ЭКОНОМИКА
И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

1969
том V, вып. 2

КОНТРОЛЬ И УПРАВЛЕНИЕ В ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

М. К. БАБУНАШВИЛИ, М. А. БЕРМАНТ, И. Б. РУССМАН

(Тбилиси, Москва, Воронеж)

1. ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОРГАНИЗАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

1. Под *системами организационного управления* (СОУ), или *организационными системами*, обычно понимаются системы управления коллективами людей в процессе их целенаправленной деятельности.

Цель, на достижение которой направлена деятельность СОУ, может быть задана системе извне, но может быть сформулирована также в самой системе. Чтобы достигнуть намеченной цели, СОУ должна выполнить некоторую работу. Содержание и вид работ, выполненных различными видами систем, могут настолько сильно отличаться друг от друга, что бывает непросто отыскать в этих работах общие, роднящие их черты. Действительно, что общего можно обнаружить в работе следующих организационных систем: завода, которому в течение некоторого планового периода следует выпустить определенное количество станков, научно-исследовательского института, которому за определенное время поручено разработать систему жизнеобеспечения в длительных космических полетах, и подводной лодки, которой после сигнала боевой тревоги следует подготовиться к проведению торпедной атаки.

По всей вероятности, таким общим для всех выполняемых различными системами работ является их *объем*. Действительно, и первой, и второй, и третьей системе для достижения поставленной цели необходимо выполнить некоторый объем работы. Измерять этот объем удобнее всего в безразмерных величинах, полагая объем полностью выполненной работы равным единице или 100%.

Следует отметить, что задача измерения объема является достаточно сложной. Эта задача сравнительно проста в случае, когда СОУ представляет собой систему управления промышленным предприятием (особенно выпускающим серийную продукцию), которое в планировании своей деятельности руководствуется известными нормативами и для которого каждому моменту времени внутри планового периода может быть поставлен в соответствие некоторый объем выпускаемой продукции, выраженный или в натуральных единицах, или в единицах стоимости. Значительно хуже дело обстоит в тех случаях, когда полный объем априорно трудно или даже невозможно замерить в натуральных или денежных единицах. Примером этого может служить система управления научно-исследовательскими разработками и т. д.

Вторым общим моментом для всех организационных систем является наличие некоторых *ресурсов*, с помощью которых выполняются работы, необходимые для достижения намеченной цели. Эти ресурсы — людские, материальные, энергетические, финансовые и т. д.— определяют *парамет-*

ры системы, т. е. ее способность выполнять заданную работу с некоторой определенной *скоростью*.

И наконец, третьим общим моментом для всех систем является то, что выполнение работ, необходимых для достижения цели, требует определенного *времени*.

Все эти величины связаны между собой и определяют функционирование любой организационной системы.

2. На рис. 1 система организационного управления представлена блоком S, на вход которого поступает плановое задание π, а выходом является сигнал φ. Величина ψ, подробная трактовка которой будет приведена далее, представляет собой *параметрическое управляющее воздействие*. Задачей системы S, как и любой системы управления, является обеспечение соответствия выхода φ плановому заданию π при наличии возмущений f, действующих на систему.

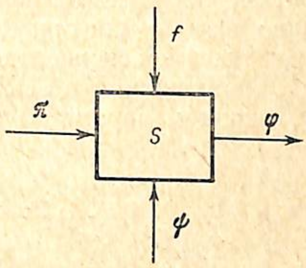

Рис. 1

Под *плановым заданием* π понимается совокупность двух величин $\pi = (A(t),\ t_{\text{пл}})$, где $A(t)$ — объем работ, который необходимо выполнить системе к моменту времен $t\,(0 \leqslant t \leqslant t_{\text{пл}})$, а $t_{\text{пл}}$ — длительность планового периода для системы S. Как уже говорилось, $A(t)$ может измеряться в безразмерных величинах, а также в натуральных, стоимостных и других единицах. Плановое задание π для системы S зависит, естественно, от ее ресурсов R. Ресурсы R (материальные, энергетические, людские и пр.) системы S определяют ее способность выполнять работу с некоторой средней скоростью $V_0(t)$ $(0 \leqslant t \leqslant t_{\text{пл}})$.

Тогда $A(t)$ определяется в виде

$$A(t) = \int_0^t V_0(t)\,dt. \tag{1}$$

Обозначим оператор системы S, параметры которой определяются ресурсами R, через S_R.

Оператор S_R осуществляет преобразования планового задания в выход системы $\varphi = A'(t)$ — фактически выполненный объем работ за время от 0 до t, т. е.

$$\varphi = S_R\pi. \tag{2}$$

Предположим (справедливость этого предположения довольно очевидна), что система с оператором S_R может выполнять работу со скоростью большей или меньшей, чем средняя скорость $V_0(t)$, т. е. существуют такие скорости $V_{\min}(t)$ и $V_{\max}(t)$, что

$$V_{\min}(t) \leqslant V_0(t) \leqslant V_{\max}(t). \tag{3}$$

Колебания скорости зависят от ряда факторов: организационных, технологических, психологических и т. д. При этом значение скорости $V_{\max}$ определяется как максимальная скорость выполнения заданной работы системой с ресурсами R без нарушения установленных технологических режимов, правил эксплуатации оборудования, а также без ухудшения качества выпускаемой продукции. Интуитивно чувствуется, что если система обладает некоторой максимальной скоростью $V_{\max}(t)$, то должна существовать некоторая минимальная скорость $V_{\min}(t)$, которую система при нормальных значениях параметров, определяемых ресурсами R, должна обеспечивать при своем функционировании. В системах СПУ величина $V_{\min}(t)$ определяется, например, через предельно позднее допустимое время достижения цели данной системой.

Такие явления, как выход из строя прибора, станка, болезнь исполнителя, нарушения в потоках материально-технического снабжения, энергопитания и т. д., ухудшающие параметры системы, могут рассматриваться как *отрицательные параметрические возмущения*. С другой стороны, изменения параметров системы, вызванные, например, каким-либо изобретением, улучшением качества исходного сырья и т. д., могут рассматриваться как *положительные параметрические возмущения*. Параметрические возмущения приводят к изменениям установленных ранее предельных значений скорости выполнения работ.

Возмущения f в СОУ, как видно из сказанного, следует трактовать как в основном параметрические. Однако надо отметить, что в некоторых классах СОУ, например в системах управления научными исследованиями, заметную роль могут играть также возмущения, представляющие собой возникновение в течение планового периода новых, ранее не запланированных работ. Это приводит к изменению отношения объема фактически выполненной работы к плановому объему, т. е. к изменению *состояния* процесса выполнения работы.

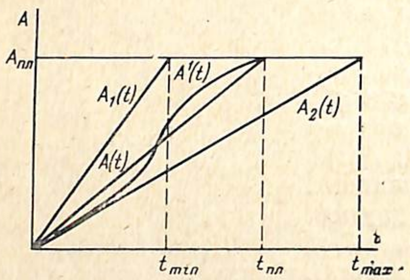

Рис. 2

В связи с тем что в плановом задании заключена информация как о запланированном объеме работ и длительности планового периода, так и о параметрах системы (в виде заданной скорости выполнения работ), плановое задание может рассматриваться как *приближенная модель процесса функционирования системы*.

3. Перейдем к рассмотрению модели процесса выполнения работы системой S [1]. Допустим вначале, что этот процесс является детерминированным. Это не окажет существенного влияния на общность результатов и позволит изложить основные идеи контроля и управления в организационных системах яснее и проще. Результаты, связанные с учетом вероятностной природы рассматриваемых процессов будут изложены в дальнейшем.

На рис. 2 изображен ход процесса выполнения в том частном случае, когда $V_0(t)$, $V_{\max}(t)$, $V_{\min}(t)$ представляют собой постоянные величины. При этом функции $A(t)$, $A_1(t)$ и $A_2(t)$, отражающие ход выполнения работы со скоростями V_0, $V_{\max}$, $V_{\min}$ соответственно, изображаются в виде прямых. Плановый объем работ $A_{пл}$ при работе с такими скоростями будет выполнен за время

$$t_{пл} = \frac{A_{пл}}{V_0}, \quad t_{\min} = \frac{A_{пл}}{V_{\max}}, \quad t_{\max} = \frac{A_{пл}}{V_{\min}}. \qquad (4)$$

В действительности из-за того, что скорость выполнения работы не может в течение планового периода выдерживаться постоянной, фактический ход выполнения работы отличается от запланированного. На рис. 2 фактический ход выполнения задания представлен кривой $A^1(t)$. Таким образом, графически представлена модель динамики процесса выполнения задания системой S.

4. Скорость выполнения работы системой S определяется параметрами оператора S_R, которые в свою очередь зависят от ресурсов R системы S. Попытаемся найти связь между скоростью V и ресурсами R. Введем для этого понятие *комплексного ресурса* r. Под *единицей комплексного ресурса* r будем понимать *совокупность минимальных количеств отдельных видов ресурсов*, позволяющую выполнять работу, заданную системе S*.

Скорость выполнения работы системой, обладающей единицей комплексного ресурса, обозначим через $\Delta V(\Delta V_{\min} \leqslant \Delta V_{\min} \leqslant \Delta V_{\max})$.

Общие ресурсы системы могут быть представлены следующим образом:

$$R = Nr + \Delta R, \tag{5}$$

где N — количество единиц (мощность) комплексного ресурса r, а ΔR — это неиспользуемая системой S из-за некомплектности часть ресурсов. Тогда $V = \Delta VN$.

Изменение ресурсов системы S на единицу комплексного ресурса r вызывает изменение скорости выполнения работы системой на единицу ΔV.

5. Фактический ход работ $A^1(t)$ в системе S может значительно отличаться от запланированного. Это может быть вызвано различными возмущающими воздействиями. Чтобы обеспечить выполнение планового задания в срок, необходимо контролировать ход работ в системе, а также в случае необходимости применять различного рода управляющие воздействия. Сделаем вначале одно допущение. Предположим, что есть возможность непосредственно замерять параметрические возмущения в момент их приложения к системе. Это, конечно, справедливо не всегда, но в достаточно большом числе интересующих нас случаев. Действительно, чтобы обнаружить нарушение в подаче электроэнергии, выход из строя станка или болезнь исполнителя, совсем нет необходимости ждать, пока эти возмущения приведут к отклонению хода работ от запланированного. Компенсация этих возмущений может трактоваться как *параметрическое управление по разомкнутому циклу*. На рис. 1 это управляющее воздействие представлено величиной ψ.

6. Контроль за ходом выполнения заданий системой извне (со стороны некоторого управляющего органа более высокого ранга, скажем, того, который формирует плановое задание π) может осуществляться либо непрерывно, либо дискретно. Однако непрерывный опрос, а также опрос с достаточно высокой частотой обусловливает чрезмерно большую нагрузку на элементы переработки информации и приводит к повышению стоимости системы. Необоснованное же уменьшение частоты опроса может привести к срыву выполнения планового задания из-за невозможности своевременной выработки управляющих воздействий, приводящих процесс в требуемое состояние, в заданный плановый период времени. В связи с этим вполне естественно возникает задача отыскания алгоритма опроса [3].

Алгоритм опроса вырабатывается на основании графиков $A(t)$, $A_1(t)$ и $A_2(t)$, и в соответствии с этим алгоритмом происходит опрос системы.

Для нахождения требуемого алгоритма проведем некоторые дополнительные построения.

Проведем через точку с координатами $(A_{\text{пл}}, t_{\text{пл}})$ прямую, параллельную прямой $A_1(t)$ (рис. 3). Она отображает ход выполнения работ с максимальной скоростью, при котором задание завершается в момент $t = t_{\text{пл}}$.

* Это понятие до некоторой степени аналогично понятию набора ресурсов, введенного А. Я. Лернером и В. Н. Бурковым в [2].

Абсцисса точки пересечения этой прямой с линией $A = 0$ равна $t_1 = t_{пл} - (A_{пл} / V_{max})$. Она характеризует момент, в который еще существует отличная от нуля вероятность того, что если работа еще не была начата, то при использовании предельных возможностей системы плановый объем работ $A_{пл}$ будет выполнен к моменту $t_{пл}$. Точку t_1 поэтому можно интерпретировать как предельный момент первого опроса. Первый опрос в моменты $t > t_1$ при неизмененности ресурсов системы может не обеспечить выполнения планового задания в срок.

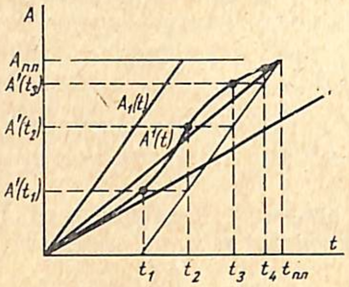

Рис. 3

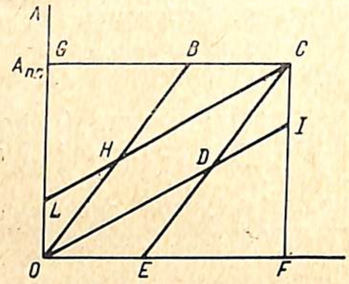

Рис. 4

Приняв t_1 за точку первого опроса, мы получаем сведения о фактическом объеме работ $A^1(t_1)$. Этот объем, конечно, отличен от нуля, и, более того, можно утверждать, что если параметры системы в течение этого времени были нормальны, то точка $A^1(t_1)$ лежит между прямыми, соответствующими ходу работ с минимальной и максимальной скоростями. Проведя через точку с координатами $(A^1(t_1), t_1)$ прямую, параллельную оси абсцисс и соответствующую нулевой скорости выполнения работ, до пересечения с прямой, параллельной прямой $A_1(t)$, получим точку с абсциссой t_2, которая, по ранее приведенным соображениям, определяет момент второго опроса.

Последующие точки опроса определяются аналогичным образом.

Аналитическое выражение для момента $(i+1)$-го опроса на основании измерения фактически выполненного объема в момент i-го опроса легко может быть записано следующим образом:

$$t_{i+1} = t_1 + \frac{A^1(t_i)}{A_{пл}} (t_{пл} - t_1) \tag{6}$$

или, если учесть, что $t_1 = t_{пл} - \dfrac{A_{пл}}{V_{max}}$ то

$$t_{i+1} = t_{пл} - \frac{A_{пл} - A^1(t_i)}{V_{max}}. \tag{7}$$

Приведенные выше рассуждения относились к случаю, когда $t \leqslant t_{min}$, т. е. $V_{max} \leqslant 2A_{пл} / t_{пл}$. При $t_1 > t_{min}$ система может выполнить плановое задание до момента первого опроса и далее начать перевыполнять его. Алгоритм опроса легко может быть видоизменен так, чтобы предотвратить это явление [4].

На рис. 4 прямые OB и OI соответствуют функциям $A_1(t)$ и $A_2(t)$. Прямые CH и CE параллельны прямым OB и OI. Прямая CE, как уже отмечалось, отображает ход выполнения работ с максимальной скоростью, при котором плановое задание завершается в момент $t = t_{пл}$. Прямая CH

соответствует ходу выполнения с минимальной скоростью работ, завершающихся в момент $t = t_{пл}$. Прямые OB, CH, OI и CE разбивают прямоугольник $OGCF$, представляющий собой совокупность всех возможных состояний системы за время $0 \leqslant t \leqslant t_{пл}$, на ряд областей.

Приведем вначале классификацию этих областей, используя в качестве признака *причину попадания системы в ту или иную область*. По этому признаку могут быть выделены три области.

Область 1 ($OBCI$). В любую точку этой области система может попасть как при нормальных значениях своих параметров за счет изменений значений скорости в пределах $V_{\min} \leqslant V \leqslant V_{\max}$, так и при кратковременных положительных и отрицательных параметрических возмущениях.

Область 2 (OIF). В точки этой области система может попасть только в случае воздействия на нее отрицательных параметрических возмущений, уменьшающих ее скорость до значений, меньших минимальных, $V < V_{\min}$.

Область 3 (OGB). В точки этой области система может попасть только при воздействии на нее положительных параметрических возмущений, увеличивающих ее скорость до значений, больших максимальных, $V > V_{\max}$.

По признаку *необходимых управляющих воздействий* области могут быть классифицированы следующим образом.

Область 1[1] ($OLCE$). Из любой точки этой области при нормальных значениях параметров система может достигнуть точки C с координатами $(A_{пл}, t_{пл})$, т. е. выполнить плановое задание в срок, за счет изменения в допустимом диапазоне скорости выполнения работ. Управляющие воздействия в этой области носят характер *указания о необходимой скорости выполнения работ* V^*.

Из геометрических соображений (рис. 2) легко получить значение необходимой скорости выполнения работы V^* в момент времени t.

$$V^*(t) = V_0 + \frac{\Delta A(t)}{t_{пл} - t}, \tag{8}$$

где $\Delta A(t) = A'(t) - A(t)$. Это справедливо для случая

$$V_{\min} - V_0 < \frac{\Delta A(t)}{t_{пл} - t} < V_{\max} - V_0.$$

При этом изменения ресурсов R системы S не требуется, т. е. $\delta R^* = 0$, где δR^* — требуемое изменение комплексного ресурса.

Область 2[1] (ECF). При попадании системы в эту область максимальная скорость выполнения работы при нормальных параметрах уже не может обеспечить системе попадания в точку C. Это имеет место при таких значениях рассогласования, что

$$\frac{\Delta A(t)}{t_{пл} - t} > V_{\max} - V_0.$$

Для выполнения задания в плановый срок скорость должна быть увеличена до значений, больших максимальных, за счет привлечения дополнительных ресурсов. В этом случае управление представляет собой не только указание о необходимой скорости выполнения работы, но также содержит *сигнал на изменение параметров системы за счет изменения ресурсов системы на величину* δR^*, *т. е. параметрическое управляющее воздействие* ψ.

Как и в первом случае, значение необходимой скорости может быть легко найдено

$$V^* \geqslant V_{\max} + \frac{\Delta A(t)}{t_{\text{пл}} - t}.$$

Величина дополнительных ресурсов, обеспечивающих это увеличение скорости, должна удовлетворять условию

$$\delta R^* \geqslant \frac{\Delta A(t)}{(t_{\text{пл}} - t)\Delta V} r, \tag{9}$$

где ΔV введено в п. 4.

Область 3[1] (LCH). Из точек этой области система, даже двигаясь с минимальной скоростью, выполнит плановое задание раньше срока. Это имеет место при таких значениях рассогласования, что

$$\frac{\Delta A(t)}{t_{\text{пл}} - t} < V_{\min} - V_0.$$

Если нужно обеспечить попадание системы в точку C, то необходимо уменьшить скорость до значений, меньших минимальной. Это осуществля-

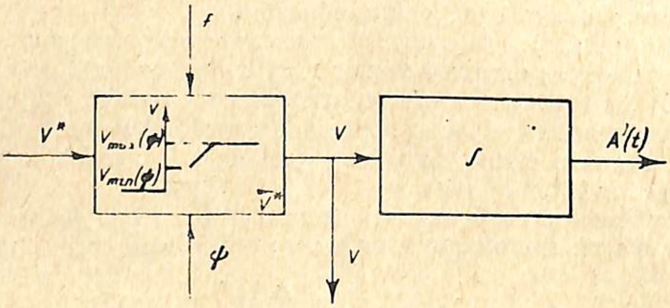

Рис. 5

ется путем переключения части ресурсов или всех ресурсов системы на некоторый промежуток времени на выполнение другого задания. Таким образом, как и в предыдущем случае, управляющее воздействие содержит две составляющие: указание о необходимой скорости движения и параметрическое управление ψ, изменяющее ресурсы системы.

Значение требуемой скорости V^* определяется неравенством

$$0 \leqslant V^* \leqslant V_{\min} + \frac{\Delta A(t)}{t_{\text{пл}} - t}.$$

Следует заметить, что в этом случае $\Delta A(t) < 0$. Количество отбираемых ресурсов δR^* заключено в границах

$$R \geqslant \delta R^* \geqslant \frac{-\Delta A(t)}{(t_{\text{пл}} - t)\Delta V} r.$$

7. Попытаемся, воспользовавшись рассмотренной динамической моделью, представить структурную схему организационной системы S. Временно́й характеристикой, имеющей вид рис. 3, обладает интегрирующее звено с ограничителем на входе (рис. 5). На вход ограничителя подается сигнал требуемой скорости V^*, выходом ограничителя является сигнал реально возможной в системе скорости V. Выходом интегрирующего звена является интегральный объем выполненной работы $A'(t)$.

Характеристика ограничителя имеет вид

$$V = \begin{cases} 0 & \text{при } V^* < 0, \\ V_{\min} & \text{при } 0 \leqslant V^* \leqslant V_{\min}, \\ V & \text{при } V_{\min} < V^* < V_{\max}, \\ V_{\max} & \text{при } V^* > V_{\max}. \end{cases} \tag{10}$$

Такая характеристика имеет место при условии, что работа в системе может только останавливаться, т. е. уничтожение уже выполненного объема работы происходить не может. Такое предположение справедливо для весьма широкого класса организационных систем.

Значения границ зоны линейности $V_{\min}$ и $V_{\max}$, как уже говорилось, зависят от ресурсов системы.

8. Плановое задание, как совокупность двух величин $A_{\text{пл}}$ и $t_{\text{пл}}$, определяет плановую скорость $V_{\text{пл}}$, которая, вообще говоря, может и не совпадать со значением V_0. Однако чаще всего такое совпадение имеет место, и входом системы до момента первого опроса является указание о плановой скорости выполнения работы V_0. В момент первого и всех последующих опросов значение скорости, необходимой для выполнения задания в срок, пересматривается, и входом системы является управляющее воздействие, т. е. указание о требуемой скорости V^* выполнения работы. В случае, когда значения V^* выходят за пределы зоны линейности ограничителя, в органы управления подается сигнал δV, равный разности $V^* - V$, на основании которого формируется параметрическое управляющее воздействие ψ, меняющее параметры системы. Параметрические возмущения f также подаются на ограничитель, меняя его характеристики.

Работа блока управления, в котором формируются управляющие воздействия $U = V^*$, а также параметрическое управляющее воздействие ψ, подробно рассматриваются в дальнейшем.

2. ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ СТРУКТУРА СИСТЕМЫ ОРГАНИЗАЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ

9. Система S может рассматриваться как автоматическая следящая система, в которой выходная координата φ отслеживает входную π. Эта система состоит из объекта управления P и управляющего блока C. Будем считать, что у нас есть возможность измерять как выход системы $\{\varphi_i\}$, так и возмущение $\{f_i\}$ и в связи с этим формировать управляющие воздействия $\{u_i\}$ и $\{\psi_i\}$ как по отклонению, так и по возмущению. На рис. 6 это отражено наличием замкнутого и разомкнутого контуров регулирования.

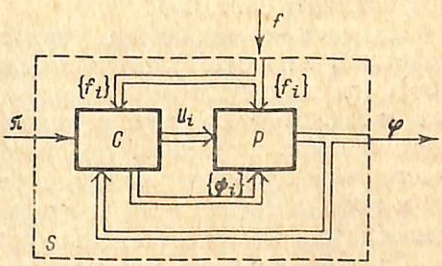

Рис. 6

Выход системы, возмущение и управляющее воздействие представлены набором величин $\{\varphi_i\}$, $\{f_i\}$, $\{u_i\}$ и $\{\psi_i\}$, в связи с тем, что рассматриваемая в работе система организационного управления относится к классу больших систем с иерархической структурой.

Иерархичность структуры СОУ проявляется в том, что объект управления P в системе S представляет собой совокупность некоторых подсистем управления $\{S_1, S_2, \ldots, S_e\}$, обладающих, вообще говоря, той же структурой, что и S (рис. 7). В свою очередь объектами управления $\{P_1, P_2, \ldots, P_e\}$ в каждой из этих подсистем могут оказаться совокупности некоторых других подсистем $\{S_{11}, \ldots, S_{1k}\}, \ldots, \{S_{e1}, \ldots, S_{em}\}$, также обладающих подобной структурой, и т. д.

Таким образом, мы будем говорить об *иерархии подсистем* в СОУ.

Например, подсистема «рабочее место» в системе организационного управления предприятием (научными исследованиями) является подсистемой более низкого уровня по отношению к подсистеме «участок», для

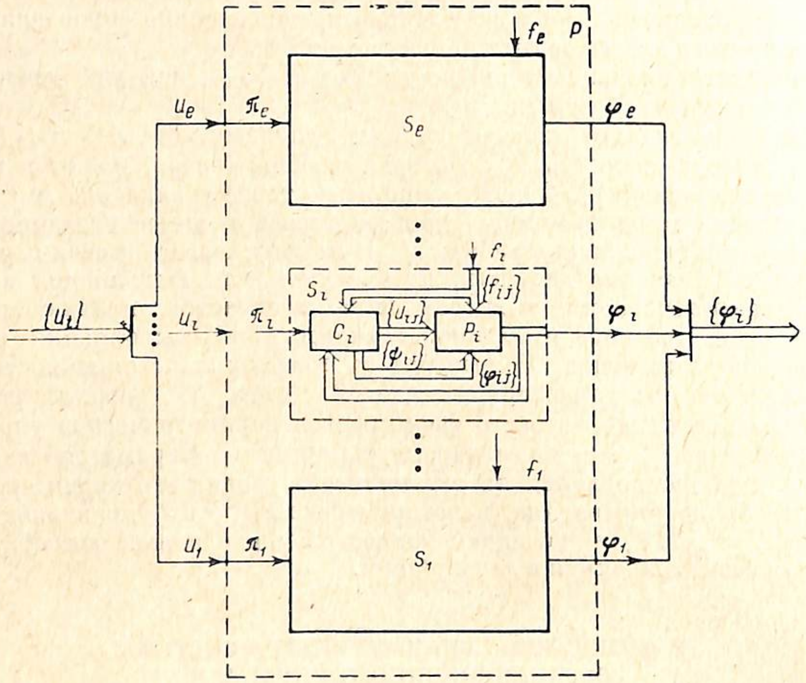

Рис. 7

которой в свою очередь подсистемой более высокого уровня является подсистема «цех». Выше могут располагаться подсистемы «предприятие» и т. д. Подсистему самого высшего уровня среди рассматриваемых мы будем называть *системой*.

На схемах множества управляющих, задающих, возмущающих воздействий, а также выходов подсистем и т. п. для удобства обозначаются $\{U_i\}$, $\{\pi_i\}$ и т. д. и изображаются жирными стрелками. Иными словами, входы и выходы *объекта управления* некоторой подсистемы, представляющего собой *совокупность* подсистем более низкого уровня, являются *множествами* векторных величин и изображаются *жирными* стрелками, а входы и выходы подсистемы могут рассматриваться как *векторные величины* и изображаются соответственно *тонкими* стрелками.

Следует отметить, что управляющие воздействия $\{U_1, \ldots, U_e\}$, сформированные в блоке управления C и подаваемые на объект управления P с целью обеспечения выполнения планового задания, по существу представляют собой *скорректированные* плановые задания $\{\pi_i, \ldots, \pi_e\}$ для подсистем $\{S_1, \ldots, S_e\}$ следующего уровня (рис. 7). Эта *двойственность управляющих воздействий и плановых заданий* является характерным признаком иерархических систем.

Более детально структурная схема СОУ представлена на рис. 8. Блок управления C здесь изображен в виде нескольких элементов. Плановое задание π, сформулированное тем или иным образом, поступает в блок C', где осуществляется его детализация во времени и пространстве. В блоке C' формируются плановые задания $\{\pi_1, \ldots, \pi_e\}$ для подсистем $\{S_1, \ldots \ldots, S_e\}$.

Таким образом, $\{\pi_1, \ldots, \pi_e\}$ представляет собой модель функционирования системы S, построенную в терминах подсистем $\{S_1, \ldots, S_e\}$. Способ задания этой модели фактически и определяет вид СОУ.

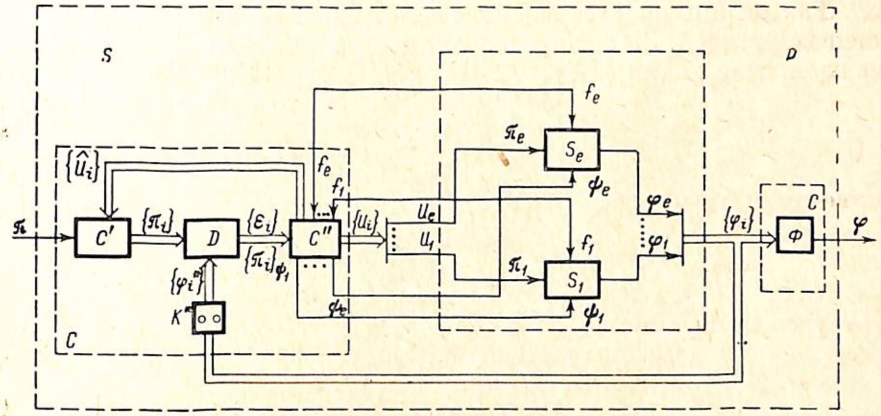

Рис. 8

Элемент D блока управления является элементом сравнения. Он тем или иным образом осуществляет сравнение состояния выхода системы $\{\varphi_i\}$ с моделью $\{\pi_i\}$ и анализ степени рассогласования.

Опрос системы внутри планового периода осуществляется не непрерывно, а дискретно, в соответствии с некоторым нелинейным алгоритмом, рассмотренным в разделе 1, на основании которого функционирует ключевой элемент K^*. С выхода элемента D на блок C'' поступают задания $\{\pi_i\}$ и сигналы рассогласования $\{\varepsilon_i\}$. В блоке C'' на основании значений $\{\varepsilon_i\}$ формируются скорректированные плановые задания.

С выхода блока C'' на объект управления поступают управляющие воздействия $\{U_i\}$, представляющие собой *скорректированные плановые задания на оставшийся период времени.*

В случае соответствия выхода подсистем $\{\varphi_i\}$ модели $\{\pi_i\}$ корректирующие воздействия равны нулю и задания на время, оставшееся до конца планового периода, не меняются по сравнению с запланированными. При этом скорость выполнения работы остается равной запланированной для этого момента.

В некоторых случаях при отклонении хода работ от запланированного положение можно выправить простым изменением в допустимых пределах скорости выполнения работы в ту или иную сторону от запланированной.

В случае, когда даже предельные (максимальная или минимальная) скорости выполнения оставшегося объема работ не обеспечивают выполнения плановых заданий в плановый срок, задача может быть решена путем изменения этих предельных скоростей за счет изменения параметров объекта. В этом случае управляющие воздействия принимают вид пересмотра планового задания, т. е. *перестройки* модели.

Предполагаемые изменения планового задания $\{\hat{U}_i\}$, формируемые в блоке принятия решения C'' (рис. 8), поступают в блок C', в котором происходит перестройка модели $\{\pi_i\}$. Если просчет скорректированной модели в блоке анализа C' дает удовлетворительные результаты, то выработанные управляющие воздействия в виде скорректированных плановых заданий поступают на объект управления P.

Информация, содержащаяся в $\{\varphi_i\}$, преобразуется, агрегируется в элементе Ф, относящемся к блоку управления. На выходе элемента Ф формируется сигнал φ, содержащий информацию о деятельности системы в терминах системы S.

10. Рассмотрим процесс планирования объемов работ для подсистем различных уровней. Запланированный для системы S объем работ делится между подсистемами $\{S_1, \ldots, S_l\}$.

$$A_{\text{пл}} = \bigcup_{i=1}^{l} A_{i\text{пл}} \tag{11}$$

в соответствии с ресурсами $\{R_1, \ldots, R_l\}$, где

$$R = \bigcup_{i=1}^{l} R_i, \tag{12}$$

R — ресурсы всей системы S.

Ресурсы i-й подсистемы равны (см. (5)).

$$R_i = N_i r_i + \Delta R_i, \tag{13}$$

где r_i — единица комплексного ресурса i-й подсистемы; N_i — мощность комплексного ресурса, ΔR_i — некомплексный ресурс i-й подсистемы.

11. Для некоторых иерархических подсистем еще одним характерным моментом является то, что плановые периоды для подсистем различных уровней не равны и находятся в кратных соотношениях. Так, для системы S плановый период равен $t_{\text{пл}}$, т. е. плановое задание содержит требование, чтобы плановый объем $A_{\text{пл}}$ был выполнен к моменту $t_{\text{пл}}$. Для подсистем $\{S_1, \ldots, S_l\}$ плановый период равен $t_{\text{пл}}' = t_{\text{пл}} / n$. Поэтому модель $\{\pi_i\}$ представляет собой модель функционирования системы S в терминах подсистем $\{S_i\}$ на период $nt_{\text{пл}}'$. Для подсистем $\{S_{ij}\}$ плановый период равен $t_{\text{пл}}'' = t_{\text{пл}} / nm$ и т. д. Такое уменьшение длительности плановых периодов по мере понижения уровня подсистем делается для облегчения контроля и управления ходом процесса выполнения работы и вызвано, в частности, тем, что подсистемы более низких уровней больше подвержены колебаниям в результате различного рода возмущений.

В связи с этим объем работ, который должна произвести каждая подсистема за плановый период $t_{\text{пл}}$ системы S, распределяется по плановым периодам $t_{\text{пл}}'$ подсистем $\{S_1, \ldots, S_l\}$ следующего уровня:

$$A_{\text{пл}} = \bigcup^{l} \sum_{j=1}^{n} A_{i\text{пл}}.$$

Тогда плановое задание подсистеме S_i на j-й плановый период обозначим π_i^j. Оно может рассматриваться как модель функционирования подсистемы S_i в j-й плановый период длительности $t_{\text{пл}}'$. Совокупность плановых заданий $\{\pi_i^j\}$ $(i = 1, \ldots, l)$ представляет, таким образом, модель функционирования системы S на j-й период $t_{\text{пл}}'$ в терминах подсистем уровня $\{S_1, \ldots, S_l\}$ и т. д.

12. Попытаемся представить функциональную схему СОУ в виде структурной схемы самонастраивающейся системы автоматического регулиро-

вания. Рассмотрим контур управления одной подсистемой S_i. В контур оперативного управления (рис. 8) входят блок сравнения D и блок принятия решений C''.

Блок D осуществляет сравнение планового задания $A_i(t)$ с фактически выполненным объемом работ $A_i'(t)$ и вырабатывает сигнал рассогласования $\Delta A_i(t) = A_i(t) - A_i'(t)$.

Блок принятия решений C'' состоит из трех блоков.

Сигнал $A_i(t)$ поступает на вход *дифференцирующего звена*, формирующего сигнал плановой скорости $V_{i0}(t)$.

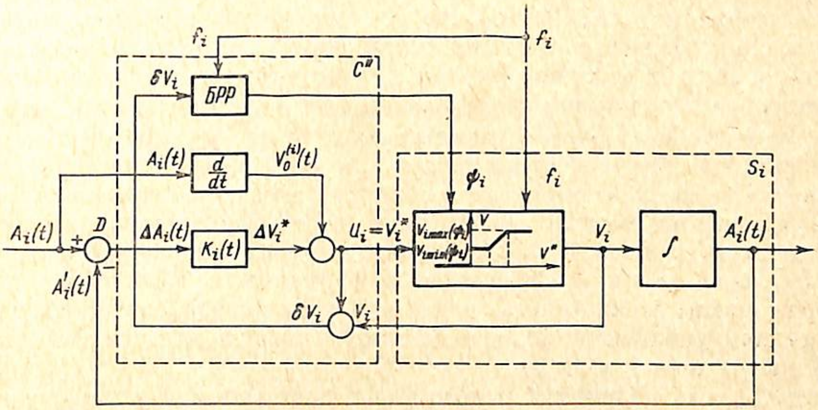

Рис. 9

Сигнал $\Delta A_i(t)$ поступает на вход *усилителя с коэффициентом усиления, зависящим от времени* $K(t) = 1/(t_{\text{пл}} - t)$, выходом является величина требуемого изменения скорости $\Delta V_i^*(t)$. Сумма двух сигналов представляет собой управляющее воздействие $U_i = V_i^*$.

Третьим блоком является блок БРР — распределения ресурсов R всей системы S. В этом блоке на основании сигнала разности δV между фактически возможной скоростью в подсистеме V_i и требуемой скоростью V_i^* формируется параметрическое управляющее воздействие ψ, заключающееся в изменении ресурсов подсистемы S_i. Структурная схема контура оперативного управления подсистемой S_i приведена на рис. 9.

3. ИНФОРМАЦИОННАЯ СТРУКТУРА

Определяющая роль потоков информации в процессах управления общеизвестна. В. А. Трапезников [5] отмечает, что всякое управление можно понимать как «борьбу с энтропией» системы, поэтому структуру сложной, иерархической системы следует рассматривать с двух точек зрения: с функциональной и информационной. Каждая из них дополняет другую. В настоящем разделе мы будем рассматривать информационную структуру системы S. Сначала целесообразно определить границы, внутри которых предполагаемая структура будет соответствовать реальности [6—8, 11].

1. Ввиду неразработанности понятия «ценность информации» будем использовать лишь классическое определение количества информации [9].

2. Все приводимые далее рассуждения относятся лишь к информации управления, которое понимается как выбор решения в данной ситуации из множества решений. Все множество решений считается дискретным статистическим ансамблем (т. е. на нем задано некоторое распределение вероятностей, известное точно или априорно предполагаемое).

3. Зависимость полной стоимости произведенной информации от стоимости единицы считается линейной (или кусочно-линейной).

4. Предполагается, что к объекту, нуждающемуся в информации управления, поступает лишь верная, необходимая информация (не содержащая дезинформации), которая в зависимости от потребности используется полностью или частично. Очевидно, это самое сильное ограничение.

5. Все рассмотрения производятся внутри одного производственного цикла, и передача информации считается синхронизированной и ведущейся без искажения.

Будем считать всю систему организационного управления ориентированным графом $G = (X, \Gamma)$ [10], где X — множество объектов системы S (управляющих блоков и объектов управления), которые в дальнейшем будут обозначаться малыми буквами x, y (иногда с индексами внизу); Γ — некоторое неоднозначное преобразование, определенное так, что если $y \in \Gamma x$, то в графе G будет существовать дуга (x, y), причем направление на этой дуге мы выбираем от x к y, а сама дуга существует тогда, и только тогда, когда от объекта x к объекту y передается некоторая информация управления. Иногда целесообразно этот граф потоков информации G представить в виде $G = (X, U)$, где U — все множество дуг, т. е. $(x, y) \in U$, если от x к y передается информация. В обычной трактовке (в теории связи) каждая дуга графа есть канал связи, предназначенный для передачи управляющей информации, которая в дальнейшем предполагается выраженной в битах.

Пусть I_1, есть количество информации, доставляемой к управляемому объекту [8], а q_1 — стоимость единицы информации, включая стоимость ее доставки к потребителю и ее получения. Тогда I_1q_1 будет полной стоимостью доставляемой информации. Вычислим потери системы, вызванные дефицитом информации. Пусть I_2 — потребное управляемому объекту количество информации, а ее дефицит равен $I_2 - I_1$ $(I_2 \geqslant I_1)$. Стоимость единицы недостающей информации обозначим через q_2 (эта величина вычисляется через потери, вызванные дефицитом информации). Рассмотрим следующую функцию расходов:

$$Q = \begin{cases} I_1q_1 + (I_2 - I_1)q_2, & I_1 \leqslant I_2, \\ I_1q_1, & I_1 > I_2. \end{cases} \tag{14}$$

Тогда естественным критерием оптимального управления (по информации) будет условие

$$Q = \min. \tag{15}$$

Следует внимательно обсудить предложенный критерий. Дело в том, что без дополнительных ограничений на величины, входящие в (14), выбор значения I_1, минимизирующего Q, весьма прост. Это хорошо иллюстрируется графиками функции Q при различных соотношениях между стоимостями q_1 и q_2 (рис. 10).

Очевидно, что при $q_1 > q_2$ искомое значение $I_1 = 0$ и, следовательно, неоправданна доставка любого количества информации, а при $q_1 \leqslant q_2$ расходы Q минимальны, если $I_1 = I_2$, т. е. выгоднее всего в этом случае полностью обеспечить управляемый объект необходимой информацией. Однако уже простейшие ограничения на количество I_1 производимой информации или на пропускную способность канала связи между объектами существенно меняют дело. Очевидно, что при наличии подобных ограничений (при определенных соотношениях между q_1 и q_2) можно ожидать, что I_1, минимизирующее Q, будет $0 < I_1 < I_2$. Интересно сопоставить это с известным в математической биологии информационным принципом Данкова [12], который утверждает, что биологическая система стремится приобрести количество информации, минимизирующее сумму потерь от а) приобретения, дешифровки и поддержания структуры некоторого количества информации и б) от разрушения структуры всей системы при информационном дефиците. Следует добавить, что в определении целевой функции Q стоимости единиц информации q_1 и q_2 не-

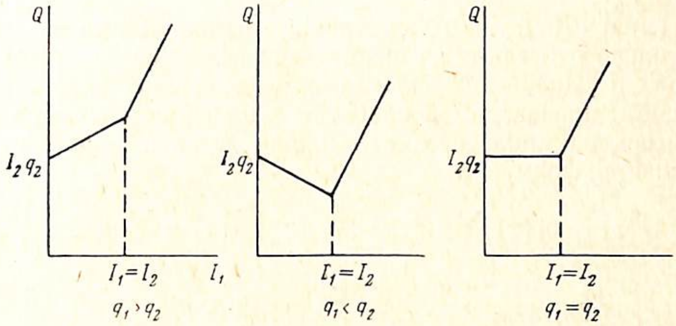

Рис. 10

обязательно давать в денежном выражении. Вид функции Q останется тем же, если под q_1 понимать время на прием и дешифровку единицы информации. Такая трактовка естественна в системе с некоторым текущим контролем, от результатов которого зависит управление дальнейшим ходом процесса. Критерий (15) позволяет разрешать каждый раз альтернативу: или, затратив больше времени, получить большое количество сведений, или при меньшем объеме информации вести управление более оперативно. Такое понимание критерия (15) применимо также, например, при исследовании военных систем управления, связи и дешифровки.

Перейдем теперь к рассмотрению общей задачи оптимизации информационных потоков всей системы S. По-прежнему будем считать ее графом $G = (X, U)$, заданным следующим образом: каждой дуге графа $(x, y) \in \in U$ соответствует пропускная способность этой дуги $c(x, y) > 0$, вычисляемая в единицах скорости потока информации I (в битах) / $t_{\text{пл}}$ (ед. времени), где I — количество информации; $t_{\text{пл}}$ — длительность планового периода.

Каждой вершине $x \in X$ графа управления соответствует двухкомпонентный вектор $[a(x), b(x)]$, где $a(x)$ выражает количество информации, потребное для объекта x (желаемое количество информации), а $b(x)$ — количество информации, производимое объектом x и направляемое к другим объектам системы (в случае наличия петли и к объекту x). На дугах графа G ищется потоковая функция, $f(x, y)$, выражающая количество информации, идущей от x к y, определенная на всех без исключения дугах $(x, y) \in U$, удовлетворяющая следующим условиям:

$$0 \leqslant f(x, y) \leqslant c(x, y), \tag{16}$$

$$\sum_{y \in X} f(y, x) \leqslant a(x), \tag{16а}$$

$$\sum_{y \in X} f(x, y) \leqslant b(x), \tag{16б}$$

для всех вершин $x \in X$.

Условие (16) требует, чтобы искомый поток информации был неотрицателен и не превышал пропускной совокупности канала, условие (16а) требует, чтобы доставляемое объекту x от всех других объектов, связанных с x, количество информации не превышало потребное, а условие (16б) ограничивает количество информации, направляемое объектом x другим объектам системы S, величиной $b(x)$ — произведенным количеством.

Пусть $q_1(x)$ и $q_2(x)$ уже рассмотренные ранее стоимости единиц информации, только отнесенные теперь к потребляемой объектом x информации, а $q_3(x)$ и $q_4(x)$ — величины, соответствующие величинам q_1 и q_2, но отнесенные к производимой объектом x информации. Тогда стоимость затрат и потерь на приобретение и производство информации для объекта x выражается формулой

$$Q(x) = q_1(x) \sum_{y \in X} f(y, x) + q_2(x) \left[a(x) - \sum_{y \in X} f(y, x) \right] + \\ + q_3(x) b(x) + q_4(x) \left[b(x) - \sum_{y \in X} f(x, y) \right]. \qquad (17)$$

Общий информационный критерий для системы запишется

$$\sum_{x \in X} Q(x) = \min. \qquad (18)$$

Соединение условий (16) линейных неравенств с условием (18) приводит к обычной задаче линейного программирования для нахождения потоковых функций. Если количество узлов (объектов) в графе управления равно n, а количество дуг (связей) m, то в поставленных условиях (16) содержится $2n + m$ линейных неравенств. Это дает представление об общем объеме вычислительной работы для решения задачи [13].

Характер ограничений (16) в виде целевой функции (17), (18) может быть, разумеется, другим. Например, условие (16б) можно заменить на

$$\sum_{y \in X} f(y, x) \geqslant a(x), \qquad (19)$$

если поставить себе цель обязательно удовлетворить объект x необходимой для его функционирования информацией. Это соответствует второму случаю ($I_1 > I_2$) формулы (14). При этом в выражении (17) для $Q(x)$ из первых двух членов останется лишь первый. Подобные изменения нельзя произвести в условии (16б). Возможна постановка задачи со смешанными условиями вида (16а) и (19) и с соответствующими изменениями целевой функции.

В заключение можно отметить следующее.

1. Все полученные результаты не зависят от вида информации в системе управления (например, это может быть семантическая информация), если определено ее количество.

2. Проводить оптимизацию можно «послойно», т. е. для системы управления по каждому независимому виду информации отдельно.

3. Полностью решена задача для информационных потоков, зависящих от времени. При этом учтено то обстоятельство, что информация, попавшая к объекту позже определенного срока, полностью или частично обесценивается [14].

4. Приведенные результаты используются для нахождения оптимального алгоритма опроса и алгоритма оперативного управления в следующей части работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Б. Уилкокс. Анализ динамических свойств и моделирование функции систем административного управления. В сб. Труды Международного конгресса Международной федерации по автоматическому управлению, т. 5, М., «Наука», 1965.
2. В. Н. Бурков, А Я. Лернер. Новые задачи теории сетевого планирования и управления. В сб. Вопросы управления большими системами. М., 1967 (Ин-т автоматики и телемеханики (технической кибернетики).
3. М. К. Бабунашвили. Об одном алгоритме определения шага квантования в системах сетевого планирования и управления. В сб. I Всесоюзная конференция по математическим вопросам сетевого планирования и управления. Киев, 1967. (АН УССР. Научный совет по кибернетике АН УССР. Ин-т кибернетики АН УССР).
4. M. K. Babunashvili, M. A. Bermant, D. I. Golenko, K. L. Gorfan, A. I. Semenov. Management Control Systems; Some Aspects of Their Structure, Planning, Checking and Control. Proceedings of The IFAC Symposium on Optimal Systems Planning, Case Western Reserve University, June 20—22, 1968. Cleveland, Ohio. USA.
5. В. А. Трапезников. Автоматическое управление и экономика. Автоматика и телемеханика, 1966, № 1.
6. А. И. Берг, Ю. И. Черняк. Информация и управление. М., «Экономика», 1966.
7. К. Гарбер, Б. Генкин. Определение количества информации в системах управления производством на основе теории информации. В сб. Применение электронно-вычислительных машин в управлении производством. М., «Экономика», 1966.
8. И. Б. Руссман. Оптимизация потоков информации в системах управления производством. В сб. Исследование потоков экономической информации. М., «Наука», 1968.
9. К. Шеннон. Работы по теории информации и кибернетики (сб. статей). М., Изд. иностр. лит., 1963.
10. К. Берж. Теория графов и ее применения. М., Изд. иностр. лит., 1962.
11. Л. Бриллюен. Наука и теория информации. М., Физматгиз, 1960.
12. Теория информации в биологии. М., Изд. иностр. лит., 1960.
13. С. И. Зуховицкий, Л. И. Авдеева. Линейное и выпуклое программирование. М., «Наука», 1967.
14. И. Б. Руссман. Потоки информации, зависящие от времени. В сб. Тр. НИЭИ ВГУ. Воронеж, 1968.

Поступила в редакцию
24 IX 1968