ЭКОНОМИКА 1971
И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ том VII, вып. 3

ОПЕРАТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

М. К. БАБУНАШВИЛИ, М. А. БЕРМАНТ, И. Б. РУССМАН

(Тбилиси, Москва, Воронеж)

Наиболее важным примером организационной системы является экономическая система, нормальное функционирование которой связано с процессом управления.

Для выработки управляющих воздействий необходимо получить информацию о состоянии системы в определенные моменты времени. Это ставит задачу нахождения оптимальных, в некотором смысле, способов опроса систем. На основании полученной таким образом информации необходимо выработать соответствующее управляющее воздействие, заключающееся в перераспределении ресурсов в подсистемах и обеспечивающее достижение цели в заданные сроки. На основе решения этих двух задач становится возможным сформулировать обобщенный алгоритм управления системой. Наиболее естественным будет применение полученных результатов в задачах, возникающих при построении автоматизированных систем управления предприятиями.

1. МОДИФИКАЦИЯ АЛГОРИТМА ОПРОСА

При формулировании алгоритма определения шага квантования [1] мы полагали, что скорость движения подсистемы к цели не может быть ниже нуля, и для определения предельного момента последующей точки опроса использовалось нижнее предельное значение фактической скорости, равное нулю (прямая, параллельная оси абсцисс). Однако с вероятностью, близкой к единице, скорость движения подсистемы к цели не будет ниже минимальной скорости, $v_{\min} = \dfrac{A_{\text{пл}}}{t_{\max}}$. Поэтому очевидно, что если принять это условие, которому соответствует прямая $A_2(t)$, то моменты опроса можно найти способом, аналогичным описанному в [1], с той разницей, что вместо отрезков, параллельных оси абсцисс, используются отрезки прямых, параллельных прямой $A_2(t)$ (рис. 1).

Прежде чем перейти к осуществлению формализации алгоритма опроса в этом случае, необходимо отметить следующее. Из рис. 1 легко видеть, что фактически выполненный к моменту k-го опроса t_k объем работы $A'(t_k)$ равен

$$A'(t_k) = A_{\text{пл}} - (t_{\text{пл}} - t_k)v^*(t_k),$$

где $v^*(t_k) = \operatorname{tg}\alpha_k$ — скорость в момент t_k, необходимая для завершения работы в плановый срок, и максимальная скорость движения подсистемы к цели $v_{\max} = \operatorname{tg}\vartheta$ выражается следующим образом

$$v_{\max} = \frac{A_{\text{пл}}}{t_{\text{пл}} - t_1}.$$

Подставив эти значения в уравнение для определения $(k+1)$-го момента опроса по алгоритму [1], имеющее вид

$$t_{k+1} = t_1 + \frac{A'(t_k)}{A_{\text{пл}}}(t_{\text{пл}} - t_1), \tag{1}$$

и проведя простейшие преобразования, получим

$$t_{k+1} = t_{\text{пл}} - (t_{\text{пл}} - t_k)\frac{v^*(t_k)}{v_{\max}}. \tag{2}$$

В некоторых случаях, например, при изменениях ресурсов подсистемы, ее максимальная и минимальная скорости $v_{\max}$ и $v_{\min}$ могут меняться во времени.

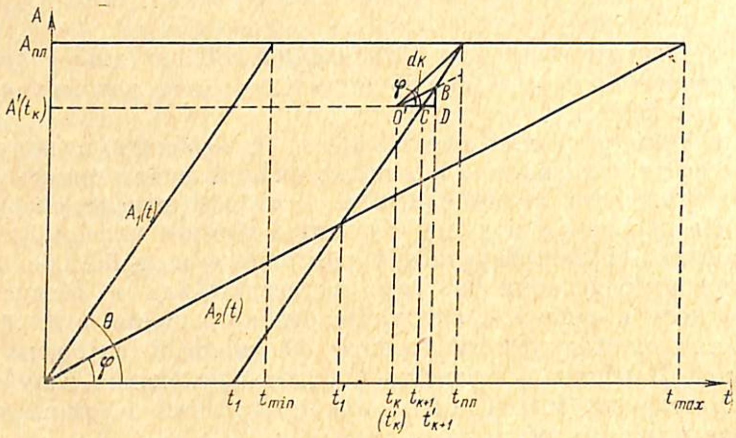

Рис. 1

В этом случае формула (1) может быть записана

$$t_{k+1} = t_{\text{пл}} - (t_{\text{пл}} - t_k)\frac{v^*(t_k)}{v_{\max}(t_k)}, \tag{2'}$$

где $v^*(t_k)$, $v_{\max}(t_k)$ и в дальнейшем $v_{\min}(t_k)$ — скорости подсистемы в момент t_k.

Для того, чтобы при этом найти модифицированное предельное значение момента $(k+1)$-го опроса t'_{k+1} по значению k-го опроса t_k', учитывая, что можно положить $t_k = t_k'$, поступаем следующим образом. Из рассмотрения $\triangle CBD$ (рис. 1) следует, что длина отрезка BD равна $(t'_{k+1} - t_{k+1})v_{\max}$, где t'_{k+1} — предельный момент опроса, полученный с помощью модифицированного алгоритма, учитывающего прямую $A_2(t)$. С другой стороны, из рассмотрения $\triangle O'BD$ длина этого же отрезка равна $(t'_{k+1} - t'_k)v_{\min}$.

Приравнивая эти выражения и проделав простейшие преобразования, получим

$$t'_{k+1} = \frac{t_k' - t_{k+1}\dfrac{v_{\max}}{v_{\min}}}{1 - \dfrac{v_{\max}}{v_{\min}}}$$

или же

$$t'_{k+1} = \frac{t_{k+1}\dfrac{v_{\max}}{v_{\min}} - t_k'}{\dfrac{v_{\max}}{v_{\min}} - 1}. \tag{3}$$

Подставив в соотношение (3) значение t_{k+1}, выраженное формулой (2), и соответственно преобразуя ее, получим следующее выражение для предельного момента опроса

$$t'_{k+1} = \frac{v_{\max} - v^*(t_k')}{v_{\max} - v_{\min}} t_{\text{пл}} + \frac{v^*(t_k') - v_{\min}}{v_{\max} - v_{\min}} t_k'.$$

Учитывая теперь то, что от шага к шагу могут пересматриваться и меняться скоростные оценки подсистемы, выражение для предельного момента опроса в этом случае запишется, очевидно,

$$t'_{k+1} = \frac{v_{\max}(t_k') - v^*(t_k')}{v_{\max}(t_k') - v_{\min}(t_k')} t_{\text{пл}} + \frac{v^*(t_k') - v_{\min}(t_k')}{v_{\max}(t_k') - v_{\min}(t_k')} t_k'. \tag{4}$$

Для краткости записи, обозначая

$$\frac{v_{\max}(t_k') - v^*(t_k')}{v_{\max}(t_k') - v_{\min}(t_k')} = \beta_k$$

и

$$\frac{v^*(t_k') - v_{\min}(t_k')}{v_{\max}(t_k') - v_{\min}(t_k')} = \gamma_k,$$

формулу (4) переписываем

$$t'_{k+1} = \beta_k t_{\text{пл}} - \gamma_k t_k'. \tag{5}$$

Нетрудно проверить, что $\beta_k + \gamma_k = 1$.

Величина $(k+1)$-го шага опроса, определяемого путем использования формулы (2′), может быть записана

$$t_{k+1} - t_k = (t_{\text{пл}} - t_k)\left(1 - \frac{v^*(t_k)}{v_{\max}(t_k)}\right), \tag{6}$$

в то время как величина $(k+1)$-го шага опроса, определяемая при помощи формулы (5), будет иметь вид

$$t'_{k+1} - t_k' = (t_{\text{пл}} - t_k')\beta_k. \tag{7}$$

Сравнивая (6) и (7) и считая, что $t_k = t_k'$, легко видеть, что

$$t'_{k+1} - t_k' \geqslant t_{k+1} - t_k$$

равномерно для всех k. Действительно, из неравенства

$$\frac{v_{\max}(t_k) - v^*(t_k)}{v_{\max}(t_k) - v_{\min}(t_k)} \geqslant \frac{v_{\max}(t_k) - v^*(t_k)}{v_{\max}(t_k)}$$

вытекает неравенство

$$\beta_k \geqslant 1 - \frac{v^*(t_k)}{v_{\max}(t_k)},$$

что, очевидно, и доказывает наше утверждение.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА ПРОФИЛАКТИЧЕСКИХ ОПРОСОВ

Пусть кривая движения подсистемы к цели совпадает с плановой кривой $A(t)$, причем $A(t)$ задана в виде прямой. В этом случае опросы, осуществляемые по алгоритму, приведенному в п. 1 данной работы, будут носить профилактический характер.

Число профилактических опросов n может трактоваться как некоторая численная характеристика опрашиваемой подсистемы.

Если скоростные оценки подсистемы не пересматриваются от шага к шагу, то постоянными будут также параметры β_k и γ_k. Действительно, при при этом фактическая скорость $v^*(t)$ постоянна, так как кривая движения подсистемы к цели совпадает с плановой прямой. Тогда (5) можно переписать

$$t'_{k+1} = \beta t_{\text{пл}} + \gamma t_k{}', \tag{5'}$$

где $\beta = \beta_k$ и $\gamma = \gamma_k$. Заметим, что (5′) — линейное разностное уравнение. В связи с этим не представляет трудности нахождение решения данного уравнения относительно t_k'. Решив уравнение (5′), получим соотношение $t_k' = t_{\text{пл}} - (t_{\text{пл}} - t_1)\gamma^{k-1}$.

Используя данное выражение, можно получить формулу для величины k-го шага $t'_{k+1} - t_k' = \beta(t_{\text{пл}} - t_1)\gamma^{k-1}$.

Теперь учитывая то, что реальное движение совпадает с плановой прямой и тот очевидный факт, что при этом

$$\sum_{k=0}^{\infty} (t_{k+1} - t_k) = t_{\text{пл}},$$

можно написать также и выражение

$$t_{\text{пл}} = \beta(t_{\text{пл}} - t_1)\sum_{k=0}^{\infty} \gamma^{k-1}.$$

Так как $\gamma < 1$, то сумма в правой части равенства сходится. Представляя теперь рассматриваемое равенство в виде

$$t_{\text{пл}} = \beta(t_{\text{пл}} - t_1)\sum_{k=0}^{n} \gamma^{k-1} + \beta(t_{\text{пл}} - t_1)\sum_{k=n+1}^{\infty} \gamma^{k-1}, \tag{8}$$

можно заметить, что

$$\Delta_n = \beta(t_{\text{пл}} - t_1)\sum_{k=n+1}^{\infty} \gamma^{k-1}$$

является остаточным членом рассматриваемого сходящегося ряда. Здесь можно отметить только то, что параметром, накладывающим ограничения на величину остаточного члена Δ_n, может служить параметр $\Delta t_{\text{пл}}$, который определяет точность задания планового срока достижения цели $t_{\text{пл}} \pm \Delta t_{\text{пл}}$ и который может быть использован как критерий детализации подсистемы [2]. Таким образом, ограничение, налагаемое на величину Δ_n, запишется: $\Delta_n \leqslant \Delta t_{\text{пл}}$.

Перепишем (8)

$$t_{\text{пл}} = \beta(t_{\text{пл}} - t_1)\sum_{k=0}^{n} \gamma^{k-1} + \Delta t_{\text{пл}} \tag{9}$$

и отметим, что член под знаком суммы в правой части этого равенства является суммой убывающей геометрической прогрессии, и поэтому

$$\sum_{k=0}^{n} \gamma^{k-1} = \frac{1}{\gamma} + \frac{\gamma^n - 1}{\gamma - 1}.$$

Подстановка этого выражения в (9) и проведение некоторых простейших преобразований приводит нас к соотношению

$$1 - \frac{\gamma (t_{\text{пл}} - \Delta t_{\text{пл}})}{t_{\text{пл}} - t_1} = \gamma^{n+1},$$

откуда нетрудно увидеть, что

$$n = \frac{\ln\left[1 - \frac{\gamma (t_{\text{пл}} - \Delta t_{\text{пл}})}{t_{\text{пл}} - t_1}\right]}{\ln \gamma} - 1.$$

Очевидно, полученное соотношение имеет смысл, когда $\gamma t_{\text{пл}} \leqslant t_{\text{пл}} - t_1$. Нетрудно проверить, что это соотношение выполняется всегда.

Теперь учитывая то, что $t_{\text{пл}} - t_1 = t_{\min}$, т. е. наиболее раннему времени достижения подсистемой цели, окончательное выражение для количества профилактических опросов, требуемых для контроля подсистемы, характеризуемой параметрами $t_{\text{пл}}$, γ и $\Delta t_{\text{пл}}$, будет иметь вид

$$n = \frac{\ln\left(\frac{1}{\gamma} - \frac{t_{\text{пл}} - \Delta t_{\text{пл}}}{t_{\min}}\right)}{\ln \gamma}. \tag{10}$$

3. ОПТИМИЗАЦИЯ КОЛИЧЕСТВА ОПРОСОВ

Приведенные в [1] и в п. 1 настоящей статьи алгоритмы определения шага квантования являются разумными в том смысле, что получаемая при этом частота опроса будет достаточной для обеспечения достижения подсистемой цели за счет использования внутренних ресурсов подсистемы.

Представляет определенный интерес также оптимизация частоты опроса по критерию минимальных потерь в системе.

Рассмотрим систему, состоящую из l подсистем S_i, $i = 1, 2, \ldots, l$, причем в C — управляющую часть системы S — поступает информация от каждой из подсистем S_i, $i = 1, 2, \ldots, l$. Необходимо выбрать оптимальное количество опросов для каждой S_i, $i = 1, 2, \ldots, l$. Пусть полное количество информации о всей системе равно E, а величина $H(n_1, n_2, \ldots, n_l)$ есть неопределенность нашего знания о системе при выбранных количествах опросов. Тогда $E - H$ — количество информации о системе, полученное в результате опроса. Введем две величины стоимости: q_1 — стоимость получения и обработки единицы информации, q_2 — стоимость единицы недостающей информации (неопределенности). Из-за существования этой неопределенности появляются потери в рассматриваемой системе. Тогда основной задачей при выборе количества опросов является минимизация функции

$$[E - H(n_1, n_2, \ldots, n_l)]\, q_1 + H(n_1, n_2, \ldots, n_l)\, q_2. \tag{11}$$

Показано [3], что при стационарном процессе накопления информации от подсистем данной системы функция $H(n_1, n_2, \ldots, n_l)$ принимает вид

$$H(n_1, n_2, \ldots, n_l) = \sum_{i=1}^{l} \frac{c_i}{n_i}, \qquad (12)$$

где c_i — постоянные, определяемые по характеристикам процесса движения подсистемы S_i к некоторой цели.

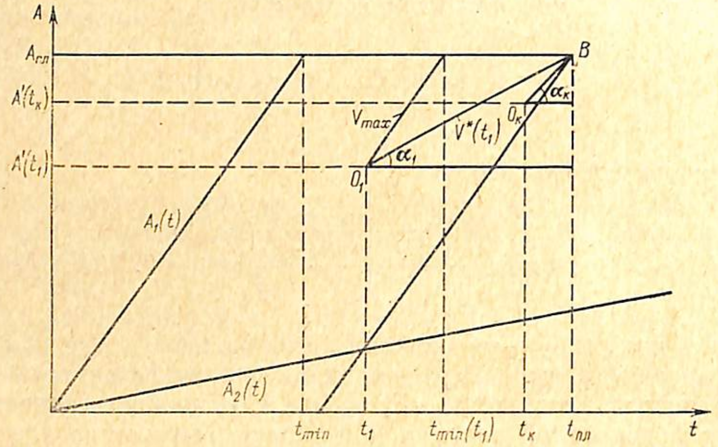

Рис. 2

При минимизации выражения (11) необходимо учесть ограничение

$$\sum_{i=1}^{l} n_i \tau_i \leqslant w, \qquad (13)$$

где τ_i — время, затрачиваемое на обработку информации при одном поступлении ее в C из S_i, $i = 1, 2, \ldots, l$ а w — время, отводимое на обработку информации, поступившей в результате всех опросов в системе. Другими словами, величина w характеризует пропускную способность управляющей части системы. Очевидно, могут существовать ограничения и других видов.

Теперь, исходя из минимизации выражения (11), а также, учитывая (12) и (13), можно найти оптимальные, в смысле потерь в системе, значения n_i для каждой подсистемы S_i, $i = 1, 2, \ldots, l$ [4]. Таким образом, мы будем иметь два значения числа опросов для каждой подсистемы S_i: одно значение числа опросов n_i получено только что; что же касается другого значения, то оно зависит от режима движения подсистемы к цели, и в этом случае заранее можно определить только лишь значение профилактического числа опросов по (10). Чтобы в этом случае получить оптимальную стратегию опроса, мы должны поступить следующим образом.

По алгоритму, приведенному в п. 1, производим первый опрос подсистемы и получаем значение фактически выполненного объема работ $A'(t_1)$ в момент t_1 (точка O_1 на рис. 2). В зависимости от величины разности $A(t_1) - A'(t_1)$ принимаем соответствующие решения и формируем управляющее воздействие на подсистему, т. е. задаем такую среднюю скорость ее движения к цели $v^*(t_1)$, которая обеспечивает движение подсистемы к цели по прямой O_1B (рис. 2), соединяющей точки с координатами $(t_1, A'(t_1))$ и $(t_{пл}, A_{пл})$. Нетрудно получить для рассматриваемого случая выражение для числа профилактических опросов подсистемы. Действительно, если движение начинается из точки $O_1(t_1, A'(t_1))$, то выражение для наиболее раннего времени достижения цели подсистемой запишется, очевидно,

$$t_{\min}(t_1) = \frac{A_{\text{пл}} - A(t_1)}{v_{\max}}.$$

При этом время, оставшееся до конца планового периода, равно $t_{\text{пл}} - t_1$.

Поэтому число профилактических опросов, выраженное формулой (10), в данном случае, соответствующем движению системы по прямой O_1B, запишется

$$n(t_1) = \frac{\ln\left[\dfrac{1}{\gamma} - \dfrac{(t_{\text{пл}} - \Delta t_{\text{пл}})\,v_{\max}}{A_{\text{пл}} - A'(t_1)}\right]}{\ln\gamma}.$$

В общем случае, если после k-го опроса состояние подсистемы характеризуется некоторой точкой $O_k(t_k, A'(t_k))$, то управляющее воздействие при этом должно вырабатываться такое, которое обеспечивало бы движение к цели по прямой O_kB. Выражение для числа профилактических опросов в этом случае

$$n(t_k) = \frac{\ln\left[\dfrac{1}{\gamma} - \dfrac{(t_{\text{пл}} - \Delta t_{\text{пл}})\,v_{\max}}{A_{\text{пл}} - A'(t_k)}\right]}{\ln\gamma}. \qquad (14)$$

Если после первого опроса $n(t_1) = n_i - 1$, то опрос продолжается дальше по алгоритму, приведенному в п. 1. Если же $n(t_1) \neq n_i - 1$, то приходим к рассмотрению двух случаев:

а) $n(t_1) > n_i - 1$.

В этом случае управляющее воздействие состоит в увеличении скорости движения подсистемы к цели до тех пор, пока количество профилактических опросов, определяемых этой новой скоростью движения к цели (наклон прямой O_1B), не совпадет с $n_i - 1$;

б) $n(t_1) < n_i - 1$.

В этом случае управляющее воздействие заключается в уменьшении скорости движения подсистемы к цели до тех пор, пока количество профилактических опросов не совпадает с $n_i - 1$.

Это означает, что формально мы можем планировать меньшую скорость движения подсистемы к цели, чем это нужно для достижения данной цели к моменту времени $t_{\text{пл}}$.

Момент следующего опроса определяем по процедуре, приведенной в п. 1, и получаем момент опроса t_2. Тогда состояние подсистемы будет характеризоваться некоторой точкой $O_2(t_2, A'(t_2))$. Если в этом случае количество профилактических опросов, соответствующее прямой O_2B и выраженное формулой (14) для $k = 2$, равно $n_i - 2$, система не должна производить никаких управляющих воздействий до следующего момента опроса, определяемого алгоритмом п. 1. Если $n(t_2) > n_i - 2$, то приходим к случаю, аналогичному а). Если же $n(t_2) < n_i - 2$, то производится формирование управляющего воздействия на систему в соответствии со случаем б) и т. д.

Описанной процедурой достигается точное соответствие количества опросов с заранее выбранным оптимальным значением n_i.

4. ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ РЕСУРСОВ В СИСТЕМЕ

Процесс управления системой S связан с изменением скорости движения подсистем S_i, если в момент опроса $t_k{}^i$, $i = 1, 2, \ldots, l$; $k = 1, 2, \ldots, n_i$, будет установлено рассогласование с планом. В ряде случаев [1] это изменение скорости может быть достигнуто лишь перераспределением ресурсов системы S между подсистемами S_i. Это перераспределение следует производить некоторым оптимальным образом.

Обозначим часть ресурсов подсистемы S_i, которые могут быть перераспределены, т. е. могут использоваться для изменения скорости какой-то другой подсистемы в момент времени t через $R_i'(t)$; очевидно, $R_i'(t) \leqslant R_i(t)$. Общее количество перераспределяемых ресурсов, которыми обладает вся система S, обозначим через $R'(t)$, причем

$$\sum_{i=1}^{l} R_i'(t) = R'(t) \leqslant R(t). \tag{15}$$

Ясно, что все перераспределяемые ресурсы могут быть выражены в одних и тех же единицах (например, стоимостных). Количество комплексного ресурса, необходимое для изменения скорости i-й подсистемы на $\Delta v^{(i)}$, по-прежнему будем обозначать через r_1, рассогласование i-й подсистемы в момент времени t_k обозначим через $\varepsilon_k{}^{(i)} = \Delta A_i(t_k^{(i)})$. Пусть $\alpha_k^{(i)}$ будет долей общего ресурса подсистем $S_1, S_2, \ldots, S_{i-1}, S_{i+1}, \ldots, S_l$, которую получает подсистема S_i для изменения своей скорости при ликвидации рассогласования. Совокупность $\alpha_k^{(i)}$ подчиняется ограничениям

$$\frac{R_i(t_k{}^{(i)}) + \alpha_k{}^{(i)}[R'(t_k{}^{(i)}) - R_i'(t_k{}^{(i)})]}{r_i}\Delta v^{(i)} = v_0{}^{(i)} + \frac{\varepsilon_k{}^{(i)}}{t_{\text{пл}} - t_k{}^{(i)}}, \tag{16}$$
$$i = 1, \ldots, l;\ k = 1, 2, \ldots, n_i,$$

где $v_0{}^{(i)}$ — фактическая скорость подсистемы S_i в момент $t_k{}^{(i)}$

$$R_i(t_k{}^{(i)}) + \alpha_k{}^{(i)}[R'(t_k{}^{(i)}) - R_i'(t_k{}^{(i)})] \geqslant 0, \tag{17}$$
$$i = 1, 2, \ldots, l;\ k = 1, 2, \ldots, n.$$

Условие (17) связано с тем, что количество ресурсов i-й подсистемы не может стать отрицательным. Совокупность условий (15) — (17) образует систему ограничений для $\alpha_k{}^{(i)}$. Целевую функцию можно выбрать многими способами, например, в виде

$$\sum_i \sum_k [\alpha_k{}^{(i)}]^2 = \min \tag{18}$$

или

$$\sum_i \sum_k |\alpha_k{}^{(i)}| = \min. \tag{19}$$

Условия (18), (19) выражают требование минимизации перераспределений в S. Очевидно, выбор (18) более оправдан.

Задача (15) — (18) является типичной многошаговой задачей динамического программирования. Методы ее решения подробно разработаны в [5, 6].

Задача (15) — (18) в силу простоты целевой функции даже для сложной системы S поддается численному решению на ЭВМ.

5. ПРИСУЖДЕНИЕ ПРИОРИТЕТОВ ПРИ ОПЕРАТИВНОМ УПРАВЛЕНИИ

Пусть заданы опрашиваемые подсистемы $\{S_1, S_2, \ldots, S_l\}$, результаты опроса которых поступают на блок управления всей системы и содержат информацию о фактическом состоянии выполнения планового задания. Из-за несогласованности моментов опроса различных подсистем может возникнуть ситуация, в которой необходимо расставить заявки в порядке их значимости (значимость должна быть определена, исходя из целей всей системы S). Эта расстановка усложняется тем, что значимость заявки от подсистемы должна меняться в зависимости от величины рассогласования и времени.

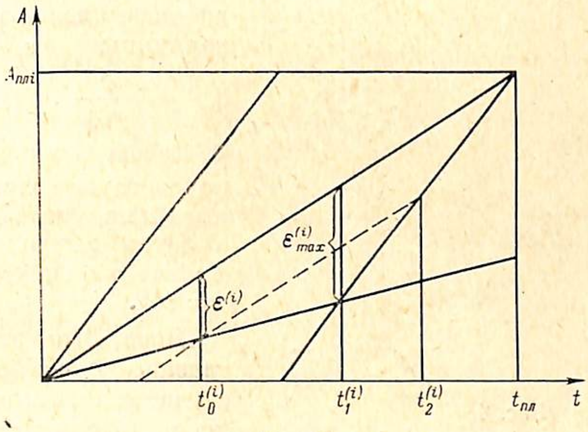

Рис. 3

Могут быть предложены некоторые способы определения весов подсистем, позволяющих соизмерять вклад каждой из них в достижение цели всей системой. Для линейных моделей могут быть использованы идеи блочного алгоритма Данцига [7], в котором показывается возможность нахождения оценки каждого выделяемого блока (рассматриваемого как подсистема) для всех подсистем одного уровня. Эта оценка определяет вес подсистемы при условии ее оптимальной работы.

Другим возможным способом определения оценок является метод построения «графа превосходства» путем попарного сравнения подсистем: вершинами этого графа служат подсистемы S_i, $i = 1, 2, \ldots, l$, граф содержит дугу (S_i, S_j) в том случае, если подсистема S_i важнее S_j с точки зрения целей всей системы S; граф содержит дугу (S_j, S_i), если S_j важнее S_i, и содержит дуги (S_i, S_j) и (S_j, S_i) при равнозначности подсистем.

По матрице смежности построенного таким образом графа известным способом [8] можно получить оценки каждой из подсистем.

Вообще говоря, оценки, найденные различными способами, могут не совпадать друг с другом, поэтому выбор того или иного способа зависит от реальных условий. Оба описанных способа пригодны для нахождения статических, начальных оценок подсистем. Однако в процессе реализации плана возникают ситуации рассогласования. Естественно, что принятие решений по их ликвидации не может основываться на первоначальных оценках. Значимость одной и той же величины рассогласования не одинакова для различных моментов планового периода.

Пусть $\lambda_0^{(i)}$ первоначальная оценка подсистем S_i; ε_i — замеренная величина рассогласования для S_i в момент времени t, т. е. $\varepsilon^{(i)}(t) = \Delta A_i(t) = A_i(t) - A_i'(t)$; $t_1^{(i)}$ — первый момент опроса подсистемы S_i, определенный согласно алгоритму п. 1; $t_2^{(i)}$ — момент времени, начав работу в который, подсистема имеет возможность выполнить плановое задание, двигаясь с максимальной скоростью, если рассогласование равно $\varepsilon^{(i)}$ (рис. 3).

Текущую оценку веса подсистемы обозначим через $\lambda^{(i)} = \lambda^{(i)}(\lambda_0^{(i)}, \varepsilon^{(i)}, t)$.

Из рассмотрения хода процесса управления можно заметить, что функция $\lambda^{(i)}$ является кусочно-линейной функцией времени.

На рис. 4 изображено изменение $\lambda^{(i)}$ в зависимости от t при фиксировании $\lambda_0^{(i)}$ и $\varepsilon_0^{(i)}$.

На первом участке от $t = 0$ до $t_0^{(i)}$ сохраняется первоначально присвоенный приоритет $\lambda_0^{(i)}$, точка $t_0^{(i)}$ определяется как первый момент времени, в который рассогласование может впервые достигнуть заданной величины $\varepsilon_0^{(i)}$. Очевидно, $t_0^{(i)} = \dfrac{\varepsilon_0^{(i)}}{v_{\text{пл}}}$. При данном рассогласовании $\varepsilon_0^{(i)}$ значимость подсистемы сохраняется постоянной на участке от $t_0^{(i)}$ до $t_1^{(i)}$, а затем возрастает до максимального значения в точке $t = t_2^{(i)}$.

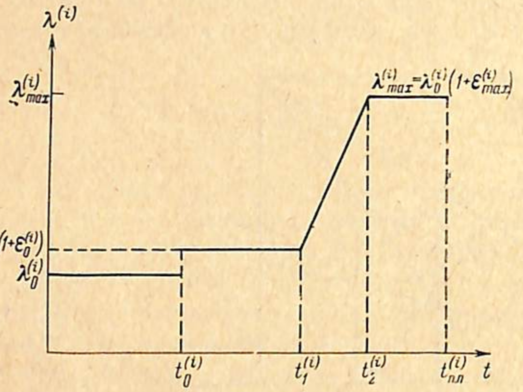

Рис. 4

Ясно, что это возрастание связано со все более укорачивающимся промежутком времени, в течение которого можно ликвидировать рассогласование. В промежутке от $t = t_2^{(i)}$ до $t = t_{\text{пл}}^{(i)}$ значение $\lambda^{(i)}$ совпадает с $\lambda^{(i)}_{\max}$. Аналитически выражение для $\lambda^{(i)}$ может быть записано

$$\lambda^{(i)}(\lambda_0^{(i)}, \varepsilon_0^{(i)}, t) = \begin{cases} \lambda_0^{(i)}, \; 0 \leqslant t \leqslant t_0^{(i)}, \\ \lambda_0^{(i)}(1+\varepsilon_0^{(i)}), \; t_0^{(i)} \leqslant t \leqslant t_1^{(i)}, \\ \lambda_0^{i}(\varepsilon^{(i)}_{\max} - \varepsilon_0^{(i)}) \dfrac{t - t_1^{(i)}}{t_2^{(i)} - t_1^{(i)}} + \lambda_0^{(i)}(1+\varepsilon_0^{(i)}), \; t_1^{(i)} \leqslant \\ \leqslant t \leqslant t_2^{(i)}, \\ \lambda_0^{(i)}(1+\varepsilon^{(i)}_{\max}), \; t = t_1^{(i)} = t_2^{(i)}, \\ \lambda_0^{(i)}(1+\varepsilon^{(i)}_{\max}), \; t_2^{(i)} < t = t_{\text{пл}}. \end{cases} \tag{20}$$

При поступлении сигналов об отклонении от нескольких подсистем в момент t при заданных величинах рассогласований вычисляются текущие значения весов $\lambda^{(i)}$ и в соответствии с величиной $\lambda^{(i)}$ устанавливается очередь на ликвидацию рассогласований.

6. ОБОБЩЕННЫЙ АЛГОРИТМ ОПЕРАТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ В СОУ

Результаты, полученные авторами в данной работе, а также в [1], позволяют сформулировать некоторый обобщенный алгоритм оперативного управления в системах организационного управления.

1. Распределение планового задания системы $\pi = [A_{\text{пл}}(t), t_{\text{пл}}]$ по подсистемам $\{S_1, S_2, \ldots, S_l\}$ происходит согласно процедуре, приведенной в [1]. Это означает, что каждой из рассматриваемых подсистем S_i, $i = 1, 2, \ldots, l$, ставится в соответствие некоторое плановое задание $\pi_i = [A_{\text{пл}\,i}(t),$

$t_{\text{пл}\, i}$]. Для каждой из рассматриваемых подсистем задается также критерий детализации $\Delta t_{\text{пл}i}$ [2].

2. Определяются оптимальные значения количества опросов n_i, $i = 1, 2, \ldots, l$, для подсистем $\{S_1, S_2, \ldots, S_l\}$, обеспечивающие минимизацию функции (11) при ограничениях (13).

3. Для каждой подсистемы S_i, $i = 1, 2, \ldots, l$, определяется единица комплексного ресурса r_i [1], которая зависит от рода выполняемых работ в данной подсистеме.

4. Величине r_i соответствует некоторая единичная скорость выполнения работы подсистемой $\Delta v^{(i)}$ ($\Delta v^{(i)}_{\min} \leqslant \Delta v^{(i)} \leqslant \Delta v^{(i)}_{\max}$), где $\Delta v^{(i)}_{\max}$ и $\Delta v^{(i)}_{\min}$ — максимальная и минимальная скорости выполнения работы единицей рассматриваемого комплексного ресурса.

5. Определяется мощность ресурсов подсистемы $N_i = \dfrac{R_i - \Delta R_i}{r_i}$.

6. Определяется максимальная скорость $v^{(i)}_{\max}$ $v^{(i)}_{\max} = \Delta v^{(i)}_{\max} N_i$.

7. Методом построения «графа превосходства» определяются первоначальные оценки весов подсистем $\lambda_0^{(i)}$, $i = 1, 2, \ldots, l$ (см. п. 4), в соответствии с которыми должен определяться порядок опроса подсистем по их значимости.

8. Вычисляется значение плановой скорости движения к цели, обеспечивающее достижение цели к моменту $t_{\text{пл}i}$ $v_0^{(i)} = \dfrac{A_{\text{пл}\, i}}{t_{\text{пл}\, i}}$.

9. Определяются первые моменты опроса для каждой подсистемы $t_1^{\prime(i)}$ (см. п. 1), которые устанавливают порядок опроса подсистем. В случае совпадения первых моментов опроса для ряда подсистем вступает в силу определение порядка опроса подсистем по их значимости в соответствии с параметрами $\lambda_0^{(i)}$.

10. Управляющим органом системы S в момент $t_1^{\prime(i)}$ ($\lambda_0^{(i)}$) производится первый опрос подсистемы S_i и определяется истинное значение выполненного объема работы $A'_i(t_1^{\prime(i)})$.

11. Полученное после первого опроса истинное значение выполненного объема работы $A'_i(t_1^{\prime(i)})$ сравнивается с плановым объемом $A_i(t_1^{\prime(i)})$ и определяется рассогласование $\Delta A_i(t_1^{\prime(i)}) = A_i(t_1^{\prime(i)}) - A_i'(t_1^{\prime(i)})$.

12. Вычисляется значение требуемого изменения скорости $\dfrac{\Delta A_i(t_1^{\prime(i)})}{t^{(i)}_{\text{пл}} - t_1^{\prime(i)}}$.

13. Сумма $v_0^{(i)} + \dfrac{\Delta A_i(t_1^{\prime(i)})}{t^{(i)}_{\text{пл}} - t_1^{\prime(i)}} = v^{*(i)}$ представляет собой управляющее воздействие на подсистему S_i, вырабатываемое блоком принятия решений C'' [1].

14. Значение $v^{*(i)}$ поступает на интегрирующее звено I_1 [1] с постоянной интегрирования, равной единице, и с ограничителем на входе, характеристика которого имеет вид

$$v^{(i)} = \begin{cases} 0 \text{ при } v^{*(i)} < 0, \\ v^{(i)}_{\min} \text{ при } 0 \leqslant v^{*(i)} \leqslant v^{(i)}_{\min}, \\ v^{*(i)} \text{ при } v^{(i)}_{\min} < v^{*(i)} < v^{(i)}_{\max}, \\ v^{(i)}_{\max} \text{ при } v^{*(i)} \geqslant v^{(i)}_{\max}. \end{cases}$$

$v^{*(i)} > v^{(i)}_{\max}$ означает, что ресурсы подсистемы S_i недостаточны для обеспечения требуемой скорости $v^{*(i)}$.

15. Полученное при этом на входе ограничителя значение $v^{(i)}$ возвращается в блок принятия решений C'' [1] и сравнивается с требуемым значением скорости $v^{*(i)}$ на входе данного звена. При отсутствии разбаланса, т. е. при $\delta v^{(i)} = v^{*(i)} - v^{(i)} = 0$, подсистеме S_i задается величина скорости $v^{*(i)}$, с которой она должна двигаться к цели. Управляющий орган C системы S в некоторый момент $t_1^{'(j)}(\lambda_0{}^{(j)})$ производит опрос подсистемы S_j, следующей по установленному выше порядку. Для подсистемы S_j производятся процедуры, аналогичные процедурам, произведенным с подсистемой S_i и т. д.

16. При наличии же разбаланса $\delta v^{(i)} \neq 0$ необходимо произвести перераспределение ресурсов. Для этого производится опрос всех оставшихся подсистем с целью выяснения возможностей перераспределения.

17. При опросе подсистем S_i, $i = 1, 2, \ldots, l$, определяются значения скоростей $v^{*(i)}$, $i = 1, 2, \ldots, l$. Здесь могут встретиться два случая (см. п. 3): а) профилактическое число опросов, соответствующее скорости движения $v^{*(i)}$ подсистемы S_i к цели $n(t_1^{'(i)}) = n_i - 1$, где n_i — оптимальное число опросов данной системы; б) профилактическое число опросов $n(t_1^{'(i)}) \neq n_i - 1$.

18. Решается задача динамического программирования с целевой функцией (18) и ограничениями (15) — (17). Причем в случае а) п. 18 второе слагаемое в правой части ограничения (16)

$$\Delta v^{*(i)} = \frac{\Delta A_i(t_1^{'(i)})}{t_{\text{пл}}^{(i)} - t_1^{'(i)}}$$

остается без изменения. Если же имеет место случай б), то $\Delta v^{*(i)} = v^{*(i)} - v^{0(i)}$, где $v^{*(i)}$ подбирается таким образом, чтобы соответствующее значение профилактических опросов было равно $n_i - 1$.

19. После перераспределения ресурсов и задания подсистемам S_i, $i = 1, 2, \ldots, l$, требуемых скоростей $v^{*(i)}$, $i = 1, 2, \ldots, l$, определяются вторые точки опроса для всех подсистем $t_2^{'(i)}$, $i = 1, 2, \ldots, l$, по алгоритму, приведенному в п. 3.

20. Одновременно вычисляются значения текущей оценки весов подсистем по формуле (20), в соответствии с которыми должен определяться порядок подсистем по их значимости.

21. Далее проводятся процедуры, аналогичные описанным выше.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. К. Бабунашвили, М. А. Бермант, И. Б. Руссман. Контроль и управление в организационных системах. Экономика и матем. методы, 1969, т. V, вып. 2.
2. М. К. Бабунашвили. Об одном необходимом условии оптимальности иерархической структуры управления. Сообщения АН ГрузССР, 1967, т. XLVIII, № 1.
3. К. Д. Гарбер. Разработка методики определения исходных данных для расчета средств автоматизированной обработки информации для оперативного управления производством. Канд. дис., Л., Ленинградский инженерно-экономический институт, 1966.
4. Дж. Хедли. Нелинейное и динамическое программирование. М., «Мир», 1967.
5. Р. Беллман. Динамическое программирование. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
6. Р. Беллман, С. Дрейфус. Прикладные задачи динамического программирования. М., «Наука», 1965.
7. Е. Г. Гольштейн, Д. Б. Юдин. Новые направления в линейном программировании. М., «Сов. радио», 1966.
8. К. Берж. Теория графов и ее применения. М., Изд-во иностр. лит., 1962.

Поступила в редакцию
24 IX 1968