

ПРИНЦИП ОБЪЕДИНЕНИЯ СТРАТЕГИЙ И КООРДИНАЦИИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПОДРАЗДЕЛЕНИЙ ПРОМЫШЛЕННОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

В. И. АВДЕЕВ, Г. Б. ЛАЗАРЕВ

(Северодонецк)

В экономической литературе часто встречаются замечания о том, что нет единого критерия оптимальности для социалистического промышленного предприятия. Одни экономисты [1] рассматривают многообразие целей как типичную задачу социалистического хозяйства, а другие [2] считают, что объединить различные критерии в единый было бы также трудно и в условиях натурального хозяйства.

Известные способы решения многоцелевых задач [3, 4] можно разделить на три группы: 1) базирующиеся на различного рода ранжировках критериев оптимальности, включая объединение критериев в единый суммирование их с весовыми коэффициентами [5, 6]; 2) связанные с выбором одного «ведущего» критерия и переводом «других целей» в ограничения [6, 7]; 3) базирующиеся на нормировании критериального пространства и отыскании решения, которое обеспечивает минимальное (в определенном смысле) удаление значений целевых функций от индивидуальных оптимумов. В [4], например, третий способ использован для отыскания компромиссного решения на основе теоретико-игровой модели. Недостатком метода является то, что компромиссное решение выбирается не из всей области допустимых решений, а лишь из его подмножества, образованного линейной комбинацией оптимальных по индивидуальным критериям решений. В этом случае не исключается возможность существования других допустимых решений, лучших, чем компромиссные.

Предлагаемый нами метод относится к третьей группе, но в отличие от рассмотренного в [4], позволяет работать во всей области допустимых решений. Сущность его сводится к следующему.

При ограничениях

$$AX \leq B \quad (1)$$

получаем решения Y_i , которые обращают в максимум или минимум каждую из целевых функций $F_i(X)$ в отдельности. Класс $F_i(X)$ не оговаривается, предполагается лишь, что для него существует способ решения задачи оптимизации при ограничениях (1). Произведение матрицы A на вектор X характеризует все виды затрат. В соответствии с понятием Y_i , введенным по определению, получим $F_i(Y_i) = Q_i$, где Q_i — оптимальное значение i -й целевой функции. Пронормируем пространство целевых функций

$$q_i(X) = \frac{F_i(X) - Q_i}{Q_i} = \frac{F_i(X)}{Q_i} - 1. \quad (2)$$

Величина $q_i(X)$ является мерой отклонения i -й целевой функции от оптимального значения Q_i при произвольном X . Очевидно, степень дости-

жения общей цели возрастет, когда в области (1) будет найдена точка, соответствующая максимальному приближению к несовместной системе функций $q_i(X) = 0$. Если $F_i(X)$ представлены выпуклыми гладкими функциями, формальное удовлетворение этих требований может быть получено с помощью выпуклого чебышевского приближения [8]

$$\min_X \max_i |q_i(X)| \quad (3)$$

при ограничениях (1), а численное решение задачи — с помощью методов выпуклого программирования [9]. Другой способ приближения к $q_i(X) = 0$ состоит в следующем.

Представим совокупность отклонений $q_i(X)$ в виде суммы их квадратов: $\sum_{i=1}^n [q_i(X)]^2 = S(X)$ и потребуем минимизации $S(X)$, т. е.

$$\min_X S(X) \quad (4)$$

при ограничениях (1). Задача (4) заключается в отыскании в области (1) точки такой, что соответствующая ей точка в нормированном пространстве критериев минимально удалена от начала координат. В тех случаях, когда не все $F_i(X)$ — гладкие выпуклые функции, решение (4) может быть сопряжено с вычислительными трудностями. Избежать их можно так. Пронормируем пространство X

$$\rho_i(x_j) = \frac{x_j}{y_{j,i}} - 1, \quad (5)$$

где x_j — j -я компонента вектора X , а $y_{j,i}$ — значение той же компоненты вектора Y_i . Значение $\rho_i(x_j)$ — мера удаленности решения по компоненте x_j от оптимального решения в смысле цели $F_i(X)$. Пользуясь тем же принципом, которым мы руководствовались в критериальном пространстве, потребуем нахождения таких X , которые обеспечивают

$$\min_X \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m [\rho_i(x_j)]^2 \quad (6)$$

при ограничениях (1). Последняя задача [10] всегда позволяет не выходить за рамки выпуклого программирования. Однако результат (6) может не совпадать с результатом (4). В этом случае решение многоцелевой задачи в смысле (6) является способом принятия решений в условиях, когда другие методы вообще не работают.

Предлагаемые в (4) и (6) решения непосредственно отвечают только на часть вопросов затронутой проблемы. С их помощью возможно определение управлений X для объекта с некоторым набором частных целей, — ext $F_i(X)$ или фиксированных показателей Q_i . Важнее, на наш взгляд, то, что (4) и (6) содержат принцип, который может быть использован для решения более широкого класса задач, включающих многоцелевой аспект. Примером могут служить задачи объединения стратегий и координации деятельности подчиненных подразделений. Наличие многоцелевого аспекта в этом классе задач легко показать на примере известных ситуаций в сфере производства. В качестве первого примера рассмотрим выбор рациональной стратегии управления запасами предприятия. Производственный отдел стремится к непрерывным производственным циклам максимальной продолжительности с целью уменьшения затрат на подготовку производства и повышения производительности труда. С точки зрения этого отдела,

чем уже номенклатура изделий на интервале времени и больше запасы предприятия, тем лучше. Отдел сбыта также сторонник больших запасов, но настаивает на расширении ассортимента однотипных изделий, так как это соответствует его цели «максимум объема реализуемой продукции при минимальных удельных издержках сбыта». Финансовый отдел считает «запасы» удобным источником извлечения средств и требует их уменьшения.

Другим примером служит выбор рациональной стратегии выпуска продукции комплексом производств. Персонал управления каждым из них намечает стратегию выпуска заданного количества продукции исходя из ритмичности работы, графика ремонтов оборудования, плана мероприятий по совершенствованию технологии производств и т. д. Естественно, что предложенные стратегии могут не удовлетворять ограничениям, возникающим из общности сырьевой и энергетической базы предприятия и внутренних технологических связей (утилизация отходов, переработка промежуточных продуктов). Отдел сбыта, в свою очередь, предлагает стратегию выпуска каждого из продуктов, учитывая плановые ограничения по отгрузке и наличие средств транспортировки. Так же поступают и другие отделы.

В обоих примерах перед координирующим органом стоит задача отыскания стратегии, влияющей на каждое подразделение и являющейся наилучшей для организации в целом. Наличие общей цели не всегда исключает частные и, следовательно, многоцелевой аспект задачи.

Таким образом, применительно к промышленному предприятию стратегия i -го звена (подразделения, производства) на интервале времени $T = \sum_{t=1}^m \Delta t_t$ формируется исходя из его собственных возможностей и ограничения типа плана. Рассмотрим это положение на примере комплекса производств с непрерывными технологическими процессами. Будем считать, что критерием оптимальности для каждого производства является максимальная ритмичность выпуска при точном выполнении плана

$$\text{ext}_{\|x_i(\Delta t_1)x_i(\Delta t_2)\dots x_i(\Delta t_m)\|} F_i [\|x_i(\Delta t_1)x_i(\Delta t_2)\dots x_i(\Delta t_m)\|] \quad (7)$$

при условиях $\left\{ \begin{array}{l} g_i(\Delta t_t) \leq x_i(\Delta t_t) \leq \bar{c}_i(\Delta t_t), \\ \sum_{t=1}^m x_i(\Delta t_t) = u_i(T), \end{array} \right.$

где $x_i(\Delta t_t)$ — компонента искомого вектора выпуска продукции i -го производства на интервале времени T ; $u_i(T)$ — заданный план выпуска i -го

продукта на интервале $T = \sum_{t=1}^m \Delta t_t$.

По аналогии с предыдущим компоненты вектора, обращающего в экстремум (7), обозначим через $y_i(\Delta t_t)$. Тогда $\|y_i(\Delta t_1)y_i(\Delta t_2)\dots y_i(\Delta t_t)\dots y_i(\Delta t_m)\|$ — оптимальная стратегия i -го звена (производства). Совокупность таких стратегий назовем траекторией Y . Введем меру отклонения по компоненте вектора заданий $U(T)$

$$g_i = \frac{\sum_{t=1}^m x_i(\Delta t_t)}{u_i(T)} - 1$$

и состоящий из g_i вектор обозначим через G . Для предприятия в целом стоит задача

$$\min_{\|X(\Delta t_1), X(\Delta t_2), \dots, X(\Delta t_m)\|} G^T G \quad (8)$$

при

$$AX(\Delta t_i) \leq B(\Delta t_i), \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (9)$$

Условия (9) учитывают внутренние технологические связи комплекса производств, потенциальные возможности каждого производства по выпуску продукции, ограничения по получению сырья, возможности по складированию и срабатыванию промежуточных продуктов и отходов и их отгрузке внешним потребителям и т. д.; (8) имеет бесконечное множество решений, так как между двумя точками одной и той же области (9) можно провести бесконечное множество траекторий $X(\Delta t_i)$. Для координирующего органа естественно выбрать единственную траекторию, назовем ее траекторией X , из условия максимального удовлетворения совокупности частных целей подразделений, т. е. решить задачу в два этапа.

I этап. Определение в области (9) траектории Z , максимально удовлетворяющей совокупности целей (7)

$$\min_{\|Z(\Delta t_1), Z(\Delta t_2), \dots, Z(\Delta t_m)\|} \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{F_i \|z_i(\Delta t_1), z_i(\Delta t_2), \dots, z_i(\Delta t_m)\|}{F_i \|y_i(\Delta t_1), y_i(\Delta t_2), \dots, y_i(\Delta t_m)\|} - 1 \right\}^2 \quad (10)$$

при условиях (9), где $X(\Delta t_i)$ заменяется на $Z(\Delta t_i)$. Можно также при возникновении вычислительных трудностей ((10) по смыслу соответствует (4)) принимать во внимание отклонения в пространстве переменных (в смысле (6)) следующим образом. Определить в области (9) траекторию Z , максимально приближенную к траектории Y ,

$$\min_{\|Z(\Delta t_1), Z(\Delta t_2), \dots, Z(\Delta t_m)\|} \sum_{i=1}^m \sum_{i=1}^n \left[\frac{z_i(\Delta t_i)}{y_i(\Delta t_i)} - 1 \right]^2 \quad (11)$$

при условиях (9), где $X(\Delta t_i)$ заменяется на $Z(\Delta t_i)$. (11) заменяется решением m задач

$$\min_{Z(\Delta t_i)} \sum_{i=1}^n \left[\frac{Z_i(\Delta t_i)}{y_i(\Delta t_i)} - 1 \right]^2 \quad (12)$$

где

$$AZ(\Delta t_i) \leq B(\Delta t_i). \quad (13)$$

II этап. Получение траектории X путем корректировки траектории Z с целью (8). При этом появляется возможность последовательного решения задач меньшей, чем (8), размерности

$$\min_{X(\Delta t_i)} \sum_{i=1}^n \left[\frac{x_i(\Delta t_i) + \sum_{r=1}^{i-1} x_i(\Delta t_r) + \sum_{r=i+1}^m z_i(\Delta t_r)}{u_i(T)} - 1 \right]^2 \quad (14)$$

при $AX(\Delta t_i) \leq B(\Delta t_i)$.

Задачи типа (14) должны решаться от Δt_1 до Δt_m интервала с повторением цикла решения до выполнения условия $|G_{r-1}^2 - G_r^2| \leq \varepsilon$, где G_r — значение вектора G на r -м цикле решения (14). Если предприятию задан некорректный план, при такой схеме будет обеспечено максимальное приближение к заданию.

Приведем числовой пример. В основе примера лежат конкретные исследования, в ходе которых были внедрены автоматизированные системы

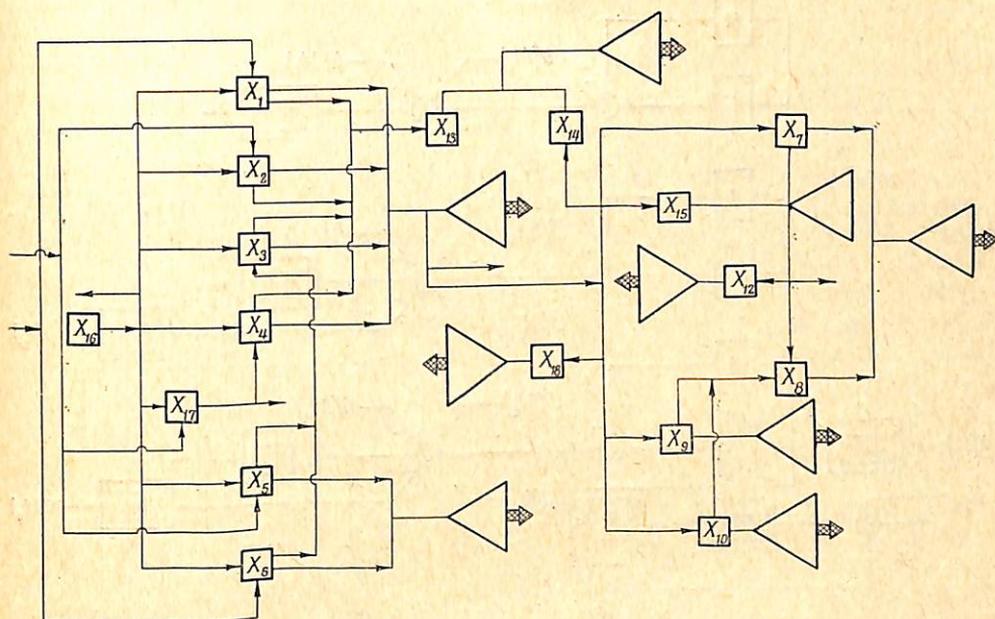


Рис. 1

оперативно-производственного (календарного) планирования на двух химических предприятиях с непрерывными технологическими процессами.

Задача состояла в том, чтобы ежедневно формировать управления (суточный выпуск), обеспечивающие минимум отклонения от месячных заданий. Приводимые ниже характеристики относятся к одной из упомянутых систем. Предприятие (рис. 1*) выпускало несколько видов товарной, частично-товарной и нетоварной продукции. Часть выпуска обеспечивалась за счет переработки отходов производства, что снижало затраты на покупное сырье. По пяти видам частично-товарной продукции существовала жесткая связь с соседним предприятием, заданная в виде графика отгрузки. Искомый вектор для Δt_i интервала содержал 25 компонент: 17 по видам продукции и 8 по отгрузке ее товарной части. Матрица ограничений для каждого Δt_i интервала имела размеры $m \times n = 94 \times 25 = 2350$. Таким образом, в первый день месяца основная задача (8) включала $25 \times 30 = 750$ переменных и учитывала $94 \times 30 = 2820$ односторонних ограничений, заданных линейными равенствами и нестрогими неравенствами. На рис. 2 приведена структурная схема объекта для Δt_i интервала, где $X(\Delta t_i)$ — вектор выпуска продукции; $V(\Delta t_i)$, $\tilde{V}(\Delta t_i)$ — векторы отгрузки товарной части продукции и отходов; $N(\Delta t_i)$ — вектор общезаводских ресурсов; Γ , M — матрицы расходных коэффициентов ресурсов и коэффициентов их пополнения; $R(\Delta t_i)$, $S(\Delta t_i)$ — векторы пополнения и уменьшения ресурсов за счет работы производств, не входящих в модель; Φ — матрица, учитывающая работу нескольких производств на общий склад одноименной продукции; A — матрица прямых расходных коэффициентов частично-товарной и нетоварной продукции; $D(\Delta t_i)$, $G(\Delta t_i)$, $\tilde{D}(\Delta t_i)$, $\tilde{G}(\Delta t_i)$ — векторы пополнения и уменьшения выработки продукции и от-

* На рис. 1 квадратами обозначены производства, треугольниками — склады, тонкими стрелками — материальные потоки, заштрихованными стрелками — товарная часть продукции.

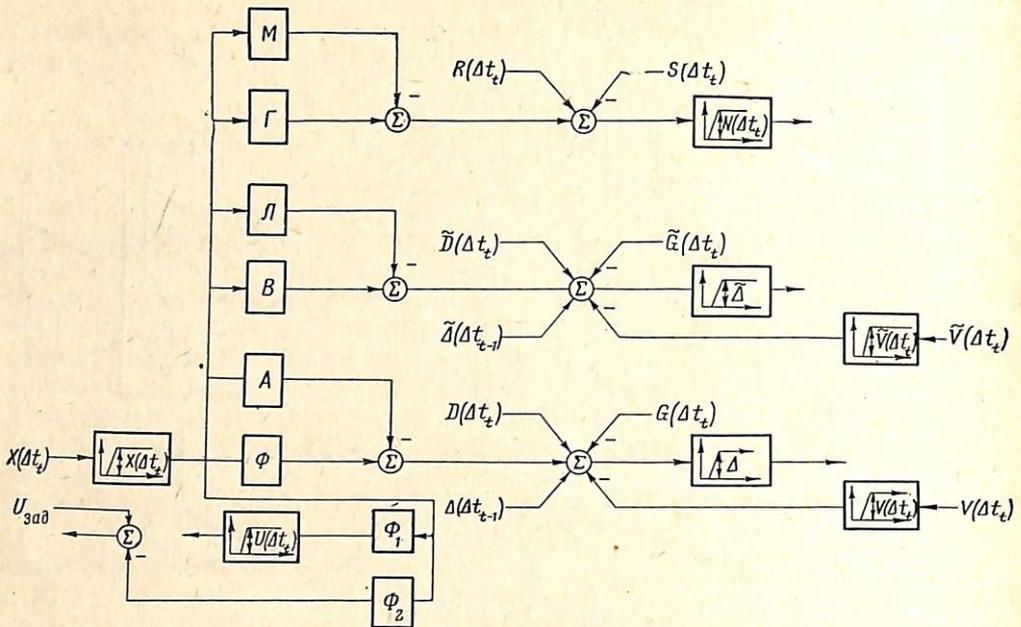


Рис. 2

ходов за счет работы производств, не входящих в модель; В, Л — матрицы коэффициентов получения и потребления утилизируемых отходов; $\Delta(\Delta t_{i-1})$, $\bar{\Delta}(\Delta t_{i-1})$ — векторы остатков продукции и отходов на складах производств; Φ_1 — матрица, учитывающая совместную переработку потоков одноименных промежуточных продуктов, полученных из различного исходного сырья; Φ_2 — матрица, учитывающая работу нескольких производств, имеющих совместный план выпуска одноименной продукции.

Для уточнения графического изображения модели приведена соответствующая система векторно-матричных неравенств

$$(\Gamma - M)X(\Delta t_i) - R(\Delta t_i) + S(\Delta t_i) \leq N(\Delta t_i), \quad (15)$$

$$\underline{\Delta} \leq (\Phi - A)X(\Delta t_i) + D(\Delta t_i) - G(\Delta t_i) + \Delta(\Delta t_{i-1}) - V(\Delta t_i) \leq \bar{\Delta}, \quad (16)$$

$$\underline{\bar{\Delta}} \leq (B - \Pi)X(\Delta t_i) + \bar{D}(\Delta t_i) - \bar{G}(\Delta t_i) + \bar{\Delta}(\Delta t_{i-1}) - \bar{V}(\Delta t_i) \leq \bar{\bar{\Delta}}, \quad (17)$$

$$\underline{U}_1(\Delta t_i) \leq \Phi_1 X(\Delta t_i) \leq \bar{U}_1(\Delta t_i), \quad (18)$$

$$\underline{X}(\Delta t_i) \leq X(\Delta t_i) \leq \bar{X}(\Delta t_i), \quad (19)$$

$$\underline{V}(\Delta t_i) \leq V(\Delta t_i) \leq \bar{V}(\Delta t_i), \quad (20)$$

$$\underline{\bar{V}}(\Delta t_i) \leq \bar{V}(\Delta t_i) \leq \bar{\bar{V}}(\Delta t_i). \quad (21)$$

$X(\Delta t_i)$, $V(\Delta t_i)$, $\bar{V}(\Delta t_i)$ — искомые переменные производственной программы, рассматриваемые на структурной схеме как регулирующие воздействия. Учитываются два типа возмущающих воздействий: реакция среды и изменение характеристик объекта. Взаимодействие объекта со средой сведено, во-первых, к изменению ограничений на потребление ресурсов и отгрузку товарной части продукции и отходов ($N(\Delta t_i)$, $\underline{V}(\Delta t_i)$, $\bar{V}(\Delta t_i)$, $\underline{\bar{V}}(\Delta t_i)$, $\bar{\bar{V}}(\Delta t_i)$), а во-вторых — к количественному изменению связей с про-

изводствами, не вошедшими в модель $(R(\Delta t), S(\Delta t), D(\Delta t), G(\Delta t), \bar{D}(\Delta t), \bar{G}(\Delta t))$. Изменение характеристик объекта учитывается ограничениями $\underline{X}(\Delta t), \bar{X}(\Delta t), \underline{U}_1(\Delta t), \bar{U}_1(\Delta t)$. На схеме показаны также ограничения по складированию и срабатыванию продукции и отходов $(\underline{\Delta}, \bar{\Delta}, \underline{\bar{\Delta}}, \bar{\bar{\Delta}})$.

Для соотношений (15) — (21) характерно то, что они описывают области (9), (13) допустимых решений основных задач системы, сформулированных как задачи квадратичного программирования (8), (10) — (12), (14).

Рассмотрим вытекающую из (15) — (21) клеточную структуру матрицы условий этих задач и вектора свободных членов ограничений.

Г—М			$x_1(\Delta t)$		$N(\Delta t) + R(\Delta t) - S(\Delta t)$	
Ф—А	$-E_v$		$x_2(\Delta t)$		$\bar{\Delta} - D(\Delta t) + G(\Delta t) - \Delta(\Delta t_{t-1})$	
В—Л		$-E_{\tilde{r}}$	\vdots		$\bar{\bar{\Delta}} - \bar{D}(\Delta t) + \bar{G}(\Delta t) - \bar{\Delta}(\Delta t_{t-1})$	
Φ_1			$x_j(\Delta t)$		$\bar{U}_1(\Delta t)$	
E_x			$v_{j+1}(\Delta t)$		$\bar{X}(\Delta t)$	
	E_r		$v_{j+2}(\Delta t)$	\ll	$\bar{V}(\Delta t)$	
		$E_{\tilde{r}}$	\vdots		$\bar{\bar{V}}(\Delta t)$	(22)
$-\Phi + A$	E_v		$v_r(\Delta t)$		$-\underline{\Delta} + D(\Delta t) - G(\Delta t) + \Delta(\Delta t_{t-1})$	
$-\text{В} + \text{Л}$		$E_{\tilde{v}}$	$\tilde{v}_{r+1}(\Delta t)$		$-\underline{\bar{\Delta}} + \bar{D}(\Delta t) - \bar{G}(\Delta t) + \bar{\Delta}(\Delta t_{t-1})$	
$-\Phi_1$			$\tilde{v}_{r+2}(\Delta t)$		$-\underline{U}_1(\Delta t)$	
$-E_x$			\vdots		$-\underline{X}(\Delta t)$	
	$-E_v$		$\tilde{v}_{n-1}(\Delta t)$		$-\underline{V}(\Delta t)$	
		$-E_{\tilde{v}}$	$\tilde{v}_n(\Delta t)$		$-\underline{\bar{V}}(\Delta t)$	

Из (22) следует, что при всех изменениях в технологической схеме производства (ввод в действие нового производства, появление нового вида сырья или утилизируемых отходов и т. д.) клеточная структура модели не изменяется, изменяются лишь количество или значения элементов соответствующих матриц и векторов. Условия (22) всегда могут быть сформированы программно по исходной информации об объекте. Последнее обстоятельство позволило использовать единое программное обеспечение для обеих внедренных систем.

Решение задачи типа (7) сводилось к следующему

$$\min_{\underline{Y}_i \leq Y_i \leq \bar{Y}_i} \sum_{t=1}^{n-1} \lambda_t [y_i(\Delta t) - y_i(\Delta t_{t+1})]^2 + \lambda \left[u_i(T) - \sum_{t=1}^n y_i(\Delta t) \right]^2, \quad (23)$$

$$\lambda_t = k/n - t \ll \lambda. \quad (24)$$

Здесь Y_i — траектория выпуска i -го вида продукта, $y_i(\Delta t)$ — компонента вектора \tilde{Y}_i ; $\underline{Y}_i, \bar{Y}_i$ — ограничения на траекторию $y_i(\Delta t)$, учитывающие только собственные потенциальные возможности i -го производства. Коэффициент λ_t носит характер штрафа за перестройки и в соответствии с (24) увеличивается от начала к концу планируемого периода, что обеспечивает проведение вынужденных перестроек предпочтительно в первые

№ п/п	Отклонение от плана (G) по траектории		
	Y	Z	X
1	0,0	-0,009	-0,0
2	0,0	-0,018	-0,0
3	0,0	+0,045	+0,0
4	0,0	+0,074	+0,0
5	0,0	-0,05	-0,0
6	0,0	+0,033	+0,0
7	0,0	+0,026	+0,0
8	0,0	+0,023	+0,0

интервалы планируемого периода. Полученные из (23) значения Y_t использовались для формирования траектории Y . Траектория Z определялась решением задач типа (12). Корректировка траектории Z в смысле (8) выполнялась решением задач типа (14). Для решения (23), (12), (14) использовался метод Розена [11]. Результаты одного из счетов для примера сведены в таблицу. План предприятия задавался по восьми видам товарной продукции. Для приведения размерности вектора $X(\Delta t_i)$ к размерности $U(T)$ использовалась матрица Φ_2 с элементами 0 или 1 такая, что вектор, полученный как произведение $\Phi_2 X(\Delta t_i)$, имел размерность вектора $U(T)$.

Из изложенного выше следует, что предложенные каждым производством стратегии, оптимально учитывающие их частные цели, не могли быть реализованы. Приближение к траектории Y с целью максимального удовлетворения частных целей производств вызывало отклонение от плана по всем компонентам вектора задания (результаты по траектории Z). Корректировка траектории Z с целью (8) заметно увеличивает степень достижения общей цели.

Сделаем следующие выводы.

1. Принцип объединения стратегий дает решения во всей области определения переменных.
2. Использование предлагаемого принципа обеспечивает получение решения, максимально приближенного к совокупности частных целей, а при наличии «объединяющего критерия» — одновременно и наиболее точное его выполнение.

ЛИТЕРАТУРА

1. W. Brus. Ogo'rne problemy funkcjonowania gospodarki socjalistycznej. Warszawa, 1961.
2. О. Ланге. Оптимальные решения. Основы программирования. М., «Прогресс», 1967.
3. V. Pareto. Cours d'économie politique. Paris, 1897.
4. Х. Юттлер. Линейная модель с несколькими целевыми функциями. Экономика и матем. методы, 1967, т. III, вып. 3.
5. W. Heyde, O. Martens. Methodische Probleme der Zielfunktionen bei der Ermittlung Optimaler Produktionsprogramm mit Hilfe der linearen Optimierung. Wirtschaftswissenschaft, 1964, Bd. 12, N 6.
6. O. Radzikowski. Methoden für Einbeziehung mehr als einer Zielfunktion bei der Optimierungsrechnung. Mitteilung des Instituts für Elektrotechnik. Vortragsmanuskript für die mehrseitige Institutskonferenz, 1965 in Oberhärenburg. DDR.
7. O. Habr, O. Borak. Erfahrungen mit der Anwendung von mathematischen Methoden bei der Lösung von komplizierten ökonomischen Problemen in der Industriepaxis. Materialien der Internationalen Konferenz in Warschau, 1962, Sektion I, Thema 9.
8. С. И. Зуховицкий. Алгоритм для відшування точки, що найменш відхиляється (в розумінні П. Л. Чебишева) від даної системи m точок. Доповіді АН УРСР, 1951, № 6.
9. С. И. Зуховицкий, Р. А. Поляк, М. Е. Примак. Алгоритм для решения задачи выпуклого чебышевского приближения. Докл. АН СССР, 1963, т. 151, № 1.
10. С. И. Зуховицкий, Л. И. Авдеева. Линейное и выпуклое программирование. М., «Наука», 1964.
11. Г. Кюнци, В. Крелле. Нелинейное программирование. М., «Сов. радио», 1965.

Поступила в редакцию
31 VII 1969