

Таким образом, *оптимизация* плана капиталовложений должна проводиться путем отбора вариантов строительной программы по E_n [2, 3]. Показателем же, характеризующим оптимальность строительной программы, является уровень рентабельности всех вновь построенных предприятий. В отдельных отраслях новые предприятия могут оказаться малорентабельными или даже убыточными, но это проблема ценообразования, а не оптимизации плана капиталовложений. Максимум же уровня рентабельности вновь построенных предприятий, как показано в [4], при стабильном в расчетах уровне зарплаты работников производственной сферы соответствует максимальному приросту национального дохода за счет капитального строительства. Разногласия [4] с [2, 3] объясняются тем, что критерий оптимальности и критерий оптимизации плана капиталовложений — показатели, имеющие по необходимости разные численные значения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Типовая методика определения экономической эффективности капитальных вложений. В сб. Хозяйственная реформа в СССР. М., «Правда», 1969.
2. В. Н. Богачев. Срок окупаемости. (Теория сравнения плановых вариантов). М., «Экономика», 1966.
3. В. В. Новожилов. Проблемы измерения затрат и результатов при оптимальном планировании. М., «Экономика», 1967.
4. Л. А. Вааг и С. Н. Захаров. Методы экономической оценки в энергетике. М.—Л., Госэнергоиздат, 1962.
5. А. Л. Лурье. Об экономическом смысле нормы эффективности и процентирования капиталовложений. Экономика и матем. методы, 1965, т. I, вып. 1.

Поступила в редакцию
25 II 1971

ПРОГНОЗ ПОТРЕБИТЕЛЬСКОГО СПРОСА ПО СИСТЕМЕ ФУНКЦИЙ ТИПА СТОУНА

С. Г. МЕКЛЕР

(Москва)

Цель статьи — описание прогноза потребительского спроса по модели Стоуна [1—7] и соответствующей вычислительной программы.

Модель основана на следующих предпосылках: 1) общие валовые расходы равны сумме различных типов расходов и равны сумме дохода; 2) величина покупаемого товара или потребляемой услуги зависит от дохода потребителя и структуры цен, причем уравнения системы — линейные однородные функции нулевой степени по доходу и ценам; 3) матрица эластичности замены симметрична, т. е. выполняется условие Слуцкого, что позволяет уменьшить ряд параметров системы; 4) модель статична, т. е. считается, что приспособление потребителя к новым условиям мгновенное, и потому применение модели к товарам длительного пользования можно рассматривать только как первое приближение; 5) модель имеет иерархическую структуру, т. е. оценки укрупненных групп могут затем использоваться как база для расчетов по более дробным группам.

Основной недостаток процесса Стоуна состоит в том, что он не дает стандартных ошибок для оценок. Конечные оценки метода Стоуна при его сходимости эквивалентны оценкам максимального правдоподобия [3, 7]. Эта модель в прямой форме неудобна для мелких групп товаров и для анализа такой информации, как например, бюджеты семьи, которая охватывает широкий диапазон расходов. Но она удобна для анализа и прогноза на основе временных рядов. Система может быть использована только для описания таких товаров, которые могут замещать друг друга, и не может быть использована для прогнозов по дополняющим друг друга товарам и товарам низкого качества. Применение модели к короткому периоду времени дает только первую аппроксимацию поведения потребителей.

В матричной форме система линейных расходов записывается

$$\hat{p}e = b\mu + (I - b')\hat{c}p = \hat{p}c + b(\mu - p'c),$$

где p — вектор цен товаров или групп изучаемых товаров; $\hat{p}$ — диагональная матрица, образованная из элементов вектора p ; e — вектор количества приобретенных то-

варов и услуг; $\hat{p}e$ — вектор расходов; μ — общие расходы или валовые доходы, $\mu \equiv p'e$; I — единичная матрица; b и c — векторы параметров, причем $i'b \equiv 1$ (компоненты вектора c — средние величины основных показателей уровня жизни, так называемые фиксированные расходы, компоненты вектора b — средние коэффициенты распределения дополнительного дохода потребителя); $(\mu - p'c)$ — дополнительный доход; $p'c$ — фиксированные расходы.

Из того, что $\hat{p}e = b\mu + (I - bi')\hat{c}r$ видно, что расходы на каждый товар — линейная функция общих расходов μ и компонентов вектора p . Форма матрицы $(I - bi')\hat{c}$ диктуется тем, что на систему наложено условие Слуцкого, т. е. условие симметричности матрицы параметров взаимозаменяемых благ. Иначе говоря, если имеется n товарных классов, то надо оценить $2n - 1$ независимых параметров. Простую интерпретацию поведения потребителя получаем из выражения $\hat{p}e = \hat{p}c + b(\mu - p'c)$, где $\hat{p}e$ — общие расходы на данные группы товаров — состоят из двух частей: 1) средний потребитель покупает фиксированную величину — элементы c при любом соотношении цен. Эта величина считается управляемой, общие расходы на такие покупки равны $p'c$, т. е. фиксированному расходу; 2) оставшуюся сумму денег средний потребитель распределяет по товарным группам пропорционально компонентам вектора b ; $\mu - p'c$ — дополнительный доход.

Функции спроса изменяются во времени главным образом как последствия изменения вкусов потребителей при введении новых товаров и изменений условий жизни. При рассмотрении отдельных товаров обычно эти изменения учитывают посредством остаточного временного тренда, который просто увеличивает или уменьшает значения функции во времени. Если добавить к каждому уравнению системы остаточный член, то ее основные свойства разрушатся. Но есть и другая возможность — рассматривать параметры b и c зависящими от любых переменных, принимающих заранее предписанные им значения во время θ . Пусть $b = b^* + \theta b^{**}$, $c = c^* + \theta c^{**}$. При этих условиях модель отражает изменение вкусов потребителей. Необходимо, чтобы $i'b^{**} \equiv 0$ и $i'b^* \equiv 1$ и вместо $2n - 1$ независимых переменных имеем $2(2n - 1)$. Все вычисления ведутся в расчете на душу населения.

Система решается двухшаговым методом наименьших квадратов. Вычисления начинаются с предположения, что b^* и b^{**} равны соответственно b_0^* и b_0^{**} . Образует вектор $y_\theta (n \times 1)$

$$y_\theta = p_\theta e_\theta - (b_0^* + \theta b_0^{**})\mu_\theta \quad (1)$$

и матрицу Y_θ порядка n

$$Y_\theta = [I - (b_0^* + \theta b_0^{**})i']\hat{p}_\theta, \quad (2)$$

где n — количество групп изучаемых товаров. Вектор y_θ и матрица Y_θ связаны соотношением

$$y_\theta = [Y_\theta : \theta Y_\theta] \begin{bmatrix} c^* \\ \vdots \\ c^{**} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Определим вектор

$$y = \{y_1, y_2, \dots, y_t\} \quad (4)$$

и матрицу

$$Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_t\}. \quad (5)$$

Заметим, что $y = Xg$, где

$$X = [Y : \theta Y] \quad \text{и} \quad g = \{c^* | c^{**}\}. \quad (6)$$

Наименьшая квадратичная форма g_1 для g определяется

$$g_1 = (X'X)^{-1}X'y. \quad (7)$$

По полученному g_1 образуем вектор $w_\theta (n \times 1)$

$$w_\theta = \hat{p}_\theta [e_\theta - (c_1^* + \theta c_1^{**})] \quad (8)$$

и матрицу $W_\theta (n \times n)$

$$W_\theta = [\mu_\theta - p_\theta'(c_1^* + \theta c_1^{**})]I. \quad (9)$$

Вектор w_θ и матрица W_θ связаны соотношением

$$w_\theta = [W_\theta : \theta W_\theta] \begin{bmatrix} b^* \\ \vdots \\ b^{**} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Определим вектор

$$w = \{w_1, w_2, \dots, w_l\} \quad (11)$$

и матрицу

$$W = \{W_1, W_2, \dots, W_l\}. \quad (12)$$

Тогда можно записать

$$w = Zh, \quad (13)$$

где

$$Z = [W | \Theta W], \quad h = \{b^* ; \delta^{**}\}.$$

Наименьшая квадратичная форма h_1 для h вычисляется следующим образом

$$h_1 = (Z'Z)^{-1}Z'w. \quad (14)$$

Получив h_1 , можно возвратиться к (1), заменить b_0^* и b_0^{**} на b_1^* и b_1^{**} соответственно и продолжить вычисления. Метод таков, что всегда выполняется усло-

вие $\sum_{i=1}^n b_{ik}^* = 1$ и $\sum_{i=1}^n b_{ik}^{**} = 0$, где k — номер итерации. Продолжая процесс до тех пор, пока оценки для g уже не будут существенно меняться, получим решение. Вычисления прекращаются, когда сумма абсолютных значений изменений компонент вектора s с одной итерации до другой будет меньше заранее заданной величины ε . Сходимость процесса сильно зависит от начальных значений b_0^* и b_0^{**} . Группа сотрудников профессора Стоуна анализировала 8 товарных групп одновременно за период с 1900 по 1960 гг. При оценке параметров годы 1914—1919 и 1940—1947 исключались [1, 2]. Таким образом, было $n(t-14) = 8(61-14) = 376$ наблюдений, на основе которых определялось $2(2n-1) = 30$ независимых параметров. Результаты получились неплохие [1, 4].

Мы тоже составили программу получения параметров и программу прогноза для ЭВМ БЭСМ-3М, вели расчеты по американским данным по 6 товарным группам с 1931 по 1966 г. и с 1939 по 1966 г. и по 7 товарным группам с 1939 по 1966 г. при $\varepsilon = 0,01$. Рассматривались следующие группы товаров: 1) автомобили и запасные части к ним; бензин и масла, 2) мебель и домашнее оборудование; прочие товары длительного пользования, 3) продовольствие и напитки, 4) одежда и обувь, прочие товары недлительного пользования, 5) жилища, обслуживание жилищ, домашние услуги, 6) транспорт.

При анализе 7 товарных групп в отдельную группу выделялись напитки.

Известно, что первоначальные значения компонентов вектора b значительно влияют на сходимость процесса. Мы брали доли приростов расходов за рассматриваемые годы и доли последнего 1966 г. за первоначальные значения этого вектора. При $n = 6$, $\theta = 36$, b_0 — доли приростов за 1931—1966 гг. за 10 минут было сделано 9 итераций и получены значения компонентов векторов b и s , отраженные в табл. 1.

Т а б л и ц а 1

Параметры для 6 товарных групп (1931—1966 гг.)

Группы	Параметры			
	b^*	b^{**}	s^*	s^{**}
I	0,154764	0,000283	0,068086	0,00896
II	0,133991	0,000865	0,039477	0,004564
III	0,171666	-0,000708	0,249578	-0,001024
IV	0,159136	-0,000195	0,165669	0,002424
V	0,338260	-0,001104	0,315887	0,013205
VI	0,043291	0,000844	0,002386	-0,000983

Возьмем для примера группу V. Фиксированные расходы за рассмотренный период ежегодно росли в среднем на 13,2 долл. до тех пор, пока в 1966 г. они не стали равны 315 долл., а доля дополнительного дохода, идущего на эту товарную группу, падала в среднем ежегодно на 0,11% до тех пор, пока в 1966 г. не стала равной 33,8%.

При $n = 6$, $\theta = 28$, b_0 — доли приростов за 1939—1966 гг., $\varepsilon = 0,01$ было сделано 23 итерации. Получились следующие векторы b и s (табл. 2)

Рассмотрим снова группу V. Фиксированные расходы за 1939—1966 гг. на душу населения ежегодно росли в среднем на 30,0 долл. и в 1966 г. стали равны 426 долл.,

а доля дополнительного дохода росла в среднем ежегодно на 0,14% и в 1966 г. стала равна 40%.

По полученным значениям векторов b и c сделан прогноз на 1967, 1968 и 1969 гг. и получены относительные и средневзвешенные относительные ошибки (табл. 3, 4).

Из табл. 4 видно, что во II и V группах расчетные значения расходов соответствуют фактическим. Относительные ошибки не превышают 2,2%. Хуже обстоит

Т а б л и ц а 2

Параметры для 6 товарных групп (1939—1966 гг.)

Группы	Параметры			
	$b *$	$b **$	$c *$	$c **$
I	0,258381	0,004827	0,055483	0,013624
II	0,163655	0,002090	0,068497	0,008936
III	0,022801	—0,006292	0,431225	0,008249
IV	0,095493	—0,003233	0,283598	0,011543
V	0,404825	0,001366	0,425790	0,030045
VI	0,053129	0,001045	0,014630	0,000380

Т а б л и ц а 3

Относительные и средневзвешенные ошибки прогноза по 6 товарным группам, $\theta = 36$

Группы	Годы			
	1966	1967	1968	1969
I	0,129926	0,186178	0,120573	0,112008
II	0,016167	0,026002	0,034492	0,054198
III	0,020165	0,025504	0,026082	0,025064
IV	0,062858	0,058849	0,048966	0,048185
V	0,005136	0,021597	0,0134403	0,020125
VI	0,099562	0,082544	0,086943	0,111188
Средневзвешенные ошибки	0,036684	0,049151	0,039242	0,043078
Средневзвешенные ошибки без группы I	0,02503	0,03043	0,028447	0,033625

Т а б л и ц а 4

Относительные и средневзвешенные ошибки прогноза по 6 товарным группам, $\theta = 28$

Группы	Годы			
	1966	1967	1968	1969
I	0,164122	0,20935	0,151724	0,137659
II	0,002296	0,002653	0,003927	0,015754
III	0,05838	0,057932	0,068283	0,066118
IV	0,074540	0,065877	0,059644	0,056562
V	0,021411	0,005925	0,019521	0,015093
VI	0,027819	0,007965	0,012669	0,008151
Средневзвешенные ошибки	0,053694	0,050162	0,051104	0,048047
Средневзвешенные ошибки без группы I	0,026532	0,020298	0,021023	0,018722

дело с группой I. Здесь, как и следовало ожидать из-за предпосылок модели, относительные ошибки довольно велики, что отражается на средневзвешенных ошибках, колеблющихся около 5%. Средневзвешенные ошибки, вычисленные без группы I, значительно меньше.

Если в качестве первоначальных значений компонентов вектора b взять при $n = 6$ и $\theta = 36$ доли 1966 г., то результаты неприемлемы; при $n = 6$, $\theta = 28$ (с 1939 по 1966 г.) — неплохие (табл. 5, 6). А при $n = 7$ (при выделении напитков в отдельную группу) и доли прироста и доли 1966 г. дают приемлемые результаты. Значения параметров, полученных за 23 итерации, когда имеются доли прироста, отражены в табл. 7, а относительные ошибки прогноза в табл. 8.

Таблица 5

Параметры для 6 товарных групп (1939—1966 гг.)

Группы	Параметры			
	b^*	b^{**}	c^*	c^{**}
I	0,132766	0,001834	0,097309	0,009014
II	0,103873	0,000653	0,076742	0,006653
III	0,201269	—0,001939	0,253060	0,0090286
IV	0,165224	—0,001352	0,184565	0,010059
V	0,356394	—0,0000044	0,349063	0,024598
VI	0,039802	0,000670	0,0114986	—0,000418

Таблица 6

Относительные и средневзвешенные ошибки прогноза по 6 товарным группам, $\theta = 28$

Группы	Годы			
	1966	1967	1968	1969
I	0,064083	0,108321	0,03756	0,022201
II	0,052316	0,04974	0,052852	0,042296
III	0,013466	0,013476	0,020655	0,028055
IV	0,047636	0,040776	0,027747	0,02418
V	0,010463	0,004447	0,006519	0,0017384
VI	0,009653	0,042036	0,054012	0,050029
Средневзвешенные ошибки	0,028026	0,029793	0,022962	0,019144
Средневзвешенные ошибки без группы I	0,026532	0,020298	0,021023	0,018722

Таблица 7

Параметры для 7 товарных групп (1939—1966 гг.)

Группы	Параметры			
	b^*	b^{**}	c^*	c^{**}
I	0,254498	0,004692	0,050634	0,013517
II	0,162505	0,002049	0,064334	0,008861
III	0,024969	—0,0054090	0,373358	0,007781
IV	0,095676	—0,0032192	0,280573	0,0116204
V	0,402353	0,001248	0,416511	0,030193
VI	0,050498	0,000973	0,014859	0,000309
VII	0,007824	—0,000537	0,0499157	0,000599

По некоторым группам соответствие довольно хорошее (например, группа V, где относительные ошибки меньше 1%), а в целом результаты несколько хуже, чем при анализе 6 групп (табл. 8).

Рассмотрим результаты расчетов по 7 товарным группам при условии, что первоначальные значения компонентов вектора b — доли расходов на соответствующие группы в 1966 г. (табл. 9, 10).

Таблица 8

Относительные и средневзвешенные ошибки прогноза по 7 товарным группам

Группы	Годы			
	1966	1967	1968	1969
I	0,160565	0,205927	0,148774	0,135081
II	0,0052817	0,003975	0,013229	0,025338
III	0,070869	0,067028	0,079084	0,073177
IV	0,106503	0,098697	0,100107	0,099738
V	0,009312	0,006428	0,004732	0,000539
VI	0,223547	0,200262	0,229728	0,259522
VII	0,174533	0,148017	0,174895	0,156074
Средневзвешенные ошибки	0,066505	0,065883	0,064883	0,061920
Средневзвешенные ошибки без группы I	0,042767	0,031296	0,03739	0,037361

Таблица 9

Параметры для 7 товарных групп (1939—1966 гг.)

Группы	Параметры			
	b^*	b^{**}	c^*	c^{**}
I	0,133892	0,001710	0,092706	0,009540
II	0,103044	0,000606	0,074075	0,006822
III	0,079467	—0,001456	0,212603	0,008514
IV	0,167830	—0,001210	0,176471	0,010296
V	0,349566	—0,000151	0,344780	0,025311
VI	0,037205	0,000559	0,0129815	—0,000275
VII	0,028293	—0,000193	0,027722	0,000856

Таблица 10

Относительные и средневзвешенные ошибки прогноза по 7 товарным группам

Группы	Годы			
	1966	1967	1968	1969
I	0,066623	0,112437	0,04185	0,026742
II	0,055430	0,052129	0,055634	0,045407
III	0,022129	0,029778	0,042268	0,057069
IV	0,044399	0,040675	0,027417	0,023848
V	0,00067	0,006234	0,004284	0,000627
VI	0,01185	0,047863	0,061713	0,058361
VII	0,044936	0,071844	0,088897	0,118348
Средневзвешенные ошибки	0,033309	0,036147	0,02922	0,02786
Средневзвешенные ошибки без группы I	0,022785	0,02692	0,027545	0,027573

Из табл. 9 и 10 видно, что по II и V группам соответствия продолжают оставаться хорошими, значительно улучшились результаты по I, VI и VII группам. На основе всего сказанного можно сделать вывод о том, что лучшее соответствие достигается при расчетах по VI и VII группам при $\theta = 28$ и при первоначальных значениях b , равных долям последнего 1966 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. D. Stone, A. Brown, D. A. Rowe. Demand Analysis and Projections for Britain 1900—1970: A Study in Method. H. J. Sandy (editor), Europe's Future Consumption. Amsterdam, North Holland Publishing Company, 1964.
2. Cambridge. Department of Applied Economics. A Computable Model of Economic Growth. London, Chapman and Hall, 1962.
3. R. W. Parks. Systems of Demand Equations. An Empirical Comparison of Alternative Functional Forms. University of Chicago, 1968.
4. Problems of Economic Dynamics and Planning Essays in Honour of Michal Kalecki. Warszawa, 1966.
5. Р. Стоун. Моделирование экономических систем. Экономика и матем. методы, 1965, т. I, вып. 3.
6. R. Stone. Mathematics in the Social Sciences and other Essayes. London, 1966.
7. R. Stone, A. Brown, D. A. Rowe. Demand Analysis and Projections for Britain: 1900—1970; A Study in Method. J. Economics. London, 1964.

Поступила в редакцию
20 VII 1970

О НЕКОТОРЫХ СПОСОБАХ ЛИНЕАРИЗАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ В ОТРАСЛЕВЫХ ЗАДАЧАХ

Л. В. АЛИЕВСКАЯ, Г. С. ПОПОВА, В. Т. АТАМАС,
Ю. М. МИТНИЦКАЯ

(Москва, Новосибирск)

Одно из важнейших направлений в развитии методов математического программирования связано с попытками учесть при решении конкретных экономических задач оптимизации различного рода нелинейные зависимости [1—3 и др.] Следует отметить, что практическое применение существующих сейчас методов нелинейного программирования связано со значительными вычислительными трудностями из-за сложности, громоздкости, медленной сходимости многих алгоритмов, а также из-за отсутствия стандартных и удобных в использовании на ЭВМ программ.

Здесь рассматриваются два метода решения задач, имеющих нелинейные целевые функции и линейные ограничения.

1. ХАРАКТЕРИСТИКА НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ЗАДАЧИ

Задача сводится к определению оптимальной мощности хлебоприемных пунктов (х.п.п.), их размещению, определению оптимальной структуры системы предприятий для послеуборочной обработки и хранения зерна и оптимальной схемы потоков зерна*.

Существующая система хлебозаготовок в стране предусматривает возможность обработки и хранения зерна в период уборки и в послеуборочный период на государственных линейных (л.х.п.п.) и глубинных (г.х.п.п.) пунктах. При этой системе хлебозаготовок все товарное зерно должно быть вывезено из колхозов и совхозов на государственные хлебоприемные пункты *только* в уборочный период. Такое требование приводит к потерям зерна и к большим дополнительным затратам, связанным с привлечением рабочей силы и транспорта из других областей и районов. Цель решения задачи — выявить экономический ущерб, связанный с такой организацией хлебозаготовок, и сравнить существующую систему с разрабатываемой Гипросельхозом. По предлагаемой системе хлебозаготовок создаются межколхозные г.х.п.п. Товарное зерно лишь частично в период уборки поступает на государственные х.п.п., а большая часть его в период уборки сосредоточивается на межколхозных х.п.п. и затем постепенно существующими транспортными средствами в течение послеуборочного периода перевозится на государственные приемные пункты.

Пусть заданы:

1. Годовой объем товарного зерна в каждом хозяйстве рассматриваемой области.
2. Расположение существующих и строящихся пунктов обработки и хранения зерна.

* Задача решена на примере оптимизации системы послеуборочной обработки и хранения зерна Новосибирской области.