

Ч. Фрэнк. Неделимые продукты и теория производства

Ch. R. Frank Jr., Production Theory and Indivisible Commodities

Princeton, 1969, 141 p.

Значительная часть теории производственных функций и оптимального программирования опирается на линейную однородность производственной функции или постулат о постоянстве отдачи на единицу масштаба производства. Между тем современная научно-техническая революция обнаруживает все более отчетливую тенденцию к быстрому укрупнению оптимальных размеров предприятий и производственных процессов. Возникает настоятельная потребность в изучении моделей, опирающихся на обратный постулат, а именно на возрастающую отдачу на единицу масштаба производства, связанную с неделимостью продуктов. Проблема неделимости была исследована Дюпоном (еще в 1844 г.), Хиксом, Пигу, Лернером, Янгеном, Кларком и Люисом, получившими следующие выводы: 1) совершенная конкуренция и максимизация прибылей не соответствует в условиях неделимости эффективному распределению ресурсов — последнее требует в данных условиях дискриминационного ценообразования, под которым понимается система, где каждой точке пространства производственных возможностей ставится в соответствие не некоторый фиксированный вектор цен, а функция цен, зависящая от реализуемого количества; 2) для обеспечения эффективного распределения ресурсов производители вынуждены покрывать денежные издержки на неделимые затраты с помощью субсидий; 3) эффективное распределение ресурсов требует установления цен для ассортиментных наборов; 4) если неделимые затраты могут быть замещены делимыми видами затрат, то остаются в силе положения «неоклассической» теории производства; 5) указанные отклонения от «неоклассики» справедливы на низких уровнях загрузки, на высоких уровнях загрузки ими можно пренебречь.

Профессор экономики Принстонского университета Ч. Фрэнк младший делает попытку систематизировать вышеуказанные выводы и получить их на базе единой системы предположений. Автор использует только линейные экономические модели и опирается на свойства выпуклых конусов.

В первой главе вводятся основные понятия: возможный производственный процесс, т. е. комбинация затрат-выпуска, совместимая с существующей технологией; допустимый процесс — возможный процесс, учитывающий ограничения ре-

сурсов; эффективный процесс, т. е. дающий не меньше выпуска любого продукта при меньших или равных затратах любого ресурса по сравнению со всеми другими процессами. Каждому товару приписывается определенная цена. С любым процессом связана единственная прибыль. Процесс называется максимизирующим прибыль, если на нем достигается максимум прибыли по всему множеству процессов.

Во второй главе рассматриваются проблемы производственных возможностей, ресурсов, допустимости процесса, эффективности, ценообразования и максимизации прибыли. Вводится понятие множества производственных возможностей Y , подмножества пространства R^n , удовлетворяющего следующим постулатам: A (аддитивность), если y' и y'' суть возможные процессы, то и $y' + y''$ — возможный процесс; B (бездельность): $0 = 0, \dots, 0$ — возможный процесс; C (изъятие), если $U_j = u_{1j}, u_{2j}, \dots, u_{nj}, u_{ij} = 0, i \neq j$ и $u_{jj} = -1$, то $U_j \in Y, j = 1, \dots, n$. Иными словами, можно изъять из сферы производства любой ресурс без каких-либо затрат.

Далее вводятся следующие понятия: \bar{Y} — выпуклой оболочки множества Y , относительно которой предполагается, что она замкнута (постулат D); понятие ограничения по ресурсам $r = r_1, r_2, \dots, r_n$, а затем понятие множества допустимых процессов, т. е. такого множества Z , что $z \in Z$ тогда и только тогда, когда $z = r + y$, где $y \geq 0$, а $y \in Y$; основные определения, связанные с ценообразованием и минимизацией прибыли, в частности понятие конкурентной системы цен, при которой всем точкам y в Y соответствует один и только один вектор цен p . В заключении главы доказывается теорема о том, что если точка $z = r + y$ максимизирует прибыль в условиях конкурентной системы цен p , $z' = r + y'$ — точка, максимизирующая прибыль в условиях конкурентной системы цен p' , то $(p' - p)(y' - y) \geq 0$.

В третьей главе Ч. Фрэнк подробно рассматривает вопросы, связанные с введением неделимости и возрастающей отдачи на единицу масштаба производства. Понятие неделимости продукта определяется следующим образом: продукт, представленный i — координатой пространства R^n , является неделимым, если для всех $y \in Y, y_i$ — целое число. Неделимые продукты образуют подмно-

жество координат D , а делимые — D^* . Далее автор обращается к понятию целочисленной выпуклости: множество производственных возможностей является выпуклым, если для всех y , принадлежащих к \bar{Y} и имеющих целочисленную координату в подмножестве D , справедливо $y \in Y$ (постулат целочисленной выпуклости E) (стр. 34). Следующим важным понятием является комбинированное производство. Обозначив через $[y]$ максимальный вектор, меньший или равный вектору $y \in \bar{Y}$ по i -й координате, и через y_i^* — избыток мощности неделимого i -го продукта при условии $y^* = y - [y]$, можно вывести, что множество P обладает возможностью комбинированного производства, если при $y^1 \in Y$ и $y^2 \in \bar{Y}$, $[y^1 + y^2] \in Y$ (постулат комбинированного производства F). Если Y удовлетворяет постулату, то $[y_1 + y_2]$ — возможный процесс, который может быть назван комбинацией процессов $[y^1]$ и $[y^2]$, где $y^* = y^1 - [y^1]$, $y^{**} = y^2 - [y^2]$. Если же $y^* + y^{**} \geq 1$, то $[y_1^1 + y_1^2] > [y_1^1] + [y_1^2]$, и в комбинированном процессе используется по крайней мере на единицу меньше затрат i -го продукта (стр. 37, 38). Далее вводятся понятия возрастающей, постоянной, убывающей отдачи на единицу масштаба и доказываются ряд важных теорем, связывающих эту отдачу с эффективностью. В заключении главы рассматриваются взгляды различных экономистов на проблему неделимости продуктов. Автор отказывается от точки зрения, что эту проблему можно обойти путем соответствующего выбора единицы измерения, и солидаризируется с Калдором и Купмансом, полагающими, что в основе возрастающей отдачи на единицу масштаба всегда или почти всегда лежит неделимость.

Четвертая глава посвящена проблеме замещения дискриминационного ценообразования и максимизации прибыли в этих условиях. Автор делает интересное обобщение понятия замещения, рассматривая два вида замещения: прямое и косвенное. Под косвенным замещением понимается случай, когда перед осуществлением замещения необходимо увеличить масштабы использования данной комбинации затрат-выпуска. Строгое или прямое замещение автор определяет следующим образом: пусть дана точка y , принадлежащая множеству производственных возможностей Y , тогда j -й продукт является прямым заместителем k -го в том и только в том случае, если существует $y^* \in Y$ такое, что $y_k^* > y_k$, $y_i^* \geq y_i$ для $i \neq j$ и $i \neq k$ и $y_j^* > y_j$.

Нестрогое или косвенное замещение определяется так: пусть дана точка y , принадлежащая Y , тогда j -й продукт будет косвенным заместителем k -го продукта в том и только том случае, если

существует $y^* \in Y$ такое, что для некоторого положительного целого λ выполняются неравенства $y_k^* > \lambda y_k$, $y_i^* \geq \lambda y_i$, или $i \neq j$, k и $y_j^* < \lambda y_j$ (стр. 52). Автор показывает, что отношение замещения (прямого и косвенного) является транзитивным (стр. 55). Далее доказывается следующая теорема: пусть приняты постулаты A , B , C , D и E . Тогда, если продукт является косвенным заместителем каждого вида затрат, он будет заместителем и любого вида выпуска, и наоборот (стр. 56). В случае дискриминационного ценообразования прибыль определяется уже не произведением векторов, а суммой интегралов, т. е.

$$\pi(y^*) = \sum_{i=1}^n \int_0^{y_i^*} p_i(y_i) dy_i. \text{ Если } y^* \in Y$$

и $\pi(y^*) \geq \pi(y)$ для всех $y \in Y$, то y^* — точка, в которой достигается максимум прибыли на множестве производственных возможностей в условиях дискриминационного ценообразования (стр. 60, 61).

В пятой главе рассматривается проблема достижения эффективности. Она формулируется так: пусть допустимая точка $z^* = r + y^*$ максимизирует прибыль. Тогда y^* — эффективная возможная точка. Центральным вопросом пятой главы является существование положительного вектора цен $p > 0$, такого, что y^* будет возможной точкой, максимизирующей прибыль. Ограничения ресурсов учитываются в явном виде, если ищется допустимая точка $z^* = r + y^*$, максимизирующая прибыль. Ограничения ресурсов можно учесть в неявном виде, если для некоторого вектора цен $p > 0$ можно найти точку y^* , в которой он максимизирует прибыль. Это и составляет суть проблемы децентрализованных решений о распределении ресурсов, поскольку дефицитность ресурсов выражается через цены. Как следует из этой главы, здесь большую роль играет учет отдачи на единицу масштаба и замещения. Доказываются теоремы о различных механизмах, отличных от механизма максимизации прибыли, которые могут тем не менее обеспечить такое положение, что все эффективные точки обеспечивают максимум прибыли. Одна из этих теорем показывает, что для каждой эффективной точки существует конкурентная система цен, такая, что потери в этой точке (по сравнению с максимумом прибыли) не превышают некоторого конечного числа. На практике эти потери, по мнению автора, могут покрываться путем выплаты субсидий в тех случаях, когда имеет место возрастающая отдача на единицу масштаба. Кроме того, если масштабы производства достаточно велики, эти потери составляют незначительную долю валовой выручки. Таким образом, точки y^* можно рассматривать как точки «достаточной» или

«приблизительно максимальной» прибыли. Доказывается также, что любая эффективная допустимая точка z^* обладает этим свойством и, наконец, что для любой эффективной точки y^* существует некоторая простая система дискриминационных цен, при которой точки y^* и $z = r + y^*$ максимизируют прибыль. Автор опирается на фундаментальную теорему о векторе цен и эффективных точках в множестве производственных возможностей, являющемся замкнутым выпуклым конусом, доказанную Гейлом, Купмансом и частично им самим.

В шестой главе Ч. Фрэнк имеет дело

с множеством производственных процессов, представляющим собой конечный набор комбинаций затрат-выпуска или видов деятельности. В этих условиях анализируются теоремы и выводы, доказанные ранее в рамках более общих предпосылок. Устанавливается связь с задачами целочисленного программирования.

Книга представляет интерес в качестве систематизации важных результатов, полученных другими авторами. Большим ее достоинством является строгость аксиоматики. Нельзя не отметить и содержательную экономическую интерпретацию в конце каждой главы.

Г. Г. Пирогов

НОВЫЕ КНИГИ

Автоматизированная подсистема управления материальными ресурсами. Науч. ред. В. В. Соломатин. М., «Экономика», 1970. 159 с.

И. В. Алешина. Проблемы моделирования экономики развивающихся стран. (К критике буржуазной теории и методологии). Л., 1970. 215 с. (Ленингр. гос. ун-т им. А. А. Жданова). Библиогр.: с. 211—214.

Э. Ф. Баранов, В. И. Данилов-Данильян, М. Г. Завельский. Проблемы разработки системы оптимального планирования народного хозяйства. М., 1970. 120 с. (Центр. экон.-матем. ин-т АН СССР).

А. Бергстром. Построение и применение экономических моделей. Пер. с англ. Общ. ред. Б. Н. Михалевского. М., «Прогресс», 1970. 176 с. Библиогр.: с. 169—173.

Ж. Бертэн, М. Риту, Ж. Ружие. Работа ЭВМ в разделении времени. Пер. с франц. Под ред. С. С. Лаврова. М., «Наука», 1970. 207 с.

Х. Бос. Размещение хозяйства. Пер. с англ. Ред. и предисл. В. А. Маша. М., «Прогресс», 1970. 157 с.

А. И. Бурачас. Теория спроса. (Макроанализ). М., «Мысль», 1970. 248 с. (Соврем. буржуазные экон. теории: критич. анализ).

Н. П. Бусленко. Метод статистического моделирования. М., «Статистика», 1970. 112 с.

В. А. Валуев, С. Н. Ефимушкин, Л. А. Одинцова. Система принятия решений. М., 1970. 114 с. (Моск. экон.-стат. ин-т).

Введение в теорию порядковых статистик. Пер. с англ. Под ред. А. Я. Боярского. М., «Статистика», 1970. 414 с.

Вопросы оптимального планирования производства и цен. Сб. ст. Под ред. В. В. Новожилова. М., 1970. 219 с. (Ленингр. отд-ние Центр. экон.-матем. ин-та АН СССР. Лаборатория систем экон. оценки).

Временные методические положения по проектированию автоматизированных систем управления автотранспортным предприятием. М., 1970. 59 с. (АН СССР. Науч. совет по комплексной проблеме «Оптимальное планирование и упр. нар. хоз-вом». М-во автомоб. транспорта РСФСР. Центр. экон.-матем. ин-т АН СССР).

В. М. Глушков, В. П. Гладун, Л. С. Лозинский, С. Б. Погребинский. Обработка информационных массивов в автоматизированных системах управления. Киев, «Наук. думка», 1970. 184 с. (АН УССР. Ин-т кибернетики). Библиогр.: с. 179—182.

Д. И. Голенко. Статистические методы в экономических системах. М., «Статистика», 1970. 202 с.

А. И. Гольденберг. Об измерении труда и заработной платы. М., 1970. 41 с. (Центр. экон.-матем. ин-т АН СССР).

А. Б. Горетко. В поисках правильного решения. (О принципах рациональной деятельности человека). М., «Знание», 1970. 77 с.

В. С. Дадаян. Высшая математика и обыкновенная экономика. М., «Знание», 1970. 80 с.

В. С. Дадаян. Экономические законы социализма и оптимальные решения. М., «Мысль», 1970. 325 с.

О. А. Дейнеко. Методологические проблемы науки управления производством. М., «Наука», 1970. 295 с.

Г. М. Добров, В. Н. Клименюк, В. М. Одрин, А. А. Савельев. Организация науки. Киев, «Наук. думка», 1970. 203 с. (АН УССР. Отд-ние комплексных проблем науковедения Совета по изучению производительных сил УССР).

В. С. Ермаков, В. А. Минков, М. Л. Миркин. Автоматизированные системы экономического управления тепловыми электростанциями. М., «Энергия», 1970. 246 с. Библиогр.: с. 240—245.