

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И КОРРЕКТИРОВКИ ГОДОВОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ

Ю. Т. БУБНОВ

(Куйбышев)

1. ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ВОПРОСА

Современный мелкосерийный машиностроительный завод как объект управления представляет собой многомерную инерционную систему, подверженную большим внутренним и внешним возмущениям, а выход продукции — дискретный колебательный процесс, достигающий максимума в конце планируемых периодов (рис. 1).

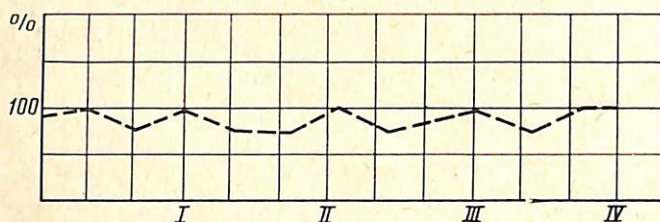


Рис. 1 (I—IV кварталы)

Существенным отличием мелкосерийного производства является работа в режиме постоянного освоения новой номенклатуры, задание на выпуск которой поступает в любое время планового периода. Задержка поставщиков, брак, колебания рабочей силы за счет текучести отрицательно влияют на деятельность завода. Управление заводом осуществляется по нескольким выходным показателям, которые учитывают интересы государства и предприятия. Все эти особенности являются характерными для мелкосерийных заводов с коротким циклом обработки деталей. Поэтому для получения желаемых технико-экономических показателей целесообразно в начале каждого квартала делать корректировки составляющих компонентов входного вектора управления с учетом возмущений.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ВОПРОСА

Пусть дан вектор-столбец управления

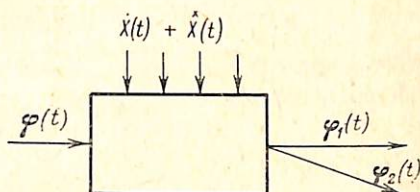
$$\begin{vmatrix} m(t) \\ T(t) \\ C(t) \end{vmatrix} \begin{array}{l} \text{— номенклатура,} \\ \text{— трудоемкость,} \\ \text{— стоимость.} \end{array}$$

Заданы диапазоны управления входных компонентов. На систему накладываются внешние возмущения

$$\dot{X}(t) = \begin{cases} m_2^\times(t) & \text{— коррективировка по номенклатуре,} \\ P_2^\times(t) & \text{— колебания рабочей силы,} \\ T_2^\times(t) & \text{— изменения технологические,} \\ K_2^\times(t) & \text{— изменения конструктивные,} \\ \Pi_2^\times(t) & \text{— задержка поставщиков.} \end{cases}$$

Вектор внешних и внутренних помех резко влияет на отклонение от нормативов незавершенного производства в конце планируемого периода.

Рис. 2 ($\varphi(t)$ — детерминируемая часть управления, $\varphi_1(t)$ — планируемый выпуск продукции, $\varphi_2(t)$ — фактический выпуск продукции, $\dot{X}(t) + \dot{X}^\times(t)$ — возмущения или помехи)



В состав незавершенного производства входят изделия со сравнительно большим циклом обработки. На детерминируемую часть управления накладывается вектор полезных помех, т. е. повышение производительности труда. Тогда формирование квартальных планов завода будет состоять из расчета желаемого выходного вектора

$$\varphi_1(t) = \begin{cases} m_1(t) & \text{— номенклатура,} \\ K_1(t) & \text{— количество, соответствующее позиции номенклатуры} \\ T_1(t) & \text{— трудоемкость,} \\ C_1(t) & \text{— стоимость} \end{cases}$$

и корректировки входного управляющего вектора $\varphi(t)$, который наилучшим образом приближает фактический выпуск продукции $\varphi_2(t)$ к планируемому $\varphi_1(t)$ (рис. 2).

3. РАСЧЕТ ЖЕЛАЕМОГО ВЫХОДНОГО ВЕКТОРА

Квартальная программа формируется исходя из годовой, которая учитывает пропускную способность завода. Экономически целесообразно планируемую «сверху» продукцию или директивную часть плана, а также необязательную часть распределить равномерно по кварталам так, чтобы набранные суммы из различных деталей по трудоемкости, стоимости и количеству, входящих в позицию номенклатуры, были равны между собой. Данное распределение создает предпосылки к ритмичной работе завода.

Пусть дано множество A вещественных чисел X_i . Все $X_i > 0$, в то же время $X_i = f(T_i, C_i, K_i)$. Требуется разбить множество A на четыре группы так, чтобы групповые суммы были приблизительно равны между собой. Введем дополнительные обозначения: g — количество кварталов; m — вся номенклатура; K_i — количество деталей, входящих в i -ю позицию номенклатуры, $i = 1, \dots, m$, шт., $\{T_i, C_i\}$ — трудоемкость и стоимость одной i -й позиции номенклатуры; $\{S_{gt}, S_{gc}, S_{gk}\}$ — квартальные суммы по трудоемкости, стоимости и количеству.

В результате обработки статистического материала одного завода через интервалы $\Delta K = 20$ шт., $\Delta C = 200$ руб., $\Delta T = 200$ н/час получены гистограммы распределения частот, представленные на рис. 3. Очевидно,

вероятность появления детали с большой значимостью по трудоемкости, стоимости и количеству, соответствующая одной позиции номенклатуры, стремится к нулю (рис. 3). Воспользовавшись условием Линдинберга [1] о стремлении сумм к закону Гаусса в случае малой вероятности встречи

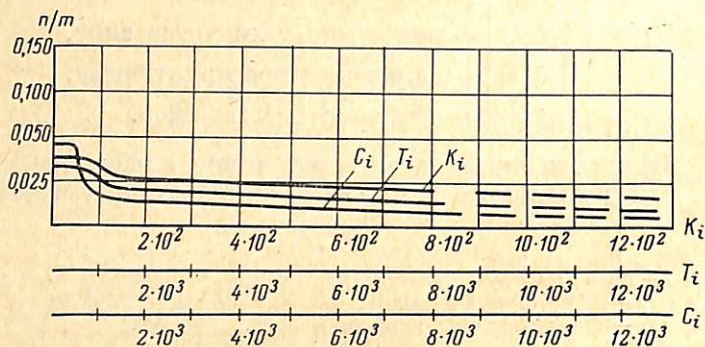


Рис. 3

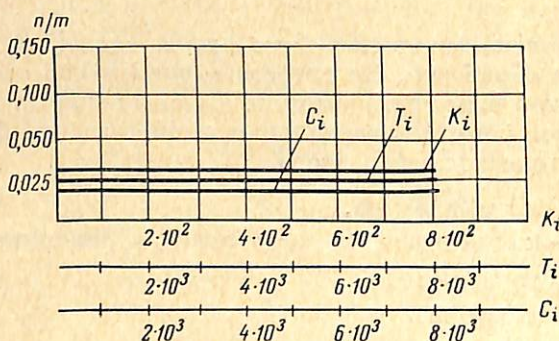


Рис. 4

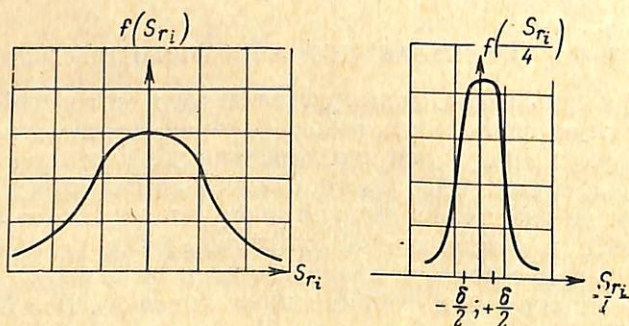


Рис. 5

весомого числа среди рассматриваемого множества, сделаем предположение о сходимости годовой производственной программы к нормальному закону.

С целью доказательства сходимости квартальных планов к закону Гаусса распределение (рис. 3) преобразуем в равномерное распределение частот (рис. 4) делением на две части K_i в каждой i -й позиции номенклатуры с резко выделяющимся количеством, а также путем частичной группировки деталей с небольшими значениями по T_i , C_i и K_i . Введем интеграль-

ный показатель в виде модуля случайной векторной величины $r_i = \sqrt{T_i^2 + C_i^2 + K_i^2}$. Закон распределения модуля случайной векторной величины от равномерно распределенных координат является также равномерным [2]. Следовательно, распределение сумм $r_i \in A$ на основании центральной предельной теоремы будет стремиться к закону Гаусса. Тогда модель распределения деталей по кварталам представляет декомпозицию устойчивого закона Гаусса и попадание групповых сумм в интервал $(-\delta/2; +\delta/2)$. При $\delta \rightarrow 0$ модель распределения годовой программы интерпретируется как дельта-функция Дирака, которая широко применяется в теории автоматического регулирования для определения импульсной переходной функции системы управления (рис. 5).

4. РАСЧЕТ ИНТЕРВАЛА «НЕВЯЗКИ» ГРУППОВЫХ СУММ

Для получения групповых сумм с «невязкой» δ воспользуемся свойством натурального ряда чисел, расположенного в виде возвратно-поступательной цепи. Так, если расположить ряд в виде матрицы

$$\begin{array}{cccc} 15 & 14 & 13 & 12 \\ 8 & 9 & 10 & 11 \\ 7 & 6 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{array} \quad (1)$$

и произвести суммирование по столбцам, то в результате получим равные групповые суммы. Перейдем к расчету интервала «невязки» групповых сумм по комплексу равномерно распределенных экономических показателей (рис. 4).

Распределение модуля случайной векторной величины $r_i \in A$ в условиях задачи интерпретируется в объеме одной четверти шара. Следовательно, вероятность равномерно распределенной величины пропорциональна элементу объема $dP(T, C, K) = \text{const } \Delta T \Delta C \Delta K$. Тогда вероятность нахождения положительной величины в трехмерном пространстве на расстоянии r от начала координат равна произведению $4\pi r^2/4$ на толщину dr (2), т. е. $dP(r) = \text{const } \pi r^2 dr$, где $\pi r^2 dr$ — объем шарового слоя (рис. 6).

Разобьем шаровой слой $\pi r^2 dr$ на l равных по величине диапазонов. Согласно (1), произведем свертку шарового слоя $\pi r^2 dr/l$. Величину групповой погрешности по трудоемкости на основании теории допусков замыкающих размеров [3] определим по формуле

$$\delta_T = 3\Delta T + 1,73 \sqrt{\sum_{i=1}^{n'} \Delta T^2}, \quad (2)$$

где n' — число элементов в g -й группе; ΔT — допуск на аппроксимацию $T_i \in A$. (В условиях задачи $\Delta T = 200$ н/час.) В (2) первое слагаемое учи-

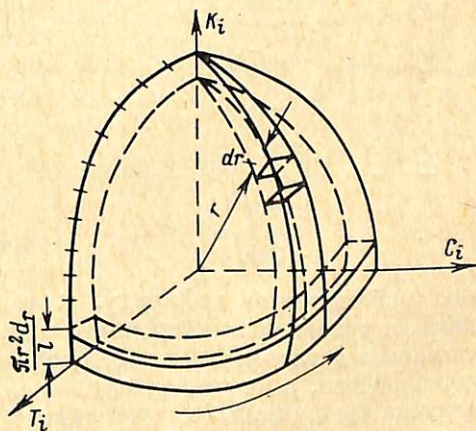


Рис. 6

тывает худший вариант, возникающий при распределении по схеме (1) для нечетного числа строк. Определим погрешность по стоимости

$$\delta_c = C_{\max} + 3\Delta C + 1,73 \sqrt{\sum_{i=1}^{n'} \Delta C^2}, \quad (3)$$

где $\Delta C = 200$ руб. Величину δ_k определим по (2) применительно к $K_i = 20$ шт. Для уменьшения погрешности δ_c расположим групповые

суммы $\left\| \begin{matrix} S_{g c_{i,j}} \\ S_{g \tau_{i,j}} \\ S_{g K_{i,j}} \end{matrix} \right\|, i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, \dots, l$, по схеме (2) относительно s_{dcij}

Просуммируем результаты распределений l шаровых слоев $\pi r^2 dr/l$ и получим «невязку»

$$\delta_{dr} = \sqrt{\delta_{dk}^2 + \delta_{dc}^2 + \delta_{dr}^2}. \quad (4)$$

Суммируя результаты распределения d шаровых слоев по схеме (1) относительно S_{gij} , получим окончательно

$$\delta = \sqrt{\sum_{j=1}^d \delta_{drj}^2}. \quad (5)$$

В результате практического распределения годовой программы по кварталам были получены межгрупповые погрешности $\delta_\tau = 3\%$, $\delta_c = 2\%$, $\delta_k = 6\%$. Межгрупповые «невязки» без предварительного выравнивания гистограмм (рис. 3, 4) ухудшаются существенно и соответственно равны: $\delta_\tau = 8\%$, $\delta_c = 10\%$, $\delta_k = 12\%$.

5. КОРРЕКТИРОВКА ВХОДНОГО ВЕКТОРА УПРАВЛЕНИЯ

Современный производственный процесс машиностроительного завода является высокочастотным [4]. Цеха за-

вода работают по дефициту, т. е. по различным корректировкам программ и требованию сборочного цеха, в то же время работа ведется по плановым деталям. Такое двойное управление приводит к неритмичности производства, а завод заинтересован в стабильности планов, ритмичности выпуска продукции, которая может осуществляться за счет устранения внутренних и внешних помех.

В реальной системе управления человеко-машинным объектом полностью устранить помехи невозможно. Поэтому необходимо определить их удельную часть в выходе продукции. Воспроизведение управляемого сигнала на выходе возможно методом фильтрации. Если подать на вход системы квартальный план $S_g = f(T_i, C_i, K_i)$, то после прохождения цикла обработки часть деталей изменится по количеству и наименованию. На трудоемкость и стоимость существенное влияние окажут производственные неполадки, детали с большим циклом обработки, а также покупная продукция. Следовательно, прежде чем подать корректировку плана на следующий квартал, необходимо вычислить отклонение $|\varphi_1(t) - \varphi_2(t)|$, отфильтровать его и замкнуть обратную связь на человеко-регулятор, который должен выполнять функции распознавания и частичного подбора деталей для компенсации отклонения (рис. 7).

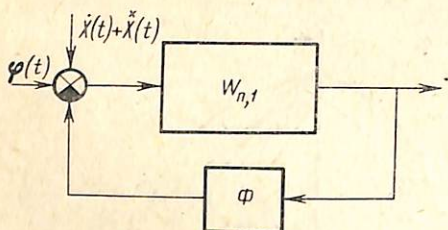


Рис. 7

6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ

Обратимся к дискретному аналогу задачи Заде — Рагаззини. Рассмотрим постановку и приемлемость ее к решению задачи формирования квартальных планов.

Пусть $y(t) = \sum_{i=1}^g a_i x_i(t) + \dot{X}(t) + \ddot{X}(t)$ — входная функция времени, где $X_i(t)$ — неслучайные вещественные линейно независимые функции; a_i — любые неизвестные вещественные числа; $\dot{X}(t)$ — полезная случайная составляющая; $\ddot{X}(t)$ — помеха. Обе функции вещественны, их корреляционные функции известны. Предполагается $\dot{X}(t) = \ddot{X}(t) = 0$, т. е. распределены по закону Гаусса.

После набора равных групповых сумм $S_g = f(T_i, C_i, K_i)$, которые находятся в интервале $(-\delta/2; +\delta/2)$, групповые суммы перестают быть случайными величинами, следовательно

$$\sum_{i=1}^g a_i x_i(t) = \sum_{i=1}^g a_i S_{g_i}(t). \quad (6)$$

Тогда полезную случайную составляющую $\ddot{X}(t)$ обобщим ростом производительности труда. Помеху $\dot{X}(t)$ обобщим отклонением от нормативов производства. Воспользуемся очень выгодным матричным методом решения поставленной задачи, т. е. определим передаточную функцию. Будем иметь

$$W_{n,1} = BX(X^T BX)^{-1} h_{m,1} + [E - BX(X^T BX)^{-1} X^T] BC^T, \quad (7)$$

где $W_{n,1}$ — передаточная функция, преобразующая любой вход с учетом помех в выход с сохранением оптимальности; $X_{m,n}$ — входной управляющий вектор (n — число замеров по оси времени с интервалом в один год, m — число компонентов вектора); $X_{m,n}^T$ — транспонированный входной

вектор; $h_{m,1} = \begin{bmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_m \end{bmatrix}$ — оператор передачи средних входных значений в средние выходные значения.

В нашем случае $h_{m,1}$ находим из матричного уравнения $\overline{\varphi(t)} = h_{m,1} \overline{\varphi_2(t)}$ для установившегося режима; $E_{n,n}$ — единичная матрица; $B_{n,n}^{-1} = \overline{\dot{X}^T \dot{X}} + \overline{\ddot{X}^T \ddot{X}} + 2\overline{\dot{X}^T \ddot{X}}$ — корреляционная матрица;

$$(C_{1,n})^T = \begin{bmatrix} h_1 [\dot{X}(t_1) + \ddot{X}(t_1)] \\ \vdots \\ h_m [\dot{X}(t_n) + \ddot{X}(t_n)] \end{bmatrix} \quad \text{— транспонированная матрица передачи помех.}$$

Задача математического моделирования распределения и корректировки годовой производственной программы относится к изучению больших систем управления. Из-за сложности и дороговизны объектов этого типа в настоящее время практически исключено создание опытных систем и подача на вход специальных возмущений.

Сходимость квартальных планов к типовому входному возмущению дельта-функции Дирака с помощью разработанного алгоритма распределе-

ния, а также корректировка отклонения плана человеко-регулятором являются одной из предпосылок построения общей математической модели оптимального управления заводом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. М. Хазен. Методы оптимальных статистических решений и задачи оптимального управления. М., «Сов. радио», 1968.
2. В. Ф. Ноздрев, А. А. Сенкевич. Курс статистической физики. М., «Высшая школа», 1969.
3. Х. Б. Кордонский. Приложения теории вероятностей в инженерном деле. М., Физматгиз, 1963.
4. А. И. Гутштейн. Управление промышленным предприятием и кибернетика. М., «Экономика», 1969.

Поступила в редакцию
29 XII 1969
