

ОТБОР ПРОЕКТОВ КАПИТАЛОВЛОЖЕНИЙ ПО КРИТЕРИЮ МАКСИМАЛЬНОЙ НОРМЫ ЭФФЕКТИВНОСТИ*

Б. Н. МИХАЛЕВСКИЙ

(Москва)

1. ОБЗОР

Отбор проектов капиталовложений образует заключительную фазу системы среднесрочных расчетов (уровень 5), распределяя по «адресам» все еще укрупненные отраслевые лимиты предыдущего уровня (см. наш журнал за 1967 г., вып. 5). Такое распределение может быть выполнено различными способами, из которых ниже рассматривается лишь один.

Общим недостатком применяемых сейчас методов отбора инвестиционных проектов, объединяемых общим названием «затраты — эффект», является выбор денежного измерителя в качестве единственного критерия [4—13]. Такой выбор — независимо от того, применяется при этом явная оптимизация или нет — может давать крупные ошибки, если из списка вариантов предварительно не исключены уникальные, очень крупные проекты или проекты, в которых чрезвычайно велика роль не поддающихся количественной оценке факторов и, кроме того, отсутствует достаточно детальная спецификация остальных материальных и финансовых ограничений. Непосредственный выбор на основе единственного денежного измерителя неприменим также и в случаях, когда имеется несколько поддающихся количественной оценке критериев, так как тогда уже требуется максимизация взвешенной суммы основного и дополнительных критериев с субъективно оцененными весами каждого из них (заменой чисто субъективной оценки, базирующейся на субъективной вероятности, может быть статистическая обработка анкетных данных) [12, 14—19].

Другой дефект традиционных методов отбора заключается в слишком широком применении концепции общего равновесия с чрезвычайно свободным определением области замещения ресурсов и продуктов — далеко за пределы их реальных границ.

В наиболее четкой форме некорректность этих экономических предпосылок видна в схемах отбора инвестиционных проектов и решения методами программирования задач на размещение в СССР и за рубежом. В этом случае принцип общего равновесия распространяется не только на критерий, который обычно предстает в виде какой-либо одной разновидности концепции общего благосостояния (например, максимум потребления, максимум прибыли, минимум расчетных затрат), но и на весь отраслевой план капиталовложений. Это происходит потому, что механизм отбора вариантов вложений имитирует не существующий в действительности чисто конкурентный принцип с полным равновесием спроса и предложения ресурсов и продуктов и с полной или очень широкой заменой проектов. Последняя вводится предпосылками бесконечной или

* В порядке постановки вопроса.

частичной делимости и аддитивности ресурсов (проектов) и механизмом отбора, который допускает свободную и безвозмездную переброску ресурсов или проектов и возникает как на базе указанных предпосылок, так и в силу существования ограничений, заставляющих принудительно распределять все ресурсы или исключать их из оборота с помощью нулевых оценок.

Эти свойства присутствуют даже в самых лучших схемах отбора инвестиционных проектов, базирующихся на методах программирования как частной разновидности метода «затраты — эффект» [12, 20—24, 40], и формально выражаются в тождестве нормы эффективности капиталовложений и нормы процента, а также использовании этой единой нормы как инструмента отбора проектов, формирования цен и экономического стимулирования [1—4, 25—29].

Описанный дефект в меньшей степени присущ методам отбора вариантов капиталовложений, основанным на последовательном ранжировании проектов по убывающей величине максимума стохастически определенной нормы эффективности. Прежде всего, в этом случае становится возможным компромисс между основными экономическими критериями — максимумом устойчивости и роста — и остальными целями проекта [30]. Далее, в силу предварительного исключения уникальных и очень крупных проектов, а также проектов с большим удельным весом неизмеримых элементов и использования уравнения общего равновесия только для каждого индивидуального проекта, но не для всей их совокупности, отраслевой план распределения капиталовложений уже не основан только на принципе общего равновесия — он представляет собой некоторую комбинацию равновесной и неравновесной структуры. Наконец, в силу более точного и узкого определения области отбора и отказа от явного и прямого использования общепромышленных ограничений сфера действия принципа свободного замещения очень сильно ограничена, приближаясь, возможно, к своим действительным пределам.

Тем не менее и в этом случае сохраняются основные недостатки — использование только денежного измерителя (хотя и в более узкой и подходящей для него сфере), ослабленная предпосылка полного замещения, применение концепции общего равновесия к индивидуальному проекту, каждый из которых, к тому же, должен обладать одним и тем же внутренним свойством соизмерения.

Поэтому *излагаемый ниже метод применим лишь к относительно точно очерченной группе проектов, допускающих действительную оценку и замену, и косвенно учитывает общепромышленные материальные и финансовые ограничения.* В этих границах процесс отбора заключается в последовательном включении в план все менее рентабельных проектов (со все более низкой нормой эффективности, исключающей, конечно, фискальный элемент) до тех пор, пока не будут исчерпаны отраслевые или групповые лимиты капиталовложений и прироста мощностей.

Но и в этих рамках следует точнее выяснить условия и возможности применения отбора проектов по критерию максимальной нормы эффективности. Это требует ясной формулировки экономических предпосылок и формальной классификации проектов.

В дальнейшем используются обозначения: $C(0)$ — начальные капиталовложения; $Q(t)$, $Q_1(t)$, $Q_2(t)$ — чистая прибыль от всего проекта и от его инвестиционной и финансовой частей (см. ниже); T , S — весь срок службы проекта и срок его службы как инвестиционного проекта; $R(T)$ — остаточная стоимость вложения; V^* — приведенная стоимость проекта; ρ , $\hat{\rho}_0$, $\hat{\rho}^*$, $\hat{\rho}_0^*$ — детерминированная и стохастическая внутренние нормы эффективности проекта и стохастическая народнохозяйствен-

ная и отраслевая норма эффективности; $\tau_k, \lambda_k, \theta$ — временные постоянные скорости реакции каскада лагов и время замораживания ресурсов, $k = 1, \dots, r$; L, M, V, σ^2, D — обозначения преобразования Лапласа, математического ожидания, коэффициента вариации, дисперсии, дифференциального оператора.

Черта сверху означает среднюю, а знак * — свертку.

Для детерминированного случая открывающиеся здесь альтернативы можно сформулировать примерно следующим образом [5—12, 31—36].

А. Критерии выбора. Наиболее распространенными среди них являются следующие.

1) Максимизация приведенной суммы чистой экономии за весь подлежащий определению срок службы полностью освоенного вложения или полностью взаимосвязанных вложений (в этом случае они рассматриваются как одно)

$$\max \left[V^* - \int_0^T Q(t) e^{-k^*t} dt + C(0) + R(T) e^{-k^*T} \right] > 0. \quad (1)$$

Этот критерий, как и любой другой, является следствием общего народнохозяйственного критерия (это вытекает из принципа совместности критериев отдельных лиц, организаций и общества [30]) и несет на себе печать преимуществ и недостатков последнего.

В (1) связь с общим критерием осуществляется через величину норматива k^* и зависящую от него искомую продолжительность срока службы вложения. В свою очередь k^* имеет различную интерпретацию в зависимости от предпосылок в отношении ограничений и замещения. Двумя крайними допущениями являются следующие: 1) жесткое ограничение на объем капитальных ресурсов и очень низкая эластичность их замены. В этом случае k^* будет выступать в виде долгосрочной нормы процента [5—10], т. е. $k^* = r$, и критерий 1 отдаст предпочтение меньшему числу капиталоемких вариантов с продолжительным сроком службы, т. е. с более высокой долей накопления, замедленному темпу технического прогресса и меньшей доле возмещения; 2) жесткое ограничение на капитальные ресурсы в материальном и финансовом выражении при полном замещении капиталовложений. Тогда k^* будет представлять собой народнохозяйственную норму эффективности капиталовложений (естественно, исключаящую чисто финансовый элемент в виде акцизов) [31—38], т. е. $k^* = \rho_0^*$. В этом случае критерий отдаст предпочтение большему числу менее фондоемких вариантов капиталовложений с коротким сроком службы, быстрым темпом технического прогресса, меньшей долей накопления и высоким удельным весом возмещения.

Из сказанного видно, что критерий 1 основан на весьма жестких экономических предпосылках, при неограниченном применении описывает процесс сбалансированного хозяйственного роста, и в зависимости от допущений создает большую или меньшую зону неопределенности в выборе. Видимо, с этой особенностью критерия 1 и связан тот факт, что часто он ведет к решениям, явно противоречащим здравому смыслу [39].

2) Альтернативой критерия 1 является критерий максимальной внутренней нормы эффективности проекта или полностью взаимосвязанных проектов [31—38] с соответствующим правилом решения — отбором проектов со все уменьшающейся величиной ρ_{\max} до исчерпания отраслевых лимитов

$$C(0) = \int_0^T Q(t) e^{-\rho t} dt + R(T) e^{-\rho T}, \quad (2)$$

частным случаем которого при $T = \infty$, $\rho = R = 0$ является критерий минимума срока окупаемости.

Обобщение (1) — (2) на случай зависимости также и от возраста вложения, т. е. превращение (1) — (2) в динамическую модель с выбором графика выполнения проектов, дано в [40].

Критерий 2 предполагает полную реинвестицию чистой экономии с той же нормой эффективности при экзогенном, но обычно более коротком сроке службы. Иначе говоря, этот критерий через более высокую, чем в критерии 1, норму эффективности отдает предпочтение менее фондоемким проектам с более коротким сроком службы, но за счет полной реинвестиции всей прибыли и более быстрого темпа технического прогресса ведет к максимизации доли накопления и темпа экономического роста. Как видно из определения, критерий максимума внутренней нормы эффективности одновременно дает и характеристику ликвидности проекта через оценку срока окупаемости из уравнения (2).

Однако то же определение показывает, что в своей обычной форме этот критерий также содержит элемент неопределенности, возникающий из возможной множественности положительных корней уравнения (2) и, следовательно, неоднозначности выбора по величине внутренней нормы эффективности.

Эта множественность положительных корней порождается не формальными причинами, а неточностью экономической спецификации проектов. Поэтому устранение указанного дефекта с помощью более точной экономической спецификации делает, на наш взгляд, модифицированный критерий максимума нормы эффективности проекта более подходящим, чем критерий максимума приведенного эффекта. Причина заключается, как уже отмечалось, в изменении его экономического содержания. Именно это и побудило уже несколько ранее сделать первые шаги в отношении обобщения и применения этого критерия [41—42].

3) Существуют некоторые сравнительно частные обобщения этих двух основных критериев:

а) простейшей разновидностью является максимизация критерия 1 при одностороннем ограничении на размеры стоимости содержания основных фондов с выбором даты замены [43];

б) несколько более сложным является использование компромиссного критерия — промежуточного между критериями 1 и 2 — для выбора оптимального срока службы проекта. Решение в этом случае дается введением реинвестиций в критерий 1 путем перехода к бесконечной цепи вложений [44];

в) расширением критерия 1 в другом направлении является введение меняющихся цен [45];

г) производный от критерия 2 критерий максимизации стоимости разновозрастных основных и оборотных фондов уже действующего предприятия сформулирован в [5, 46—47]. Он имеет все преимущества и недостатки критерия 2 для указанного более общего случая;

д) наконец, выбор проектов по разновидности критерия 2 может осуществляться на основе равенства начальных вложений и приведенной к настоящему моменту стоимости будущей экономии от несделанных вложений [48—49].

4) Принципиально важными обобщениями критериев 1 и 2 являются работа [32] с развивающимися ее [35—36] и работа [50].

* Само название внутренней нормы эффективности происходит от того, что в классической форме (2) норма эффективности не зависит от k^* и целиком определяется уравнением (2), т. е. внутренними свойствами самого проекта.

а) В первом случае, т. е. в [32, 35—36], вводится четкая классификация проектов по знакам составляющих их денежных потоков на чистые и смешанные (чистые проекты могут быть инвестиционными или финансовыми, а если экономия за все время службы проекта положительна, то проект является простым) и соответственно в первом случае непосредственно используются уравнения (1) и (2). Во втором — в эти уравнения вводится лишь частичная реинвестиция прибыли, которая описывается введенным зависимости от народнохозяйственной нормы эффективности капиталовложений, так что (1) — (2) превращаются в уравнения от двух переменных. Этим разрешается, в частности, проблема неоднозначности решения уравнения (2) и становится возможной комбинированная оценка проекта с материальной и финансовой точек зрения. Для чистых проектов в [35] дополнительно установлены правила, позволяющие оценивать однозначность решения без явного введения реинвестиций.

Описанная модификация критериев 1 и 2 основана на том, что в общем случае проект проходит 4 стадии развития: получение капитальных ресурсов из того или иного источника (стадия 1), их инвестирование (стадия 2), получение чистой прибыли от инвестиций (стадия 3), покрытие из чистой прибыли капитальных ресурсов, полученных из того или иного источника (стадия 4) [32]. Поэтому критерий 2 в детерминированном случае необходимо модифицировать так, чтобы он включал лишь частичную реинвестицию прибыли, т. е. учитывал бы цикл стадии 4. Это и достигается введенным зависимости от *двух* норм: нормы эффективности капиталовложений проекта ρ , характеризующей стадии проекта, на которых он является чисто инвестиционным, и нормы финансирования k^* , характеризующей проект на той стадии, когда он выступает как источник финансирования. В силу допущения полного замещения (см. предпосылку 2) $k^* = \hat{\rho}^*$.

Экономические последствия такого переопределения сводятся к следующему. Прежде всего, ρ перестает быть только характеристикой внутренних свойств проекта, становится единственным решением уравнения (2) и резко понижается по абсолютной величине. Вследствие этого изменяется и механизм работы критерия 2: теперь в план попадает меньшее число более фондоемких вариантов за счет исключения большей по стоимости массы менее фондоемких вариантов. Поэтому по сравнению со стандартной формой критерия внутренней нормы эффективности уменьшается доля накопления и замедляется темп роста наличной массы основных фондов. Тем самым достигается компромисс, с одной стороны, между максимизацией доли (и нормы) накопления и темпа роста наличности капитальных ресурсов и долей потребляемого продукта, с другой — между максимизацией скорости роста и максимизацией темпа технического прогресса и нормы выбытия, с третьей — между максимизацией темпа экономического роста и минимизацией степени устойчивости (понижением ликвидности вследствие роста срока окупаемости), т. е. между физическим ростом и финансовой устойчивостью.

б) Во втором случае, т. е. в [50], связь материального и финансового аспектов и получение однозначного решения достигаются значительной переформулировкой модели, явно вводящей два критерия. Первый критерий измеряет среднюю эффективность единицы капиталовложений на протяжении срока службы проекта (за счет самого проекта и использования свободных средств на стороне) и близок, таким образом, к внутренней норме эффективности. Второй критерий устанавливает величину срока окупаемости начальных вложений чистой экономией на протяжении второй стадии существования проекта — периода окупаемости начальных вложений, характеризуя, таким образом, уровень ликвидности.

Б. Предпосылки 1. Число проектов конечно, соответствующие денежные потоки известны точно, а трансферты происходят непрерывно.

2. При постоянной для всего срока службы цене капитальных ресурсов $\rho\%$ их размеры ограничены только отраслевыми лимитами, причем капитальные ресурсы, в принципе, могут быть использованы и за пределами проекта с той же нормой эффективности ρ , а принятие или отклонение проекта не влияет на ρ .

3. Срок службы проекта известен точно при использовании критерия 2 или находится как детерминированная величина при применении критерия 1 или его разновидностей.

4. В принципе, допускается существование проектов любых типов: чисто инвестиционных, чисто финансовых (каждый из них может быть или не быть простым проектом) и смешанных.

5. Принятие или отклонение данного проекта не влияет на возможность принятия или отклонения любого другого проекта.

Предпосылки 2, 4—5 делают решение о проекте совершенно независимым от решений относительно других проектов, а допущение 2 сводит решение о выборе к однопараметрической задаче относительно ρ .

Посмотрим теперь, как меняются критерий и предпосылки при переходе к стохастическому случаю.

В. Критерий в стохастическом случае. Детерминированная модель учитывает при любом критерии лишь одну важнейшую характеристику проекта капиталовложений — нынешнюю ценность будущего денежного эффекта. Другой столь же важной характеристикой является неопределенность и риск, описываемые соответственно субъективными и объективными вероятностями.

В стохастическом случае базой для оценки проектов по-прежнему остаются критерии 1 и 2, хотя они так или иначе усложняются, и появляются те или иные их модификации, связанные специально с принятием решений в условиях риска и неопределенности.

1. Простейший способ включения стохастического элемента в критерии 1 и 2 заключается в использовании уравнений регрессии для оценки $Q(t)$ или явного введения того или иного типа случайного процесса в динамику $Q(t)$. Этот подход позволяет единообразно рассматривать детерминированный и стохастический случаи. Применительно к критерию 2 он был испробован в [42], а общее описание детерминированного и стохастического случаев для критериев 1 и 2 в терминах преобразования Лапласа дано в [51] (хотя впервые, насколько нам известно, экономическая интерпретация преобразования Лапласа с применением его к оценке капиталовложений была дана в [52—53]).

Недостаток этого метода заключается в его частичности: стохастический элемент присутствует только в $Q(t)$, да и то неполностью, так как исключает опасение риска, характеризуемое субъективной вероятностью.

2. Критерий максимизации математического ожидания эффекта в форме (1) или (2) с квадратичной функцией эффекта и явным введением опасения риска является в настоящее время основным [54—64]. Тем самым завершается стохастическая спецификация $Q(t)$ в форме распределения вероятностей для (1) или (2), которая для квадратичной функции эффекта принимает вид линейной зависимости от двух первых моментов. Такое распределение приближенно может строиться без учета ковариаций для одного проекта (и полностью взаимосвязанных проектов) [61], или для такой же комбинации проектов при учете ковариаций на основе данных только о предельных значениях и моде [62], либо для частично взаимосвязанных проектов [58—59].

3. Остальные критерии применяются намного меньше, и наиболее характерным является модификация критерия предыдущего пункта дополнительным требованием минимума дисперсии нормы дохода [63, 65].

Г. **Предпосылки в стохастическом случае.** Они отличаются от предпосылок детерминированного случая только тем, что норматив эффективности явно включает опасение риска, а срок службы проекта описывается распределением вероятностей и соответственно доверительным интервалом (о влиянии типа распределения см. [66]).

Из сказанного видно, что традиционный критерий минимума срока окупаемости справедлив лишь при очень ограничительных и жестких предпосылках, а именно:

- 1) единица экономии имеет одинаковую ценность, независимо от времени ее получения, т. е. дисконтирование отсутствует;
- 2) проект имеет бесконечный срок службы, т. е. учитывается лишь срок окупаемости, но не количество таких сроков;
- 3) величина экономии принимается постоянной во времени, так что критерий применим только к простым инвестиционным проектам, но не к простым финансовым и не к смешанным, а тем более не к цепи вложений;
- 4) предполагается, что все величины, определяющие срок окупаемости, известны точно, т. е. стохастический элемент отсутствует;
- 5) сами эти величины определены недостаточно полно: а) окупаемость рассчитывается не на все вложение, а только на дополнительное; б) не учитываются сопряженные затраты и сопряженный эффект; в) относительные цены принимаются постоянными;
- 6) временное запаздывание капиталовложения — экономия отсутствует;
- 7) ликвидационная стоимость капиталовложения равна нулю.

Хотя в сделанном обзоре дана лишь общая оценка отраслевых задач, решаемых методами программирования, без подробного анализа отдельных моделей (это должно быть сделано специально), все же видно, что в настоящее время еще нет синтетической модели отбора капиталовложений, ориентированной на экономически сравнительно адекватный критерий, включающей достаточно полный перечень определяющих выбор факторов и управление основными из них.

Ниже будет предпринята такого рода попытка, опирающаяся на критерий 2. Само уравнение (2) для случая одного проекта или полностью связанных проектов включает дополнительно стохастические элементы, каскад запаздываний наиболее характерной формы, выбор одновременно внутренней нормы эффективности, срока службы и графика ввода для чистых и смешанных проектов. Случай цепи вложений и наиболее характерные формы одномерного случая за недостатком места не рассматриваются.

II. УРАВНЕНИЕ (2) В ДЕТЕРМИНИРОВАННОМ И СТОХАСТИЧЕСКОМ СЛУЧАЯХ (ОДИН ПРОЕКТ ИЛИ ПОЛНОСТЬЮ СВЯЗАННЫЕ ПРОЕКТЫ)

А. **Детерминированный случай.** Введем в уравнение (2) для чистого проекта распределенное запаздывание. Тогда оно примет вид

$$C(0) = \int_0^T \int_0^{\infty} f(\tau) [Q(t - \tau) e^{-\rho t} dt + R(T) e^{-\rho T}] d\tau, \quad (3)$$

$$\int_0^{\infty} f(\tau) d\tau = 1. \quad (4)$$

Представим (3) с помощью преобразования Лапласа

$$C(0) = L\{f(\tau) * [L(Q(t)[U(t) - U(t - T)]) + R(T) \cdot e^{-\rho T}][U(t) - (U(t - \tau))]\}, \quad (5)$$

$$U(t) = \begin{cases} 1, & t > 0, \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (6)$$

или в сокращенной форме

$$C(0) = L\{f(\tau) * \tilde{Q}[U(t) - U(t - \tau)]\}, \quad (7)$$

где

$$\tilde{Q} = L\{Q(t)[U(t) - U(t - T)] + R(T)e^{-\rho T}\}. \quad (8)$$

Включим теперь в уравнение (2) для чистого проекта каскад независимых распределенных запаздываний (строительный лаг, лаг освоения мощностей, лаг достижения технико-экономических показателей и т. д.). Так

как $\int_0^{\infty} f(\tau) d\tau = 1$ можно рассматривать как вероятность, то сумма независимых лагов будет представлена их сверткой

$$f(\tau^*) = f(\tau_k) * f[U(t) - U(t - \tau_k)], \quad k = 1, \dots, r. \quad (9)$$

После подстановки в (5) это дает

$$C(0) = L\{f(\tau_k) * f[U(t) - U(t - \tau_k)] * \tilde{Q}\}, \quad (10)$$

так что по теореме свертки каскад из суммы независимых лагов в плоскости изображений по Лапласу превращается в произведение.

При этом, по физическому смыслу отдельные составляющие лага будут представлять собой средние сроки замораживания капиталовложений. Иначе говоря, для части строительного лага, представленного запаздыванием типа фиксированного отставания (строительство без ввода мощностей), временная постоянная будет средним сроком замораживания, который в данном случае совпадет с продолжительностью этой части строительства. Однако в любом из последующих распределенных запаздываний временная характеристика будет представлена средними запаздываний, т. е. $\lambda_k / (1 - \lambda_k)$, являющимися обратной величиной временной постоянной.

В частности, при спецификации общего лага в виде суммы запаздывания типа фиксированного отставания и трех распределенных запаздываний с разными временными постоянными (строительство с частичным вводом мощностей, освоение мощностей, достижение технико-экономических показателей) уравнение (10) в плоскости изображений по Лапласу будет иметь вид

$$C(0) = e^{-\rho\tau_1} \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{(\rho + \lambda_1)(\rho + \lambda_2)(\rho + \lambda_3)} \tilde{Q}(\rho). \quad (11)$$

Перейдем к случаю смешанного проекта. Так как по теореме [32] порядок периодов, на протяжении которых смешанный проект является инвестиционным и финансовым, не имеет значения для дисконтирования, то можно считать, что первые S лет смешанный проект будет инвестиционным, а остальные $T - S$ лет — финансовым. Тогда

$$Q_1^*(t) = \int_0^S Q_1(t_1, \rho) e^{-\rho t} dt - \int_S^T Q_2(t_1, \hat{\rho}^*) e^{-\hat{\rho}^* t} dt, \quad (12)$$

и уравнение (10) примет вид

$$C(0) = L\{f(\tau_k) * f[U(t) - U(t - \tau_k)] * \tilde{Q}_1(t)\}, \quad (13)$$

где

$$Q_1^*(t) = L\{[Q_1(t)[U(t) - U(t-5)] - Q_2(t)[U(t) - U(t-T+S)] + R(T)e^{-\rho T}\}. \quad (14)$$

Б. Стохастический случай. Переход к этому наиболее общему случаю предполагает введение следующих стохастических элементов: 1) опасения риска, основанного на субъективной вероятности и пространстве неопределенности; 2) случайного элемента в динамике чистой экономики, основанного на объективной вероятности; 3) случайного срока службы; 4) случайного лага; 5) ошибок в оценке начальных капиталовложений — ошибок измерения основного проекта и сопряженных капиталовложений (расхождение провизорных и исполнительных смет обычно составляет не менее 25—30%); 6) элементы 3 и 5 при пропорциональном списании полностью определяют и границы изменения остаточной стоимости.

Включим эти элементы последовательно.

Определим функцию эффекта $F(Q)$ как непрерывную функцию без точек перегиба

$$\bar{F}(Q) = \int_{-\infty}^{\infty} F(Q)f(Q)dQ, \quad (15)$$

т. е. используем критерий максимизации математического ожидания эффекта. Найдем разложение Тэйлора

$$F(Q) = F(\bar{Q}) + (Q - \bar{Q})\dot{F}(\bar{Q}) + \frac{1}{2}(Q - \bar{Q})^2\ddot{F}(\bar{Q}) + \dots \quad (16)$$

и подставим (16) в (15)

$$\begin{aligned} \bar{F}(Q) = F(\bar{Q}) \int_{-\infty}^{\infty} f(Q)d(Q) + \dot{F}(\bar{Q}) \int_{-\infty}^{\infty} (Q - \bar{Q})f(Q)dQ + \\ + \frac{1}{2}\ddot{F}(\bar{Q}) \int_{-\infty}^{\infty} (Q - \bar{Q})^2f(Q)dQ. \end{aligned} \quad (17)$$

Так как второй член по определению равен \bar{Q} , то

$$\bar{F}(Q) = F(\bar{Q}) + \frac{1}{2}\sigma^2(Q)\ddot{F}(\bar{Q}), \quad (18)$$

и поскольку коэффициент опасения риска [58—59]

$$\frac{1}{2}\ddot{F}(\bar{Q}) = -k^* = \text{const}, \quad (19)$$

то

$$F(\bar{Q}) = F(C(0)) + k^*\sigma^2(Q) \quad (20)$$

Переходя к приращениям

$$F\left(\frac{C(0) + \Delta\bar{Q}}{C(0)}\right) = F\left(\frac{C(0) + \Delta Q(0)}{C(0)}\right) + k^*\sigma^2\left(\frac{\Delta Q}{C(0)}\right) \quad (21)$$

и определяя

$$F\left(\frac{\Delta Q(0)}{C(0)}\right) \equiv \rho_0, \quad (22)$$

получим из (20)

$$M(\rho^*) = \rho_0 + k\sigma^2. \quad (23)$$

Определяя по [65]

$$\rho_0 = M(\rho^*) - \frac{1}{2} [\sigma_{\rho^*}^2 + (M(\rho^*))^2] \quad (24)$$

и подставляя (24) в (23), получим

$$\rho^* = \rho^* - \frac{1}{2} (\rho^{*2} + \sigma_{\rho^*}^2) + k^* \sigma_{\rho^*}^2, \quad (25)$$

так что опасение риска составит

$$k^* = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\rho^{*2}}{V_{\rho^*} \rho_0^{*2}} \right). \quad (26)$$

Подстановка (26) в (23) дает:

$$\rho^* = \rho_0^* + \frac{1}{2} (\rho^{*2} + \sigma_{\rho^*}^2). \quad (27)$$

Выражая среднеквадратическую ошибку через коэффициент вариации и применяя правило 3σ , получим доверительный интервал для оценки нормы эффективности проекта

$$\rho_0^* = \rho^* \left(1 - \frac{1 - V_{\rho^*}^2}{2} \rho^* \right) \pm 3V_{\rho^*} \rho^*. \quad (28)$$

(28) и подставляется в основное уравнение, вводя, таким образом, стохастическую величину нормы эффективности проекта, связанную с неопределенностью и субъективной вероятностью.

Стохастический элемент, основанный на объективной вероятности, включается просто с помощью оценок динамики $Q(t)$ методом наименьших квадратов.

Наконец, в смешанном проекте доверительный интервал народнохозяйственного норматива эффективности, уже учитывающего фактор неопределенности, т. е. $\hat{\rho}^*$, также задается правилом 3σ .

Введем, далее, в основное уравнение заданный с ошибкой срок службы проекта.

Как правило, для проекта имеются только верхняя, нижняя и наиболее вероятная оценка (соответственно T_1, T_2, T_3). Это делает удобным использование β -распределения [62], т. е. определение средней и дисперсии

$$\bar{T} = \frac{1}{6} (T_1 + T_2 + 4T_3), \quad (29)$$

$$\sigma_T = \frac{1}{6} (T_1 - T_2). \quad (30)$$

Так как

$$\sigma_T = V_T \bar{T}, \quad (31)$$

то верхний предел интегрирования в (2) определится выражением

$$T = \bar{T} (1 \pm 3V_T). \quad (32)$$

Стохастическое определение лага формируется следующим образом. Для части лага, представленной запаздыванием в виде фиксированного отставания, снова используется β -распределение и соответственно характеристики (29) — (30), так что

$$\tau_1 = \frac{1}{6} [(\tau_{11} + \tau_{12} + 4\tau_{13}) \pm 3(\tau_{11} - \tau_{12})]. \quad (33)$$

Дисперсия распределенного запаздывания, как уже отмечалось, равна

$$\sigma_{\lambda_k}^2 = \frac{\lambda_k}{(1 - \lambda_k)^2}, \tag{34}$$

так что средний доверительный интервал семейства из трех запаздываний будет

$$\frac{\bar{\lambda}}{1 - \bar{\lambda}} = \sum_{k=1}^3 \frac{\bar{\lambda}_k \pm 3\sqrt{\bar{\lambda}_k}}{1 - \bar{\lambda}_k}. \tag{35}$$

Таким образом, доверительный интервал всего запаздывания составит

$$\theta = \frac{1}{6}(\tau_{11} + \tau_{12} + 4\tau_{13}) + \sum_{k=1}^3 \frac{\lambda_k}{1 - \lambda_k} \pm 3 \left(\frac{1}{6}(\tau_{11} - \tau_{12}) + \sum_{k=1}^3 \frac{\sqrt{\lambda_k}}{1 - \lambda_k} \right). \tag{36}$$

Для $C(0)$ также используются оценки вида (29) — (31), так что

$$\sigma_R = \frac{1 \pm 3V_{C(0)}}{1 \pm 3V_T}. \tag{37}$$

В итоге, основное уравнение (10) примет следующий вид

$$\begin{aligned} (\bar{C}(0) \pm 3\sigma_{C(0)}) = L \{ & f(\bar{\tau}_k + 3\sigma_{\tau_k}) * [U(t) - U(t - (\bar{\tau}_k \pm 3\sigma_{\tau_k}))] * \\ & * [L((\bar{Q}(t) \pm 3\sigma_Q) [U(t) - U(t - (\bar{T} \pm 3\sigma_T))]) + \\ & + \bar{R} \frac{1 \pm 3V_{C(0)}}{1 \pm 3V_T} e^{-\rho_0^* \bar{T} (1 \pm 3V_T)}] \}, \end{aligned} \tag{38}$$

где накопленная величина экономии

$$Q^*(t) = \int_0^{\bar{T}(1 \pm 3V_T)} \bar{Q}(t) (1 \pm 3\sigma_Q) e^{-\rho_0^* t} dt \tag{39}$$

в случае чистого проекта и

$$Q_1^*(t) = \int_0^{\bar{s}(1 \pm 3V_S)} Q_1(t, \rho_0^*) e^{-\rho_0^* t} dt - \int_0^{\bar{T}(1 \pm 3V_T)} Q_2(t, \hat{\rho}^* \pm 3\sigma_{\hat{\rho}_k}) e^{-(\hat{\rho}^* \pm 3\sigma_{\hat{\rho}_k}) t} dt, \tag{40}$$

в случае смешанного проекта.

Таким образом уравнение (38) дает возможность единого подхода в детерминированном и стохастическом случаях.

Воспользуемся теперь тем фактом, что (5) максимизирует ρ и результатом (10) для выбора одновременно ρ_{\max} , оптимального срока службы и оптимального графика строительства проекта. В случае чистого проекта для этого необходимо решить систему, получающуюся в результате приравнивания нулю трех частных производных. Однако используя (5), уравнение, возникающее из приравнивания нулю частной производной по ρ , можно просто заменить уравнением (38) — (39). Таким образом, в компактной операторной записи получаем систему

$$\begin{aligned} \frac{\partial \{A(D) \bar{Q}^*(t)\}}{\partial \rho_0^*} = 0 \equiv (38) - (39), \quad \frac{\partial \{A(D) \bar{Q}^*(t)\}}{\partial \tau} = 0, \\ \frac{\partial \{A(R) \bar{Q}^*(t)\}}{\partial T} = 0. \end{aligned} \tag{41}$$

В случае смешанного проекта система (41) примет вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \{A(D) \bar{Q}_1^*(t)\}}{\partial \rho_0^*} = 0 &\equiv (38), (40), & \frac{\partial \{A(D) \bar{Q}_1^*(t)\}}{\partial \tau} = 0, \\ \frac{\partial \{A(D) \bar{Q}_1^*(t)\}}{\partial S} = 0, & & \frac{\partial \{A(D) \bar{Q}_1^*(t)\}}{\partial T} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Таким образом, (42) добавляет еще одну управляющую переменную — S — время, на протяжении которого проект будет инвестиционным.

В наиболее часто встречающемся в практике варианте чистого проекта с усредненной во времени чистой экономией, т. е. $Q = \text{const}$, существует лишь проблема оценки ρ_0^* и графика строительства, так что система типа (41) в стохастическом случае примет вид

$$\left. \begin{aligned} \bar{P} (1 \pm 3V_P) \left(\frac{1}{\psi} \right) e^{\rho_0^* \bar{\tau} (1 \pm 3V_\tau)} = \frac{1}{\rho_0^*} [1 - e^{-\rho_0^* \bar{T} (1 \pm 3V_T)}] - \\ - e^{-\rho_0^* \bar{T} (1 \pm 3V_T)} \frac{\bar{R}(1 \pm 3V_C(0))}{\bar{Q}(1 \pm 3V_Q)} \equiv \Pi(\rho_0^*, T), \\ \bar{P} (1 \pm 3V_P) \rho_0^* \left(\frac{1}{\psi} \right) e^{\rho_0^* \bar{\tau} (1 \pm 3V_\tau)} = \Pi(\rho_0^*, T), \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

где P — срок окупаемости, k_1, k_2, k_3 — коэффициенты пропорциональности, выражающие λ_k через τ_1 , а

$$\psi = \frac{\left[k_1 k_2 k_3 (k_4 + k_5 + 4k_6) \frac{1}{6} + \frac{1}{2} (k_4 - k_5) \tau_1^3 \right]^{-1}}{\prod_{r=1}^3 \left\{ \rho_0^* \left(1 - \frac{1 + V_{\rho_0^*}}{2} \rho_0^* \right) \pm 3V_{\rho_0^*} \rho_0^* + \right.} \equiv$$

$$+ \left. \left[k_r \left(\frac{1}{6} (k_4 + k_5 + 4k_6) \pm \frac{1}{2} (k_4 - k_5) \tau_1 \right) \right]^{-1} \right\}} \equiv$$

$$\equiv \left(\prod_{r=1}^3 k_r \right)^{-1} k^{-1} \tau_1^{-3} \prod_{r=1}^3 \left(\rho_0^* + \frac{1}{k_r k \tau_1} \right), \quad (44)$$

$$\psi = k^{-1} \tau_1^{-4} \left(\prod_{r=1}^3 k_r \right)^{-1} \left[\prod_{r=1}^3 \left(\rho_0^* + \frac{1}{k_r k \tau_1} \right) \right]^{-1} \left(\sum_{r=1}^3 \frac{k_r^{-1}}{\rho_0^* + \frac{1}{k_r \tau_1}} - 3 \right). \quad (45)$$

Системы (41) — (42) были получены в явном виде для следующих случаев чистых и смешанных проектов (с выражениями для лагов (44) — (45), $e^{\rho_0^* \bar{\tau} (1 \pm 3V_\tau)}$ и $T = \text{const}$):

а) чистые проекты

1. $Q = \text{const}$,
2. $Q(t) = Q(0)(a + bt + ct^2)$,
3. $Q(t) = Q(0)(a - bt)$,

б) смешанные проекты

1. $Q_1 = \text{const}$, $Q_2 = \text{const}$, $Q_1 \neq Q_2$,
2. $Q_1(t) = Q_1(0)(a + bt + ct^2)$;
 $Q_2(t) = Q_2(0) \sqrt{a_1 + b_1 t}$,
3. $Q_1(t) = Q_1(0)t(a - bt)$;
 $Q_2(t) = Q_2(0) \sqrt{a_1 + b_1 t}$,

$$\begin{aligned}
 4. \quad Q(t) &= Q(0) \frac{te^{-\alpha t}}{a-bt}, & 4. \quad Q_1(t) &= Q_1(0) \frac{t}{(a+bt)^3}; \\
 & & Q_2(t) &= Q_2(0) \sqrt{a_1+b_1t}, \\
 5. \quad Q(t) &= Q(0) \frac{t}{(a+bt)^3}, & 5. \quad Q_1(t) &= Q_1(0) \ln(a+bt); \\
 & & Q_2(t) &= Q_2(0) \ln(a_1+b_1t), & (46) \\
 6. \quad Q(t) &= Q(0) \sqrt{a+bt}, & 6. \quad Q_1(t) &= Q_1(0) \frac{te^{-\alpha t}}{a-bt}; \\
 & & Q_2(t) &= Q_2(0)(a_1+b_1t+c_1t^2), \\
 7. \quad Q(t) &= Q(0) \ln(a+bt), & 7. \quad Q_1(t) &= Q_1(0) \sqrt{a+be^{\alpha t}}; \\
 & & Q_2(t) &= Q_2(0) \sqrt{a_1+b_1t}. \\
 8. \quad Q(t) &= a(0) \sqrt{a+be^{\alpha t}}.
 \end{aligned}$$

III. АЛГОРИТМ ОТБОРА ПРОЕКТОВ ПО КРИТЕРИЮ 2

Этот алгоритм описывается лишь для случая одного проекта или группы полностью взаимосвязанных проектов. Он включает два существенно разных этапа — подготовку стандартных данных и сам процесс оценки.

Процесс подготовки данных можно представить в следующем виде.

1. Получение верхней, нижней и наиболее вероятной оценок для начальных прямых, косвенных и 2—3 кругов сопряженных капиталовложений.

2. Расчет по суммарным капиталовложениям средней, коэффициента вариации и доверительного интервала.

3. Оценка соотношений вложений в основные и оборотные средства по трем типам вложений пункта 1.

4. Получение верхней, нижней и наиболее вероятной оценок сроков службы прямых, косвенных и сопряженных вложений с последующим расчетом по данным о суммарных вложениях средней, коэффициента вариации и доверительного интервала.

5. Расчет остаточной стоимости в виде

$$R = \frac{\bar{C}(0)}{\bar{T}(0)} \cdot \frac{1 \pm 3V_{C(0)}}{1 \pm 3V_T}.$$

6. Оценка лага для прямых, косвенных, сопряженных и всех вложений: получение верхней, нижней и наиболее вероятной оценок τ_1 и $\lambda_k / (1 - \lambda_k)$, расчет средней, коэффициента вариации и доверительного интервала.

7. Вычисление тех же показателей для чистой экономии и отдельно для сумм, являющихся источниками финансирования.

8. Оценка по способу наименьших квадратов уравнений динамики чистой экономии и сумм по каналам финансирования. Оценка доверительных интервалов для обеих переменных.

Сам процесс отбора проектов на второй стадии требует прежде всего критерия для различения между чистыми и смешанными проектами. Включение такого критерия предполагает применение концепции баланса проекта [32], т. е. накопленной стоимости инвестиций в проект или финансирования за счет проекта в конце периода t из нормы эффективности \bar{p}_0^* , к уравнению (38) — (39), представленному математическими ожида-

ниями. Иначе говоря, в начальный момент времени баланс проекта составит

$$\bar{F}_0(\bar{\rho}_0^*, \hat{\rho}^*) = \bar{C}(0), \quad (47)$$

в первый момент времени

$$\bar{F}_1(\bar{\rho}_0^*, \hat{\rho}^*) = \begin{cases} \bar{C}(0) e^{\hat{\rho}^*} + \bar{\psi} \bar{Q}(1), & \bar{F}_0 \geq 0, \\ \bar{C}(0) e^{\bar{\rho}_0^*} + \bar{\psi} \bar{Q}(1), & \bar{F}_0 < 0, \end{cases} \quad (48)$$

в любой момент времени

$$F_t(\bar{\rho}_0^*, \hat{\rho}^*) = \begin{cases} \bar{C}(0) e^{\hat{\rho}^*} + \bar{\psi} \sum_{\theta=1}^t \bar{Q}(\theta), & \bar{F}_{t-1} \geq 0, \quad t = 1, \dots, T, \\ \bar{C}(0) e^{\bar{\rho}_0^*} + \bar{\psi} \sum_{\theta=1}^t \bar{Q}(\theta), & \bar{F}_{t-1} < 0, \end{cases} \quad (49)$$

и в конце среднего ожидаемого срока службы

$$\bar{F}_T(\bar{\rho}_0^*, \hat{\rho}^*) \equiv \bar{F}(\bar{\rho}_0^*, \hat{\rho}^*) = \begin{cases} \bar{C}(0) e^{\hat{\rho}^*} + \bar{\psi} \sum_{\theta=1}^T \bar{Q}(\theta), & \bar{F}_{T-1} \geq 0, \\ \bar{C}(0) e^{\bar{\rho}_0^*} + \bar{\psi} \sum_{\theta=1}^T \bar{Q}(\theta), & \bar{F}_{T-1} < 0. \end{cases} \quad (50)$$

Использование концепции баланса проекта для их классификации и отбора основано на следующих правилах для детерминированного случая, очевидно, применимых и к уравнению (38) — (39), представленному в виде математических ожиданий.

1. Если для всех $t = 0, 1, \dots, T-1$, $\bar{F}_t(0, 0) \leq 0$, то проект будет чисто инвестиционным и $\bar{F}(\hat{\rho}^*, \bar{\rho}_0^*)$ строго убывает.
2. Если для всех $t = 0, 1, \dots, T-1$, $\bar{F}_t(0, 0) \geq 0$, то проект — чисто финансовый и $\bar{F}(\hat{\rho}^*, \bar{\rho}_0^*)$ строго возрастает.
3. Если хотя бы для одного из $t = 0, 1, \dots, T-1$, $\bar{F}_t(0, 0) \neq 0$, то проект смешанный в положительной области $(\hat{\rho}^*, \bar{\rho}_0^*)$.
4. Если начальные вложения и сумма экономии за срок службы проекта имеют разные знаки, то уравнение (2) имеет единственное решение.
5. Для чистых проектов можно сформулировать правила, устанавливающие идентичность выбора между двумя проектами по критериям максимума внутренней нормы эффективности и максимума приведенной экономии и, следовательно, позволяющие обойтись без явного анализа нормы реинвестиций. Для их формулировки введем сокращенные обозначения

$$\bar{C}_{g,h}(0) + \sum_{t=1}^T \bar{Q}_{g,h}(t) e^{-\hat{\rho}^* t} \equiv \bar{g}(t), \bar{h}(t), \quad (51)$$

$$\left(\bar{C}_{g,h}(0) + \sum_{t=1}^T \bar{Q}_{g,h}(t) e^{-\bar{\rho}_0^* t} \right)^* \equiv \dot{\bar{g}}(t), \dot{\bar{h}}(t), \quad (52)$$

$$\int_0^{\bar{\rho}_0^*} [\bar{g}(t) - \bar{h}(t)] e^{-\bar{\rho}_0^* t} dt = 0. \quad (53)$$

$\bar{\rho}_0^*$ в (53) представляет собой так называемую норму эффективности Фишера.

В этих обозначениях правила выбора между двумя проектами можно сформулировать следующим образом.

а) Если выполняется одно из условий

$$\bar{g}(0) > \bar{h}(0), \hat{g} < \hat{h} \text{ для } 0 \leq \hat{\rho}^* \leq \bar{\rho}_{0, \min}^*, \bar{\rho}_{0g}^* > \bar{\rho}_{0h}^*, \quad (54)$$

$$\bar{g}(0) > \bar{h}(0), \hat{g} > \hat{h} \text{ для } 0 \leq \hat{\rho}^* \leq \bar{\rho}_{0, \min}^*, \quad (55)$$

то на интервале $(0, \bar{\rho}_{0, \min}^*)$ не существует пересечения величин приведенной экономии двух проектов, т. е. один проект явно предпочтительнее другого, так что выбор по критериям 1 и 2 эквивалентен, и использование критерия 2 не требует анализа нормы реинвестиций.

При соблюдении (54) или (55) правило выбора сводится к простой ранжировке проектов по убывающему максимуму внутренней нормы эффективности

$$\bar{\rho}_{0g, \max}^* > \bar{\rho}_{0h, \max}^* > \dots \quad (56)$$

до исчерпания образующих область выбора отраслевых или групповых лимитов.

б) Если выполняется условие

$$\bar{g}(0) > \bar{h}(0), \bar{\rho}_{0g}^* < \bar{\rho}_{0h}^*, \hat{g} < \hat{h}, \quad (57)$$

то существует единственное пересечение величин приведенной экономии двух проектов на интервале $(0, \bar{\rho}_{0, \min}^*)$, и решения по критериям 1 и 2 эквивалентны лишь в случае, если народнохозяйственная норма эффективности больше нормы эффективности Фишера

$$\hat{\rho}^* > \bar{\rho}_{0f}^*. \quad (58)$$

в) Во всех остальных случаях для чистых проектов существует множественность пересечений Фишера, и требуется прямое исследование уравнения (38) — (39) на единственность решения, которое, однако, не установит какой-либо связи с выбором по критерию 2.

6. Правило отбора для смешанных проектов с $C(0) < 0$ сводится к следующему:

а) производится оценка $\bar{\rho}_{0, \min}^*$, для которого впервые

$$\bar{F}_t(\bar{\rho}_{0, \min}^*) \leq 0, \quad t = 1, \dots, \bar{T} - 1; \quad (59)$$

б) вычисляется баланс проекта в последнем году срока его службы при норме эффективности $\bar{\rho}_{0, \min}^*$, т. е.

$$\bar{F}_{\bar{T}}(\bar{\rho}_{0, \min}^*), \quad (60)$$

и производится проверка (60) на неотрицательность;

в) если $\bar{F}_{\bar{T}}(\bar{\rho}_{0, \min}^*) > 0$, то вычисления ведутся, как и в случае чистого проекта, и правило отбора дается (56). Если же $\bar{F}_{\bar{T}}(\bar{\rho}_{0, \min}^*) < 0$, то решаются выраженные в математических ожиданиях уравнения (38), (40) и отбор снова производится по правилу (56).

Вся последовательность операций выглядит следующим образом:

Вычисляется $F_t(0, 0)$ при $\hat{\rho}^* = \text{const}$. Если $\bar{F}_t(0, 0) \leq 0, t = 0, \dots, \bar{T} - 1$, то проект чисто инвестиционный, $\bar{F}(\hat{\rho}^*, \bar{\rho}_{0, \min}^*) \equiv \bar{F}(\bar{\rho}_{0, \min}^*)$ строго убывает. Если $F_t(0, 0) \geq 0, t = 0, \dots, \bar{T} - 1$, то проект чисто финансовый, $\bar{F}(\hat{\rho}^*, \bar{\rho}_{0, \min}^*) \equiv \bar{F}(\hat{\rho}^*)$ строго возрастает. Если хотя бы для одного из $t = 0, \dots, \bar{T} - 1$ $F_t(0, 0) \neq 0$, то проект смешанный в положительной области $(\hat{\rho}^*, \bar{\rho}_{0, \min}^*)$.

В первых двух случаях вычисления продолжаются следующим образом:

1. Находится $\sum_{t=1}^{\bar{T}} \bar{Q}(t)$ и сравнивается с $\bar{C}(0)$: если $\bar{C}(0) < 0$, $\sum_{t=1}^{\bar{T}} \bar{Q}(t) > 0$

или $\bar{C}(0) > 0$, $\sum_{t=1}^{\bar{T}} \bar{Q}(t) < 0$, то существует единственное $\bar{\rho}_{0, \max}^* > 0$ для каждого варианта уравнения (10).

2. Решение уравнений (38) — (39) отдельно для проектов g и h и оценка ρ_{0g}^* , ρ_{0h}^* .

3. Выбор $\bar{\rho}_{\min}^* = \min(\bar{\rho}_{0g}^*, \bar{\rho}_{0h}^*)$.

4. Вычисление $\bar{C}_{g, h}(0) + \sum_{t=1}^{\bar{T}} \bar{Q}_{g, h}(t) e^{-\hat{\rho}^* t} \equiv \bar{g}(t), \bar{h}(t)$, $(\bar{C}_{g, h}(0) + \sum_{t=1}^{\bar{T}} \times \bar{Q}_{g, h}(t) e^{-\hat{\rho}^* t}) \equiv \dot{\bar{g}}(t), \dot{\bar{h}}(t)$.

5. Проверка условий

а) $\bar{g}(0) > \bar{h}(0)$, $\dot{\bar{g}} < \dot{\bar{h}}$ для $0 \leq \hat{\rho}^* \leq \bar{\rho}_{0, \min}^*$, $\bar{\rho}_{0g}^* > \bar{\rho}_{0h}^*$

или

б) $\bar{g}(0) > \bar{h}(0)$, $\dot{\bar{g}} > \dot{\bar{h}}$ для $0 \leq \hat{\rho}^* \leq \bar{\rho}_{0, \min}^*$

или

в) $\bar{g}(0) > \bar{h}(0)$, $\bar{\rho}_{0g}^* < \bar{\rho}_{0h}^*$, $\dot{\bar{g}} < \dot{\bar{h}}$.

6. Нахождение $\bar{\rho}_{0f}^*$ из $\int_0^{\bar{T}} [\bar{g}(t) - \bar{h}(t)] e^{-(\bar{\rho}_{0f}^* - \hat{\rho}^*)t} dt = 0$.

7. Проверка $\hat{\rho}^* > \bar{\rho}_{0f}^*$.

8. Если в пункте 6 выполнены условия а) или б), то выбор проекта производится по $\rho_{0, \max}$, если выполнено условие в), то выбор проекта производится по $\rho_{0, \max}$ при $\hat{\rho}^* > \bar{\rho}_{0f}^*$, и решения по критериям 1 и 2 идентичны.

В случае 3 пункта 1 вычисления состоят из шагов:

9. Оценка $\bar{\rho}_{0, \min}^*$, для которого впервые $\bar{F}_t(\bar{\rho}_0^*) \leq 0$, $t = 1, \dots, \bar{T} - 1$.

10. Вычисление $\bar{F}_{\bar{T}}(\bar{\rho}_{0, \min}^*)$ и проверка $F_{\bar{T}}(\bar{\rho}_{0, \min}^*) \geq 0$. Если это условие соблюдается, то повторяются пункты 1—9, если нет — решаются уравнения (38) — (40).

Так можно произвести отбор проектов капиталовложений по критерию 2 в условиях неопределенности и при наличии каскада лагов, но с выбором лишь единственного параметра — $\bar{\rho}_0^*$.

При наличии более широких элементов управления в процессе такого отбора, т. е. при оценке одновременно ρ_0^* , τ_1 в случае чистого проекта и ρ_0^* , τ_1 , S , T — в случае смешанного, в настоящее время возможна лишь формальная процедура исследования на единственность положительных корней и их фактической оценки в выраженных через средние системы (41) и (42), так как сейчас еще ничего нельзя сказать об экономической связи полученных таким образом решений с выбором по критерию (1).

С формальной точки зрения выраженные через средние (41) — (42) сводятся к системам соответственно из 3 и 4 трансцендентных уравнений

достаточно сложного вида. Так как уравнение (38) входит в них как составная часть, то в качестве начальных приближений можно взять экспертные оценки средних величин T , τ , P , $C(0)$ и найденное из (38) \bar{p}_0^* . После этого все положительные корни — если их больше одного — могут быть найдены методом наискорейшего спуска с дополнением его на стадии уточнения корней модифицированным методом Ньютона. Но так как при использовании средних (41) — (42) сводятся к детерминированному случаю, то можно полагать, что для чистого проекта решение будет единственным во всех тех же случаях, что и для уравнения (38) — (39). Для смешанного проекта спецификация (38), (40) и описанная выше схема решения гарантируют единственность решения либо переходом к оценке чистого проекта, либо прямым решением (38), (40). Выбрав то или другое в качестве начального приближения, можно также рассчитывать на получение единственного решения в детерминированном варианте (42).

После этого нахождение решения для (41) — (42) сводится к повторному решению нескольких систем трансцендентных уравнений, определяющих доверительный интервал точечного решения.

При наличии специализированной программы для ЭВМ решение систем (41) — (42) для каждой пары проектов с последующим подсчетом накопленной суммы капиталовложений можно было бы осуществлять достаточно быстро.

Если решение систем (41) или (42) затруднительно, но заранее известно, что проект принадлежит к классу простых или, по крайней мере, с помощью наличных данных не может быть описан иначе, то возможно применение упрощенного метода для оценки сравнительной эффективности сложных комплексных сооружений и очередности развития отраслей в пределах этого комплекса. В упрощенной форме он был изложен в [41], приложение II. Результаты примера сейчас уточнены, но за недостатком места не излагаются.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Л. Лурье. О математических методах решения задач на оптимум при планировании социалистического хозяйства, М., «Наука», 1964.
2. В. В. Новожилов. Проблемы измерения затрат и результатов при оптимальном планировании, М., «Экономика», 1967.
3. Госплан СССР, Академия наук СССР. Типовая методика определения экономической эффективности капиталовложений и новой техники, М., 1962.
4. Вопросы экономической эффективности капиталовложений. Под общ. ред. Т. С. Хачатурова, М., Изд-во иностр. литер., 1962.
5. F. Lutz, V. Lutz. The Theory of the Investment of the Firm, Princeton, 1951.
6. G. Hosmalin. Investissements, Rentabilité et Progrès Technique, Paris, 1956.
7. E. Schneider. Wirtschaftlichkeitsrechnung. Tübingen, 1951.
8. E. Solomon. The Theory of Financial Management. N. Y., Colum. Univ. Press, 1963.
9. A. Merret, A. Sykes. The Finance and Analysis of Capital Projects. Lond., Longmans, 1963.
10. M. Gordon. The Investment, Financing and Valuation of the Corporation. Homewood, Irwin, 1962.
11. A. Mass. Benefit-Cost Analysis: Its Relevance to Public Investment Decisions. Quart. J. of Econ., 1966, v. 80, N 2.
12. A. Prest, R. Turvey. Cost-Benefit Analysis: A Survey. Econ. J., 1965, v. 75, N 300.
13. Отраслевые экономико-математические модели. Анализ производственных процессов. М., «Прогресс», 1967.
14. R. Frisch. Numerical Determination of a Quadratic Preference Function for Use in Macroeconomic Programming. Memorandum fra Sosialokonomisk Institutt Universitetet i Oslo, 14.2.1957.
15. R. Frisch. Practical Rules for Interview Determination of One-Sided and Two-Sided Preference Coefficients in Macroeconomic Decision Problem. Memorandum from Institute of Economics University of Oslo, 25.6.1959.
16. R. Frisch. The Smoothing of Interference Table. Memorandum from Institute of Economics University of Oslo, 18.12.1961.

17. R. Frisch. A Survey of Types of Economic Forecasting and Programming and a Brief Description of the Oslo Channel Model. Memorandum from Institute of Economic University of Oslo, 13.5.1961.
18. H. Theil. On the Symmetry Approach to the Committee Decision Problem. *Man. Sci.*, 1963, v. 9, N 3.
19. R. Radner. Mathematical Specification of Goals for Decision Problems. *Human Judgement and Optimality*, N. Y., Ed. M. Shelly II, G. Bryan, 1964.
20. F. Hansmann. Operation Research in National Planning of Underdeveloped Countries. *Oper. Res.*, 1961, v. 9, N 2.
21. R. Frisch. A Powerful Method of Approximation in Optimum Investment Computations of the Normal Type. Memorandum from Institute of Economics University of Oslo, 1.7.1959.
22. H. Chenery. The Interdependence of Investment Decisions. The Allocation of Economic Resources, Essays in Honour of B. Haley, Stanford, 1959.
23. H. Chenery, S. Kretschmer. Resource Allocation for Economic Development. *Econometrica*, 1956, v. 24, N 4.
24. H. Chenery. The Use of Interindustry Analysis in Development Programming. The Structural Interdependence and Economic Development, London, 1963.
25. E. Neuberger. The Theory of Interest in Centrally Planned Economy. *Econ. Internat.*, 1961, v. 14, N 4.
26. M. Feldstein. The Social Time Preference Discount Rate in Cost — Benefit Analysis. *Econ. J.*, 1964, v. 74, N 294.
27. M. Feldstein. The Derivation of Social Time Preference Rate. *Kyklos*, 1965, v. 18, N 2.
28. S. Marglin. The Social Rate of Discount and Optimal Rate of Investment. *Quart. J. of Econ.*, 1963, v. 77, N 1.
29. O. Ecstein. Investment Criteria for Economic Development and the Theory of Intertemporal Welfare Economics. *Quart. J. of Ec.*, 1957, v. 71, N 1.
30. J. Galbraith. The New Industrial State. N. Y., 1966.
31. R. Turvey. Present Value Against Internal Rate of Return, *Econ. J.*, 1963, v. 73, N 289.
32. D. Teichroew, A. Robichek, M. Montalbano. An Analysis of Criteria for Investment and Financing Decisions Under Certainty. *Man. Sci.*, 1965, v. 12, N 3.
33. D. Teichroew, A. Robichek, M. Montalbano. Mathematical Analysis of Rates of Return Under Certainty. *Man. Sci.*, 1965, v. 11, N 3.
34. A. Duiguid, J. Laski. The Final Attractiveness of a Project: A Method of Assessing It. *Oper. Res. Quart.*, 1964, v. 15, N 4.
35. J. Mao. The Internal Rate of Return as a Ranking Criterion, *The Engineering Economist*, 1966, v. 11, N 4.
36. J. Mao, D. Knoll. Analysis of Investment Returns by Computer. *The Engin. Econ.*, 1967, v. 12, N 4.
37. A. Williams, J. Nassar. Financial Measurement of Capital Investment. *Man. Sci.*, 1966, v. 12, N 11.
38. F. Wright. Investment Criteria and the Cost of Capital. *The Jour. of Man. Studies*, 1967, v. 4, N 3.
39. J. Lorie, L. Savage. Three Problems in Capital Rationing. The Management of Corporate Capital, Chicago, Ed. E. Solomon, 1959.
40. S. Marglin. Approaches to Dynamic Investment Planning, Amsterdam, N.—Hol. Publ. Co, 1967.
41. Б. Н. Михалевский. Две задачи оценки эффективности капиталовложений в отрасль. В сб. *Применение математики в экономических исследованиях и планировании*, т. III, М., «Мысль», 1965.
42. Г. В. Ачелашвили. Оценка проектов капиталовложений по критерию максимума нормы эффективности в условиях неполной информации. *Экономика и матем. методы*, 1965, т. I, вып. 4.
43. G. Thompson. Optimal Maintenance Policy and Sale Date of a Machine, *Man. Sci.*, 1968, v. 14, N 9.
44. H. Bierman. The Growth Period Decision. *Man. Sci.*, 1968, v. 14, N 2, Application Series.
45. G. Fleischer, A. Reisman. Investment Decisions Under Conditions of Inflation. *Intern. J. Product. Res.*, 1967, v. 6, N 2.
46. G. Preinreich. The Economic Life of Industrial Equipment. *Econom.*, 1940, v. 8, N 1.
47. C. Blyth. The Theory of Capital and Its Time Measures. *Econom.*, 1956, v. 24, N 4.
48. R. Blitz. Capital Longevity and Economic Development, *Amer. Ec. Rev.*, 1958, v. 39, N 2.
49. V. Smith. Investment and Production. N. Y., 1961.

50. W. Thompson Jr. Some Mathematical Models for Evaluating Investment Strategies. *The J. of Ind. Engin.*, 1966, v. 17, N 2.
51. R. Grubbstrom. On the Application of the Laplace Transform to Certain Economic Problems. *Man. Sci.*, 1967, v. 13, N 7.
52. A. Manner. Capacity Expansion and Probabilistic Growth. *Econom.*, 1961, v. 29, N 4.
53. S. Jutila. A Note on the Evaluation of the Marginal Efficiency of Capital. *Econom.*, 1962, v. 30, N 2.
54. L. Savage. *The Foundations of Statistics*. N. Y., 1954.
55. L. Savage. *The Foundations of Statistical Inference*. N. Y., Wiley, 1962.
56. R. Radner. *Mathematical Specification of Goals for Decision Problems. Human Judgements and Optimality*. N. Y., Ed. M. Shelly 11, G. Bryan, Wiley, 1964.
57. R. Adelson. Criteria for Capital Investment: An Approach through Decision Theory. *Oper. Res. Quart.*, 1965, v. 16, N 1.
58. J. English. Economic Comparison of Projects Incorporating Utility Criterion and the Rate of Return. *The Eng. Econ.*, 1965, v. 10, N 2.
59. J. English. The Rate of Return and the Assessment of Risk. *The Eng. Econ.*, 1966, v. 11, N 3.
60. P. Masse. *Le Choix des Investissements*. Paris, Dunod, 1966.
61. F. Hillier. The Derivation of Probabilistic Information for the Evaluation of Risky Investments. *Man. Sci.*, 1963, v. 9.
62. B. Wagle. A Statistical Analysis of Risk in Capital Investment Projects. *Oper. Res. Quart.*, 1967, v. 18, N 1.
63. K. Starr. A Discussion of Some Normative Criteria for Decision — Making Under Uncertainty. *Ind. Manag. Rev.*, 1966, v. 8, N 1.
64. S. Kaplan, N. Barish. *Decision-Making Allowing for Uncertainty of Future Investment Opportunities*. *Man. Sci.*, 1967, v. 13, N 10.
65. H. Markowitz. *Portfolio Selection*. N. Y., Wiley, 1959.
66. J. Canada, H. Wadsworth. The Effect of Project Life Dispersion on Key Interest Factors for Economic Analysis of Capital Investment. *Engin. Econ.*, 1966, v. 11, N 4.

Поступила в редакцию
7 III 1969