ВЫРАВНИВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ РЯДОВ ПРИ НОРМИРОВАНИИ СРОКОВ ОСВОЕНИЯ ПРОЕКТНЫХ МОЩНОСТЕЙ

А. А. СЕРГЕЕВА, Г. Н. МАСЛОВА, А. В. СИРОТИН

(Ворошиловград)

В качестве объектов исследования приняты 18 предприятий тяжелого, энергетического и транспортного машиностроения. Для определения сроков освоения проектных мощностей был произведен анализ технико-экономических показателей предприятий за период, равный сроку окупаемости капитальных затрат в машиностроении. При нормировании сроков освоения проектных мощностей впервые применялось выравнивание статистических рядов технико-экономических показателей с учетом резервов производства, которое проводилось двумя методами: 1) статистическим [1], в результате чего установлена функциональная зависимость между сроком освоения проектной мощности и выпуском продукции; 2) параболического интерполирования (способ П. Л. Чебышева [2]), который позволил уравнением первой и второй степени выразить закономерность явления, представленного статистическим рядом выпуска продукции.

Выравнивание статистических рядов произведено с использованием метода наименьших квадратов. Сущность статистического метода заключается в том, что на основании отчетных данных о выпуске продукции с учетом выявленных резервов производства устанавливается характер изменчивости и статистическая связь явлений. Имея достаточное количество статистических данных, в виде эмпирической формулы выражаем математическую зависимость между сроком освоения проектной мощности и ее уровнем. Под уровнем проектной мощности * следует понимать отношение объема устойчивого выпуска продукции за месяц (час, сутки, квартал, год) к соответствующей месячной (часовой, суточной, квартальной, годовой) проектной мощности. Процесс установления функциональной зависимости (определения вида эмпирических формул) срока освоения проектной мощности от товарного выпуска на основе отчетных данных состоит из определения вида эмпирической формулы и ее постоянных для каждого конкретного случая. Наиболее удобным и быстрым методом определения вида эмпирической формулы является преобразование опытных кривых, отражающих товарный выпуск продукции за период освоения проектной мощности, в прямые путем их выравнивания со следующими координатами: x, $\lg x$, $1/x$ — на оси абцисс, y, $\lg y$, $1/y$ — на оси ординат.

Если при построении получается, что опытные точки лежат примерно на одной прямой, то вид эмпирической формулы будет тот, который соответствует этим координатам.

Наиболее часто встречаются зависимости: $y = a + b\lg x$; $y = ax^{в}$, $y = a + b/x$.

После установления вида формулы определяем входящие в нее постоянные a и b методом наименьших квадратов. Так, например, функциональная зависимость имеет вид

$$y = a + b\lg x.$$

Значения a и b определяются

$$b = \frac{\Sigma\lg x\Sigma y - n\Sigma\lg xy}{(\Sigma\lg x)^2 - n\Sigma\lg x^2} = \frac{51{,}5546 \times 136 - 16 \times 441{,}5147}{2657{,}8767 - 16 \times 166{,}4639} = \frac{52{,}81}{5{,}546} = 9{.}52$$

$$a = \frac{y - b\Sigma\lg x}{n} = \frac{136 - 9{,}52 \times 51{,}5546}{16} = \frac{-354{,}799}{16} = -22{,}174,$$

где y — период освоения проектной мощности; n — число членов исследуемого ряда. Подставляя в (1) вычисленные значения постоянных a, b и x**, получаем срок освоения проектной мощности: $y^1 = -22{,}174 + 9{,}52 \times 2{,}9378 = 27{,}9678 - 22{,}174 = 5{,}794$ квартала или 17 месяцев. В процессе исследовательских работ для определения объема выпускаемой продукции при известном значении y была использована (1) в виде

$$\lg x = \frac{y - a}{b}. \qquad (2)$$

На применяемых объектах с помощью этой формулы были получены выравненные ряды товарной продукции за период освоения проектной мощности.

* Уровень проектной мощности определяется в процентах на конец квартала или года работы предприятий в соответствии с нормой продолжительности освоения проектной мощности.

** В данном примере x равен квартальному проектному выпуску.

Метод параболического интерполирования основан на последовательном вычислении составляющих интерполяционного ряда Чебышева, который позволяет находить по условию наименьших квадратов коэффициенты параболического уравнения

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_mx^m. \tag{3}$$

При этом $m+1 \leqslant n$, где n — число членов ряда, найденных по методу наименьших квадратов. Во многих случаях, когда необходимо определить закономерность экономических процессов, представленных статистическими рядами, от их хаотических колебаний благодаря действию случайных причин, выравнивание рядов посредством параболических кривых (параболическое интерполирование) дает хорошие результаты. Этот метод значительно сокращает вычислительные работы.

Уравнение (3) в обозначениях Чебышева имеет вид полинома. Этот интерполяционный полином для частного случая (равностоящих величин) представлен следующим образом

$$f(A) = \frac{\Sigma y_i}{n} + \frac{\Sigma y_i c_1 \psi_1}{\Sigma (c_1\psi_1)^2} c_1 \left(A + \frac{n+1}{2}\right) +$$

$$+ \frac{\Sigma y_i c_2 \psi_2}{\Sigma (c_2\psi_2)^2} c_2 \left[\left(A - \frac{n+1}{2}\right)^2 - \frac{n^2-1}{12}\right] + \ldots,$$

где c_i — постоянные коэффициенты для каждого числа наблюдений n, а $\psi(A_i)$ выражаются в целых числах и определяются по специальным таблицам [2]. Выражение интерполируемой функции получается в виде найденного П. Л. Чебышевым ряда, все члены которого вычисляются по одному плану. Первый член ряда представляет собой среднюю арифметическую выравненных значений, т. е. выражение параболы нулевого порядка; сумма первого и второго членов ряда дает выражение параболы первого порядка, сумма первого, второго и третьего — параболы второго порядка и т. д. Таким образом в ряде Чебышева получаем последовательно убывшую сумму квадратов и вместе с тем среднее квадратическое отклонение, с которым найденная парабола представляет выравненное значение.

По пяти обследованным объектам зависимость срока освоения проектной мощности от товарного выпуска выражена уравнением первого порядка, а по остальным тринадцати объектам — уравнением второго порядка. В первом случае динамика выпуска продукции характеризуется более или менее стабильным приростом и математически выражена уравнением прямой, во втором — равномерно увеличивающимся приростом и математически выражена уравнением параболы второго порядка

$$f(A) = T_0 + T_1 + T_2, \tag{4}$$

где A — срок освоения проектной мощности.

Определим с помощью метода параболического интерполирования срок освоения проектной мощности. Первый член ряда Чебышева: $T_0 = \Sigma y_i / n = 4070{,}0 / 14 = 290{,}7$, сумма квадратов (отклонений) разностей

$$\Sigma_0 = \Sigma y_i^2 + (\Sigma y_i)^2/n = 1218621{,}72 - \frac{1218621{,}72^2}{14} = 1131577{,}72,$$

среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\Sigma_0}{n-1}} = \sqrt{\frac{1131577{,}72}{13}} = \sqrt{87044} = 295,$$

второй член ряда Чебышева

$$T_1 = \frac{\Sigma c_1\psi_1 y_i}{\Sigma(c_1\psi_1)^2} c_1\psi_1(x) = \frac{4735{,}0}{910} \times 2\left(A - \frac{14+1}{2}\right) = 10{,}406A - 78{,}048,$$

сумма квадратов **разностей**

$$\Sigma_1 = \Sigma_0 - \frac{(\Sigma c_1\psi_1 y_i)^2}{\Sigma(c_1\psi_1)^2} = 1131577{,}7 - \frac{4735{,}0^2}{910} = 885207,$$

среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\Sigma_1}{n-2}} = \sqrt{\frac{885207}{12}} = \sqrt{73767} = 271,$$

уравнение параболы первого порядка

$$_1f(x) = T_0 + T_1 = 290{,}7 + 10{,}406\,A - 78{,}048 = 10{,}406\,A + 212{,}652,$$

третий член ряда Чебышева

$$T_2 = \frac{\Sigma c_2\psi_2 y_i}{\Sigma(c_2\psi_2)^2}\,c_2\psi_2(x) = \frac{-2396{,}0}{728}\,\frac{1}{2}\,[(A-7{,}5)^2 - 16{,}25] =$$

$$= -1{,}6456A^2 + 24{,}6840A - 65{,}8240,$$

уравнение параболы второго порядка

$$_2f(x) = T_0 + T_1 + T_2 = 290{,}7 + 10{,}406\,A - 78{,}048 - 1{,}645\,A^2 + 24{,}68\,A - 65{,}82 - 355 = 0,$$

$$A = \frac{35{,}086 \pm \sqrt{35{,}086 + 4 \times 208{,}16 \times 1{,}645}}{3{,}29} = \frac{35{,}086 \pm 50{,}99}{3{,}29} = 26 \text{ мес.}$$

Применение данных методов позволяет путем выравнивания статистических рядов экономических показателей определять прогрессивные сроки и уровни освоения проектных мощностей, объемы производства, нормативы по численности и производительности труда, устанавливать прогрессивные темпы роста по объему выпускаемой продукции и производительности труда.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. М. Липкович. Основы проектирования угольных шахт. М., «Недра», 1967.
2. В. И. Хотимский. Выравнивание статистических рядов по методу наименьших квадратов (способ Чебышева) и таблицы для нахождения уравнений параболических кривых. М., Госстатиздат, 1959.

Поступила в редакцию
22 VI 1971

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ПЛАНИРОВАНИЯ СТРУКТУРЫ ПАРКА СТРОИТЕЛЬНЫХ МАШИН

В. В. БАБИЧ

(Ленинград)

При планировании состава парка строительных подразделений на перспективу часто складывается ситуация, когда известен общий объем и номенклатура работ, но неизвестно количественное соотношение между объемами работ различных видов. Для выполнения каждого вида работ наиболее целесообразно применять конкретный тип машин. Эффективность использования парка зависит от структуры парка и от соотношения различных видов работ.

Если статистические данные о распределении работ за предыдущие годы отсутствуют или не могут быть экстраполированы ввиду больших значений дисперсии и коэффициентов вариации, возникает задача определения структуры парка, обеспечивающей его эффективное использование в любом, даже наименее благоприятном случае.

Такую ситуацию можно представить как антагонистическую игру с природой. В качестве стратегий одной стороны (строительная организация) принимаются возможные типажи машин, которые могут выполнять заранее определенные виды работ. Отсутствие информации об их распределении позволяет рассматривать природу как противную сторону.

С позиций теории игр задача формализуется следующим образом.

В игре участвуют две стороны: X — строительная организация, Y — природа; X_{i_1} — стратегии строительной организации, т. е. типы машин, которыми может быть укомплектован парк строительной организации, $i = 1, 2, \ldots, m$ (предполагается, что строительная организация располагает возможностью получения машин каждого типа в требуемом количестве); y_j — список стратегий природы, $j = 1, 2, \ldots, n$, т. е. виды работ, которые могут встретиться; W_{ij} — затраты на единицу продукции при использовании i-й машины на j-й работе.

Требуется определить оптимальные частоты применения стратегий первой стороны (пропорции по типам машин) и значение игры ν, под которым понимается гарантированная величина единичных затрат в целом по парку, выше которой данный показатель не будет при любом, даже самом неблагоприятном соотношении работ.

Обозначив искомые пропорции по типам машин через P_i, $i = 1, 2, \ldots, m$, и считая X стороной, минимизирующей свой гарантированный проигрыш, условия задачи