

КРИТИКА И БИБЛИОГРАФИЯ

Дж. Бокс, Г. Дженкинс. Анализ временных рядов.
Прогноз и управление. Сан-Франциско, 1970, 553 стр.

G. E. P. Box, G. M. Jenkins. Time Series Analysis.
Forecasting and Control. San Francisco, 1970, p. 553

Конкретно-экономическое исследование, в основе которого лежит анализ статистических данных, предпринимается, как правило, либо для эмпирического выяснения наиболее существенных связей, характеризующих развитие реальной системы, либо для получения прогноза, либо для оценки возможностей управляющего воздействия на систему. Хотя эти цели могут переплетаться и дополнять друг друга, одна из них оказывается доминирующей и определяет выбор средств, используемых для ее достижения.

Если процесс формирования какого-нибудь экономического показателя поддается логико-дедуктивному описанию с помощью математической модели и участвующие в модели переменные имеют аналоги в экономической статистике, то математическая модель может быть наполнена реальными статистическими данными. Полученную в результате имитационную эконометрическую модель с оцененными параметрами можно использовать как для прогноза, так и для решения других задач. При прогнозировании экономического показателя к такой модели, связывающей целую серию переменных, нужно предъявить ряд жестких требований. Надежда на успех тем больше, чем меньше модель содержит экзогенных переменных, в результате чего она сводится к некоторому уравнению относительно искомого экономического показателя. Если же в ней имеется хотя бы одна экзогенная переменная, то она должна быть либо предопределенной, как, например, время, либо значительно более предопределенной, чем изучаемая величина. При нескольких экзогенных переменных задача существенно усложняется, так как изолированное продление временных рядов экзогенных переменных может отличаться от их совместной экстраполяции, учитывающей взаимозависимости.

Таким образом, прогноз отдельного экономического показателя с помощью эконо-

нометрической модели не всегда более целесообразен, чем непосредственное продление временного статистического ряда даже при наличии хорошего логико-дедуктивного описания процесса формирования этого показателя. Когда такого описания нет или же оно требует учета большого числа существенных факторов, в руках исследователя не остается иного средства, кроме непосредственного анализа временного ряда. Изучение временных рядов велось в последние два десятилетия в двух мало связанных между собой направлениях. Начало было положено построением и развитием абстрактно-теоретических подходов, основанных на изыскной теоретико-множественной аксиоматике. Полученные результаты неизменно оказывались облеченными в столь общую форму, что их практическое использование представлялось весьма туманным. Поэтому экономисты, призванные решать задачи сегодняшнего дня, настойчиво шли по пути выработки эмпирического подхода, который и лег в основу второго направления. Периодически наступали моменты, когда представители первого направления обращались к методам, предложенным сторонниками эмпирического подхода, и подкрепляли эмпирику теоретическим фундаментом. Представители второго направления также не раз доказывали, что они не чужды глубочайших теоретических построений. По-видимому, именно такому взаимному проникновению мы обязаны существованием эконометрики как самостоятельной области теоретического знания об оценке экономико-математических моделей. К сожалению, блестящая школа советских вероятностников долгое время развивалась преимущественно в абстрактно-теоретическом направлении, оставляя без должного внимания сугубо прикладные направления, требовавшие теоретического обоснования. В свою очередь экономисты-практики не создали в свое время атмо-

сферы серьезной заинтересованности, необходимой для развития прикладных ветвей, и уделяли недостаточное внимание решению соответствующих задач.

Первые попытки изучения экономических временных рядов сводились к разбиению значений ряда z_t на детерминированную $f(t)$ и стохастическую ε_t составляющие

$$z_t = f(t) + \varepsilon_t. \quad (1)$$

Относительно ε_t принимались гипотезы, свойственные использованию обычного метода наименьших квадратов. В частности, расположенные во времени значения ε_t предполагались независимо пзвлеченными из одного и того же множества случайных событий (гипотезы эргодичности и отсутствия автокорреляции). Это позволило ограничиться аппаратом классической статистики, не прибегая к современной теории вероятностных процессов. В дальнейшем предпринимались попытки расщепления детерминированной составляющей с тем, чтобы выделить значение тренда $\bar{z}_t$, отклонение от тренда (или колебания тренда) e_t и сезонность s_t . Разложение приобрело вид

$$z_t = \bar{z}_t + e_t + s_t + \varepsilon_t. \quad (2)$$

Однако идея подобного разбиения породила потребность построения некоторой схемы, которая позволила бы его эмпирически осуществить для конкретного ряда. Впервые простейший вариант такой схемы был предложен в 1959 г. (так называемая обобщенная модель Брауна) *. Связь между z_t , $\bar{z}_t$ и e_t в этой модели выглядит следующим образом

$$\bar{z}_t = \alpha z_t + (1 - \alpha) e_{t-1}, \quad (3)$$

$$e_t = \alpha (\bar{z}_t - \bar{z}_{t-1}) + (1 - \alpha) e_{t-1},$$

$$0 < \alpha < 1, \quad (4)$$

а прогноз z'_{t+1} определяется как

$$z'_{t+1} = \bar{z}_{t+1} + \frac{1}{\alpha} e_{t+1}. \quad (5)$$

Впоследствии Винтерсом ** и Боксом и Дженкинсом *** были предложены иные схемы прогноза. Винтерс рассматривал сезонно скорректированную модель, а Бокс и Дженкинс использовали для построения схемы идеи теории автоматического управления с организацией процесса получения прогноза как задачи слежения с выработкой соответствующего предупреждения.

Все эти построения имели чисто эмпирический характер. Так же, как и в мо-

дели Брауна, они опирались на какую-то стохастическую модель, и уже Уорд * показал, что эти схемы укладываются в некоторую обобщенную нестохастическую модель. Благодаря использованию оператора левого сдвига B ($Bz_t = z_{t-1}$) появилась возможность не только компактно записывать уравнения прогнозирующих схем, но и изучать устойчивость прогноза в зависимости от параметров. Однако отсутствие базы в качестве стохастической модели не позволило решить для эмпирических схем проблему выбора оптимальных значений параметров (в обобщенной модели Брауна параметр α). В статье Тейла и Вейджа ** была предложена первая стохастическая модель экспоненциального взвешивания

$$z_t = \bar{z}_t + \varepsilon_{1t}, \quad (6)$$

$$\bar{z}_t = \bar{z}_{t-1} + e_t, \quad (7)$$

$$e_t = e_{t-1} + \varepsilon_{2t}, \quad (8)$$

где уже имеются две стохастические помехи ε_{1t} и ε_{2t} , относительно которых приняты обычные гипотезы о независимости и фиксированной дисперсии. Процедура взвешивания определена в соответствии со схемой Винтерса

$$\bar{z}_t = \alpha z_t + (1 - \alpha) (\bar{z}_{t-1} + e_{t-1}), \quad (9)$$

$$e_t = \beta (z_t - \bar{z}_{t-1}) + (1 - \beta) e_{t-1}, \quad (10)$$

$$0 < \alpha < 1, \quad 0 < \beta < 1.$$

Параметры α и β выбираются с тем, чтобы минимизировать математическое ожидание ошибки прогноза. Здесь уже нельзя утверждать, что $\bar{z}_t$ и e_t являются элементами детерминированной составляющей временного ряда. Это тоже вероятностные процессы, но не наделенные теми простыми свойствами, которые должны удовлетворять ε_{1t} и ε_{2t} .

Нерлов и Вейдж *** заметил, что схема Тейла — Вейджа генерирует хотя и нестационарный временный ряд z_t , но ряд, обладающий стационарными вторыми разностями. Основываясь на этом свойстве, вероятностное исследование схемы было доведено до решения проблемы выбора оптимальных параметров α и β в зависимости от отношения дисперсий процессов ε_{1t} и ε_{2t} . Однако схема Тейла — Вейджа слишком бедна, чтобы с ее помощью можно было продлевать многие конкретные ряды. Сам процесс адаптации, т. е. процесс выбора весов, позволяющих соизмерить новейшую информацию со старой, жестко определен, и пото-

* R. G. Brown. Statistical Forecasting for Inventory Control. N. Y., 1959.

** P. R. Winters. Manag. Sci., 1960, v. 6, p. 324—342.

*** G. E. P. Box, G. M. Jenkins. Some Statistical Aspects of Adaptive Optimization and Control. J. Roy. Stat. Soc., 1962, v. 24, № 2.

* D. W. Ward. The Stat., 1963, v. 13, № 3.

** G. Theil, S. An. Wage. Some Observations on Adaptive Forecasting. Manag. Sci., 1964, v. 10, № 2.

*** M. Nerlove, S. Wage. On the Optimality of Adaptive Forecasting. Manag. Sci., 1964, v. 10, № 2.

му решается лишь весьма узкая задача выбора наилучших α и β , в то время как может оказаться более целесообразным использование иной схемы прогноза.

Попытка осуществить поиск наилучшей модели временного ряда в достаточно широком классе схем привела к появлению в 1970 г. рецензируемой книги. В основу модели временного ряда авторы положили идею Дж. Юла, предложившего еще в 1927 г. рассматривать временной ряд z_t как линейную комбинацию прошлых значений последовательности случайных и независимых «скачков» ε_t . Другими словами, временной ряд предстает в качестве выхода линейного фильтра, на вход которого подан белый шум с ограниченной дисперсией

$$z_t = \mu + \varepsilon_t + \psi_1 \varepsilon_{t-1} + \psi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots = \mu + \psi(B) \varepsilon_t. \quad (11)$$

Передаточная функция

$$\psi(B) = 1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots \quad (12)$$

записана через левый оператор сдвига B . Для стационарных процессов, т. е. в случае конечной или сходящейся последовательности весов ψ , величина μ приобретает смысл среднего, около которого колеблются значения ряда. Если же последовательность ψ расходится, изучаемый ряд нестационарен и μ оказывается лишь некоторой точкой, относительно которой происходит сравнение имеющихся статистических данных. В подобную схему легко укладываются известные процессы авторегрессии и скользящего среднего. В авторегрессивной модели текущее значение процесса z_t выражается как конечная линейная комбинация предыдущих значений процесса и скачка ε_t . Если обозначить через $\tilde{z}_t$ отклонение z_t от μ , то авторегрессивная модель порядка p приведет к вероятностному процессу

$$\tilde{z}_t = \Phi_1 \tilde{z}_{t-1} + \Phi_2 \tilde{z}_{t-2} + \dots + \Phi_p \tilde{z}_{t-p} + \varepsilon_t. \quad (13)$$

Если определить авторегрессивный оператор порядка p как

$$\Phi(B) = 1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \dots - \Phi_p B^p, \quad (14)$$

то авторегрессивная модель примет вид

$$\Phi(B) \tilde{z}_t = a_t. \quad (15)$$

Она содержит $p + 2$ неизвестных параметра: μ , Φ_1 , Φ_2 , ..., Φ_p , σ_ε^2 , которые должны быть оценены из эмпирических данных. Дополнительный параметр σ_ε^2 является дисперсией случайной помехи.

Используя (13), рекуррентным образом можно последовательно исключить из его правой части $\tilde{z}_{t-1}$, $\tilde{z}_{t-2}$, ..., вводя на каждом шаге соответственно ε_{t-1} , ε_{t-2} , ... В итоге получим в правой части линейную комбинацию бесконечного ряда ε .

Это можно записать

$$\Phi(B) \tilde{z}_t = \varepsilon_t \quad \text{или} \quad \tilde{z}_t = \psi(B) \varepsilon_t, \quad (16)$$

где $\psi(B) = \Phi^{-1}(B)$.

Авторегрессивный процесс будет стационарным при таком выборе Φ , который обеспечивает сходимость ряда $\psi_1, \psi_2, \dots$. Модель скользящего среднего, как легко видеть, ставит отклонение от μ в момент t в зависимость от конечного числа предыдущих случайных скачков ε

$$\tilde{z}_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}, \quad (17)$$

где веса $1, -\theta_1, -\theta_2, \dots, -\theta_q$ образуют в сумме единицу и не обязательно должны быть положительными. Если ввести оператор скользящего среднего

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q, \quad (18)$$

то модель запишется в виде

$$\tilde{z}_t = \theta(B) \varepsilon_t, \quad (19)$$

и в ней предстоит оценить $q + 2$ неизвестных параметра $\mu, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q, \sigma_\varepsilon^2$.

Бокс и Дженкинс предлагают расширить класс моделей, среди которых ведется поиск для выравнивания эмпирического ряда, включая в модель одновременно как оператор скользящего среднего некоторого порядка q , так и оператор авторегрессивного процесса. Это приводит к смешанной авторегрессивной модели скользящего среднего

$$\tilde{z}_t = \Phi_1 \tilde{z}_{t-1} + \dots + \Phi_p \tilde{z}_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}, \quad (20)$$

или в операторной форме

$$\Phi(B) \tilde{z}_t = \theta(B) \varepsilon_t, \quad (21)$$

где предстоит оценить $p + q + 2$ неизвестных параметров $\mu, \Phi_1, \dots, \Phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q, \sigma_\varepsilon^2$. На первый взгляд такая модель должна оказаться более громоздкой, но на деле она обеспечивает существенно более гибкий подход к выравниванию временного ряда и редко приходится использовать модели, где p и q превышают 2.

Известно, что многие ряды экономической динамики хотя и нестационарны (общий уровень, около которого происходят колебания, оказывается различным в разные моменты времени), но их общее поведение, после того как будут учтены различия в уровне, поддается вероятностному описанию. На практике изучение таких рядов заменяют обычно анализом их первых или вторых разностей. Взятие разностей можно интерпретировать как применение авторегрессивной модели с оператором $(1 - B)^d$, где d — порядок разности (это легко проверяется непосредственно: например, для вторых разностей имеем $z_t - 2z_{t-1} + z_{t-2}$, т. е. применен

оператор $1 - 2B + B^2$). Поэтому вместо прежнего авторегрессивного оператора $\Phi(B)$ авторы предлагают использовать оператор

$$\varphi(B) = \Phi(B)(1 - B)^d. \quad (22)$$

Таким образом, поиск модели сглаживания осуществляется в классе, который можно охарактеризовать как

$$\begin{aligned} \varphi(B)z &= \Phi(B)(1 + B)^d z_t = \\ &= \theta(B)\varepsilon_t, \end{aligned} \quad (23)$$

или

$$\Phi(B)w_t = \theta(B)\varepsilon_t, \quad (24)$$

где $w_t = \Delta^d z_t$. Определяемый так вероятностный процесс получил название интегрального авторегрессивного процесса скользящего среднего порядка (p, d, q) .

Поскольку обратным оператором к оператору разности Δ^d является оператор суммирования s^d , обобщенную модель (23) можно представить как преобразование белого шума ε_t (с конечной дисперсией) с помощью трех последовательных фильтров: фильтр скользящего среднего $\theta(B)$, стационарный авторегрессивный фильтр $\Phi^{-1}(B)$ и нестационарный суммирующий фильтр s^d .

По-видимому, уже осталось позади то время, когда набор временных рядов, состоящих из 25—30 наблюдений, был достаточным для оценки нескольких десятков взаимосвязанных параметров. Возникшая в прошлом десятилетии идея построения моделей, глобальных по широте охвата экономических процессов, вряд ли найдет адекватный статистический аппарат в области чисто эконометрических методов. Принцип экономии и целенаправленности, столь естественный в теоретических построениях, завоевывает права гражданства и при анализе эмпирических данных. В книге Бокса и Дженкинса упор делается на построение наиболее экономной и достаточно адекватной модели изучаемого вероятностного процесса. При этом «экономность» модели определяется числом подлежащих оценке параметров. Что касается ее целенаправленности, то этот вопрос остается практически открытым. Стремясь к изложению достаточно общего метода выравнивания временного ряда, авторы предпочли не затрагивать проблему использования той априорной информации о генерирующих его механизмах, которой обычно располагает исследователь.

Неоправданное сужение класса рассматриваемых вероятностных процессов может привести к нарушению принципа экономности. Бокс и Дженкинс иллюстрируют это на простом примере. Если попытаться использовать динамическую модель вида

$$\begin{aligned} y_t &= (\eta_0 + \eta_1 \Delta + \eta_2 \Delta^2 + \dots \\ &\dots + \eta_s \Delta^s) z_t \end{aligned} \quad (25)$$

для выравнивания ряда, генерируемого системой, адекватно описываемой урав-

нением

$$(1 + \xi \Delta) y_t = z_t, \quad (26)$$

то усилия окажутся бесплодными. Из-за ошибки наблюдения можно легко ошибиться при оценке параметров η_i , в то время как более простая модель, содержащая только один параметр, была бы достаточной для описания процесса. Поиск экономной и адекватной модели осуществляется следующим образом.

Первый этап анализа наблюдаемого временного ряда состоит в выборе конкретной модели из рассмотренного класса. Основным средством для этого служат автокорреляционная и частная автокорреляционная функции. Поскольку теоретические значения этих функций неизвестны, используются их оценки. Прежде всего необходимо выяснить, к какому классу процессов — стационарных или нестационарных — следует отнести изучаемый ряд. Если автокорреляционная функция быстро затухает, ряд будет представлять реализацию стационарного случайного процесса. Если же она убывает медленно даже при больших лагах, ряд нестационарен, и в этом случае переходят к изучению автокорреляционных функций не самого ряда, а его разностей первого, второго и высших порядков, пока какая-нибудь из них не будет представлять стационарный процесс. Таким образом, как и в большинстве других работ, нестационарный ряд преобразуется в стационарный и результаты, полученные при его анализе, используются для выводов о свойствах исходного ряда.

Как уже отмечалось, стационарный временной ряд может быть порожден случайным процессом, который описывается при помощи операторов авторегрессии, скользящего среднего или смешанного оператора. Вопрос о том, какой из этих моделей следует воспользоваться для идентификации временного ряда, решается на основе изучения поведения автокорреляционной и частной автокорреляционной функций. Если, например, автокорреляционная функция имеет «срез» после некоторого лага p , а частная автокорреляционная функция бесконечно убывает по экспоненте (возможно, с наложенной на экспоненту синусоидой), то имеет место процесс скользящего среднего. Для авторегрессивного процесса эти функции обмениваются своими свойствами. При смешанной модели как автокорреляционная, так и частная автокорреляционная функция затухают после первых лагов по экспоненте.

Остановив выбор на конкретной модели класса (p, d, q) , необходимо предварительно оценить параметры. Для вычисления оценок параметров смешанного процесса порядка (p, q) надо знать первые $p + q + 1$ автоковариации c_j , $j = 0, 1, 2, \dots, p + q$, ряда $w = \Delta^d z_t$. Сначала предполагаются известными автоко-

вариации $c_{q-p+1}, \dots, c_{q+1}, c_{q+2}, \dots, c_{q+p}$ и с их помощью оцениваются авторегрессионные параметры $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_p$. На основе оценок $\hat{\Phi}$ вычисляются первые $q+1$ автоковариации $c_j', j = 0, 1, \dots, q$, нового ряда

$$w_t' = w_t - \hat{\Phi}w_{t-1} - \dots - \hat{\Phi}_p w_{t-p}. \quad (27)$$

Наконец, эти автоковариации $c_0', c_1', \dots, c_q'$ используются для вычисления оценок скользящего среднего $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ и дисперсии остатка σ_ε^2 . Полученная информация позволяет уточнить ранее найденные грубые оценки автоковариаций, в результате чего возникает итеративный процесс.

Не будем подробно останавливаться на многочисленных подробностях вычислительных процедур, связанных с выбором «наилучшей» модели временного ряда из класса моделей (p, d, q) , так как для этого потребовался бы пересказ книги. Отметим лишь, что читатель обнаружит в ней не только теоретические положения, но и детально расписанные алгоритмы, изложенные в виде, пригодном для непосредственного программирования на ЭВМ. Книга насыщена многочисленными примерами возможных приложений, преимущественно технического характера (в частности, примерами из области автоматического регулирования).

В заключение выясним, насколько широк рассматриваемый Боксом и Дженкинсом класс моделей и укладывается ли приведенная выше модель Тейла — Вейджа в схему Бокса — Дженкинса. Для ответа на этот вопрос нужно из уравнений (6) — (10) получить зависимость между z_t и величинами ε_{1t} и ε_{2t} . Используя (6) — (8), выразим все входящие в (9) переменные через z_t, ε_1 и ε_2 . Имеем $\bar{z}_t = z_t - \varepsilon_{1t}, \varepsilon_{t-1} = \varepsilon_t - \varepsilon_{2t}, \bar{z}_{t-1} + \varepsilon_{t-1} = \bar{z}_{t-1} + \varepsilon_t - \varepsilon_{2t} = \bar{z}_t - \varepsilon_{2t} = z_t - \varepsilon_{1t} - \varepsilon_{2t}$. После подстановки (9) примет вид: $z_t - \varepsilon_{1t} = \alpha z_t + (1 - \alpha)(z_t - \varepsilon_{1t} - \varepsilon_{2t})$, т. е.

$$(1 - \alpha)\varepsilon_{2t} = \alpha\varepsilon_{1t}. \quad (28)$$

Коэффициент при z_t оказался равным нулю и связь между z и ε найти не удалось. Попытаемся сделать это иначе. Из (6) следует, что $z_t - z_{t-1} = \bar{z}_t - \bar{z}_{t-1} + \varepsilon_{1t} - \varepsilon_{1(t-1)}$, а так как $\bar{z}_t - \bar{z}_{t-1} = \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{2t}$, то $z_t - z_{t-1} = \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{1t} - \varepsilon_{1(t-1)} + \varepsilon_{2t}$, откуда

$$\varepsilon_{t-1} = z_t - z_{t-1} - \varepsilon_{1t} + \varepsilon_{1(t-1)} - \varepsilon_{2t}. \quad (29)$$

Выражение для ε_{t-1} можно получить и непосредственно из (6) и (7)

$$\varepsilon_{t-1} = \bar{z}_{t-1} - \bar{z}_{t-2} = z_{t-1} - \varepsilon_{1(t-1)} - z_{t-2} + \varepsilon_{1(t-2)}. \quad (30)$$

Приравняв правые части (29) и (30), после перегруппировки членов получим: $z_t - 2z_{t-1} + z_{t-2} = \varepsilon_{1t} - 2\varepsilon_{1(t-1)} + \varepsilon_{1(t-2)} + \varepsilon_{2t}$, т. е.

$$\Delta^2 z_t = \Delta^2 \varepsilon_{1t} + \varepsilon_{2t}. \quad (31)$$

На первый взгляд модель Тейла — Вейджа может быть сведена к схеме Бокса — Дженкинса, если воспользоваться соотношением (28) между ε_{2t} и ε_{1t} и поставить в (31) вместо ε_{2t} его выражение через ε_{1t} . Однако в (28) параметр α должен быть оценен, а потому сам является случайной величиной. Следовательно, равенство (28) имеет место лишь для математических ожиданий правой и левой частей. Поскольку математические ожидания ε_{1t} и ε_{2t} , по предположению, равны нулю, равенство это удовлетворяется при любых α . (Кстати, если бы вместо (9) соответствующие подстановки были сделаны в (10), можно было бы получить $(1 - \beta)\varepsilon_{2t} = \beta\varepsilon_{2t}$, что никоим образом не противоречит (28).) Итак, во-первых, временной ряд, допускающий разложение в соответствии с (6) — (8), непременно имеет стационарные вторые разности (это следует из (31), правая часть которого стационарна в силу гипотез относительно ε_{1t} и ε_{2t}); во-вторых, модель Тейла — Вейджа может быть сведена лишь к выражению через ε_{1t} и ε_{2t} , в котором непременно участвуют обе случайные величины. (Для строгого доказательства второго утверждения следует установить, что (9) и (10) не приводят к выводам, противоречащим (31), — это осуществляется непосредственно проверкой.) Приведенные соображения являются серьезными аргументами в пользу того, что модель Тейла — Вейджа не укладывается в рамки подхода, предложенного Боксом и Дженкинсом, именно потому, что в ней участвуют две независимые случайные помехи ε_{1t} и ε_{2t} . Оба эти подхода к анализу временных рядов могут оказаться плодотворными, если они соответствуют цели исследования. По-видимому, наиболее успешным использование методов, разработанных Боксом и Дженкинсом, может оказаться при оценке моделей, сводящихся к разностным уравнениям. В частности, не исключено, что попытка использования этих методов для оценки моделей типа мультипликатор — акселератор окажется более успешной, чем попытки, предпринятые с помощью иных подходов.

Роль современных методов анализа рядов экономической динамики, вероятно, гораздо глубже, чем это может показаться с позиций уже достигнутых результатов в их прикладном использовании. Можно надеяться, что эти методы уже в ближайшем будущем перерастут отводимые им сейчас рамки «механической экстраполяции». Глубокое проникновение в их сущность специалистов, надежных восприятием экономических механизмов, обогатит интерпретацию формальных результатов и, возможно, подскажет новые, важные для понимания этих механизмов закономерности.

А. А. Рывкин, В. Ю. Сараджисвили.