячеек оперативной памяти, из них 130 ячеек — программа, реализующая алгоритм нахождения оптимального правила прерывания (АОП), а остальные — алгоритм моделирования (АМ). В последней, кроме того, используется библиотека стандартных программ моделирования (БСПМ), разработанная в лаборатории вероятностных методов ЦНИИКА.

Для определения значения функционала F проводилось моделирование 50 000 мин. работы системы (реализации процесса, содержащей 10 000 требований). Это занимает приблизительно 1 мин. 40 сек. машинного времени. Один этап АОП (определение одного элемента Δ_{ij} матрицы δ) включает в себя n -кратное обращение к АМ, где n обуславливается требуемой точностью определения Δ_{ij} , в нашем случае $n = 11-13$ обеспечивает точность 10^{-5} . Таким образом, выполнение одного этапа АОП занимает 18—20 мин. машинного времени, а одна итерация — около одного часа.

При проведении исследования использовались исходные данные для упрощенной модели СЦУ товарным цехом нефтеперерабатывающего завода (табл. 1) [2].

Т а б л и ц а 1

Исходные данные задачи

Характеристики системы	Операции					
	1	2	3	4	5	6
Среднее время выполнения операции	0,5	4	2	2	3	5
Среднее время нормального функционирования	10	200	35	50	35	50
Экономические веса	3	8	4	2	3	1
Среднее время выполнения операции						
Экономические веса	0,166	0,5	0,5	1	1	5

Моделирование проводилось для трех групп ($m = 3$) по одному ($n_i = 1$) объекту в каждой. Отдельные варианты моделирования выполнялись при: $m = 6, n_i = 1, i = 1, \dots, 6$.

Исследования проводились при показательных функциях распределения длительности нормального функционирования $A_i(t) = 1 - e^{-\lambda_i t}$ и по-

Т а б л и ц а 2

Результаты поэтапного определения оптимального правила прерывания

№ итерации	0	I			II			III		
№ этапа		1	2	3	1	2	3	1	2	3
Δ_{ij}^k	$\delta = \delta^0$	$\Delta_{12}^1 = 0,364$	$\Delta_{13}^1 = 0,326$	$\Delta_{23}^1 = 0,567$	$\Delta_{12}^2 = 0,386$	$\Delta_{13}^2 = \Delta_{23}^1 = 0,567$	$\Delta_{23}^2 = 0,583$	$\Delta_{12}^3 = 0,386$	—	—
F^k	0,460	0,453	0,448	0,444	0,442	0,442	0,441	0,441	—	—

стоянной длительности выполнения операции $B_i(t) = \theta(t - b_i)$. Параметры приведены в табл. 1, где операции занумерованы в порядке возрастания отношения (1).

Определение оптимального правила прерывания проводилось для трех операций ($m = 3$): первой, третьей и пятой из табл. 1, которые при этом исследовании имеют номера 1, 2 и 3 соответственно. Так как при этом операции расположены в порядке важности (согласно правилу (1)), то в матрице δ варьированию подлежат только элементы $\Delta_{12}, \Delta_{13}, \Delta_{23}$, а для остальных ij : $\Delta_{ij} = b_j / c_j$, что обеспечивает недопустимость прерывания требования j -го типа требованием i -го типа при $i > j$, ибо это может привести лишь к увеличению потерь. В табл. 2 выведены результаты поэтапного определения оптимального правила прерывания δ^* . В качестве исходного было принято правило с относительными приоритетами

$$\delta^0 = \begin{pmatrix} 0,166 & 0,5 & 1 \\ 0,166 & 0,5 & 1 \\ 0,166 & 0,5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Из табл. 2 видно, что оптимальное правило определяется матрицей

$$\delta^0 = \begin{pmatrix} 0,166 & 0,386 & 0,567 \\ 0,166 & 0,5 & 0,583 \\ 0,166 & 0,5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вычисленное с помощью моделирования значение функционала F при оптимальном для разомкнутой системы правиле (2), определяемом матрицей

$$\delta^{**} = \begin{pmatrix} 0,166 & 0,166 & 0,166 \\ 0,5 & 0,5 & 0,5 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

равно $F^{**} = 0,4419$. Сравнивая F^{**} с F^* , видим, что АОП приводит к меньшему значению потерь, но с незначительным отклонением. Это позволяет рекомендовать, по крайней мере, в случае малых нагрузок, правило (2). При больших нагрузках это отклонение будет, по-видимому, значительно

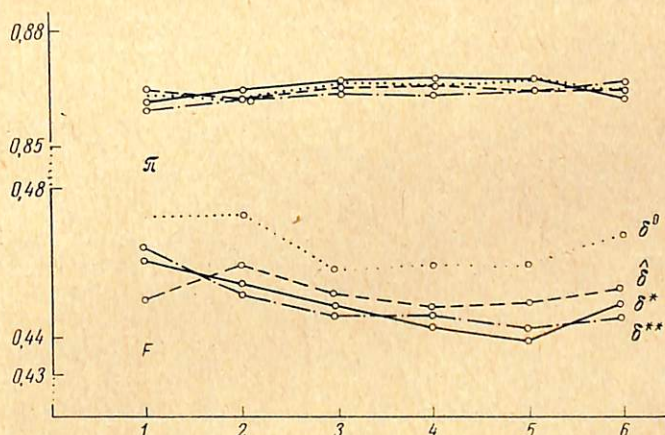
Таблица 3

Результаты статистического моделирования

Дисциплина	Характеристики							π	F
	w_i			π_i					
	№ потока								
	1	2	3	1	2	3			
$\delta = \delta^0$	0,0086	0,0015	0,0012	0,9448	0,9450	0,9628	0,8639	0,4601	
$\delta = \hat{\delta}$	0	0,0029	0,0051	0,9553	0,9435	0,9580	0,8628	0,4502	
$\delta = \delta^*$	0,0031	0,0013	0,0034	0,9448	0,9446	0,9596	0,8646	0,4413	
$\delta = \delta^{**}$	0,0005	0,0022	0,0042	0,9528	0,9451	0,9596	0,8642	0,4419	

больше. Для определения оптимального правила можно пользоваться методом Бусленко — Соколова, что, однако, сопряжено с большими затратами машинного времени.

Кроме вычисления функционала F программа АМ позволяет провести некоторые исследования рассматриваемой модели. Блок статистики АМ дает возможность вычислить, например, вероятность ожидания w_i , вероятность исправной работы объектов i -й группы π_i , а также простой обслуживающего прибора π и другие характеристики.



Поведение характеристик системы во времени при различных дисциплинах

В табл. 3 приведены результаты статистического моделирования для случая относительных приоритетов $\delta = \delta^0 \leq \|b_j/c_j\|$, абсолютных приоритетов $\delta = \hat{\delta} = \|\hat{\Delta}_{ij}\|$, где $\hat{\Delta}_{ij} = 0$ при $i < j$, $\hat{\Delta}_{ij} = b_j/c_j$ при $i \geq j$, а также правил $\delta = \delta^*$ и $\delta = \delta^{**}$.

Для проверки сходимости к стационарному режиму результаты моделирования выводились на печать с интервалом 10 000 мин. Часть из них (простой π и значение функционала F) представлены на графике (рисунок).

ЛИТЕРАТУРА

- О. И. Бронштейн, В. В. Рыков, Об оптимальных дисциплинах обслуживания в управляющих системах. В сб. Управление производством. М., «Наука», 1967. (Труды III Всесоюзного совещания по автоматизации управления).

2. А. Х. Абрамов, Ч. С. Агаларов, О. И. Бронштейн, Н. А. Правоторова. Об оптимальной последовательности обработки информации в системе централизованного управления. В сб. Нелинейные и оптимальные системы, М., «Наука», 1970. (Труды I Всесоюзного симпозиума по статистическим проблемам в технической кибернетике).
3. В. С. Джевелл. Управляемые полумарковские процессы. Кибернетический сборник. М., «Мир», 1967, вып. 4.
4. Р. А. Ховард. Динамическое программирование и марковские процессы. М., «Сов. радио», 1964.
5. О. И. Бронштейн, Е. Б. Веклеров. Об одной управляемой системе обслуживания. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1967, № 5.
6. Н. П. Бусленко, Г. А. Соколов. Об одном классе задач оптимального распределения. Экономика и матем. методы, 1965, т. I, вып. 1.
7. Р. Беллман. Динамическое программирование. М., Изд-во иностр. лит., 1960.

Поступила в редакцию
11 XII 1967
