

ПРИМЕНЕНИЕ ГРАДИЕНТНОГО МЕТОДА ПРИ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ СЛОЖНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ УСТАНОВОК (НА ПРИМЕРЕ ТЕПЛОСИЛОВОЙ УСТАНОВКИ)

Л. С. ПОПЫРИН, С. М. КАПЛУН, С. В. АВРУТИК

(Пржуктск)

При проектировании современных технологических установок возникают задачи их оптимизации, так как всегда имеется возможность применения нескольких технически допустимых решений. Эти задачи подразделяются на группы, связанные с выбором типа и производительности установок как элементов более общей отраслевой или межотраслевой народнохозяйственной системы [1, 2], с обеспечением оптимального управления сложными объектами [3], а также с выбором оптимальных параметров разрабатываемых установок.

В статье изложены постановка, алгоритм и результаты решения задачи выбора параметров сложной технологической установки применительно к теплосиловой установке. Рассматриваемый метод полностью применим к оптимизации параметров обычных тепловых и атомных электростанций, транспортных теплосиловых установок различных типов, котельных, опреснительных установок и т. п. Кроме того, он в значительной мере применим для решения задачи оптимизации параметров технологических установок нефтеперерабатывающей, химической промышленности и т. д.

Современная теплосиловая установка представляет собой единый технический комплекс разнородных узлов оборудования со сложной схемой технологических внешних и внутренних связей. В таком многоузловом комплексе одновременно осуществляются непрерывные взаимосвязанные процессы преобразования, передачи и перераспределения энергии, изменения состояния и расхода энергоносителей реального термодинамического цикла.

Ставится задача определения оптимальных термодинамических и расходных параметров $Z = z_1, z_2, \dots, z_v$ различных разрабатываемых на перспективу теплосиловых установок. От указанных параметров совокупности Z зависит величина расчетных затрат по установке Z , связанных с ее разработкой, сооружением и эксплуатацией в течение рассматриваемого периода. Минимум расчетных затрат принят в качестве критерия оптимальности параметров Z при равных условиях длительной надежности и неизменном энергетическом эффекте применения установки в энергосистеме. Заметим, что в качестве критерия оптимальности (целевой функции) может быть принят любой другой технико-экономический показатель, поскольку это не меняет структуру математической модели, описывающей технологическую установку и ее внешние связи.

Математическая формулировка задачи оптимизации параметров совокупности Z сводится к минимизации нелинейной функции

$$Z = Z(z_1, z_2, \dots, z_v) \quad (1)$$

при наличии нелинейных ограничивающих условий в виде:

а) системы уравнений термодинамических процессов, энергетического, материального и гидравлического (аэродинамического) узловых балансов

$$\Phi_i(Z) = 0, \quad i = 1, \dots, n; \quad (2)$$

б) двухсторонних неравенств — технических ограничений

$$f_p \min \leq f_p(Z) \leq f_p \max, \quad p = 1, \dots, a; \quad (3)$$

в) непосредственных технических ограничений на параметры

$$z_q \min \leq z_q \leq z_q \max, \quad q = 1, \dots, v. \quad (4)$$

Особенностью условий задачи для теплоэнергетических и других технологических установок является наличие «цепочек» связей между балансовыми уравнениями (2). Это позволяет представить полную систему n уравнений (2) в виде строгой последовательности подсистем, в которых возможен прямой расчет. При этом достаточно удовлетворять ограничения вида (4) для определяющих входных и выходных параметров подсистем (обозначим их через независимый вектор X), чтобы все зависимые параметры внутри них (вектор Y размерности n) отвечали поставленному условию. Отсюда $Z = (X, Y)$, и из условий (4) можно оставить лишь ограничения на X

$$x_j \min \leq x_j \leq x_j \max, \quad j = 1, \dots, s; \quad s = v - n. \quad (4')$$

Следующей особенностью технологических установок является наличие таких технических ограничений на нелинейные характеристики $F(X, Y)$ вида (3), от которых функция Z явно не зависит. Кроме того, совокупность независимых параметров естественно подразделяется на группы термодинамических параметров связей и конструктивных параметров узлов, из которых первые наиболее сильно связаны с минимизируемой функцией Z , а вторые с отдельными ограничивающими функциями из совокупности F .

Для рассматриваемого класса задач вид аналитических зависимостей $Z(X, Y)$ и $f_p(X, Y)$, $p = 1, \dots, a$, достаточно сложен и для вычисления их значений требуется много машинного времени. Поэтому приходится прибегать к аппроксимации таких функций или их составляющих полиномами, вычислить которые на ЭВМ значительно проще.

Результаты расчетного анализа теплосиловых установок различных типов показывают, что в области каждого независимого параметра x_j , $j = 1, \dots, s$, целевая функция суммарных расчетных затрат $Z(x_j)$ выпукла, а нелинейные функции $f_p(x_j)$, $p = 1, \dots, a$, монотонно убывают либо монотонно возрастают.

Таким образом, задача сводится к нахождению

$$\min \{Z(X, Y)\} \quad (1')$$

при нелинейных условиях (2), (3) и ограничениях на параметры (4'). Причем в соответствии с изложенным выше оптимизация происходит непосредственно по вектору X , а оптимальный вектор Y определяется за счет оптимизации независимых параметров в результате расчета системы n нелинейных алгебраических уравнений (2).

Для решения системы (2) высокого порядка ($n = 120-140$), благодаря отмеченной выше естественной делимости ее на цепочки узловых подсистем уравнений, наиболее эффективным оказался итеративный метод Зейделя, обеспечивающий для систем такого вида быструю сходимость, компактность и простоту алгоритма.

При решении задачи оптимизации (1'), (2), (3), (4') применен градиентный метод. В значительной мере использована модификация метода, предложенная в [4] для оптимизации режимов электроэнергетических систем. Вместе с тем отмеченные выше особенности рассматриваемого здесь объекта потребовали разработки специального алгоритма нелинейного математического программирования и проведения дополнительных расчетных исследований по обоснованию его эффективности. Ниже излагаются основные этапы алгоритма.

Выбираемый первоначально исходный вектор X^{00} не всегда можно построить допустимым, т. е. удовлетворяющим всем ограничениям задачи. В этом случае, прежде чем начинать процесс оптимизации, необходимо ввести точку X^{00} в допустимую область. Это осуществляется с помощью итеративного метода Ньютона [4]. Особенностью решения этой подзадачи для технологических установок является выполнение условия $\Delta f_p > 0$, $p = 1, \dots, a$, или условия $\Delta f_p = 0$.

Согласно градиентному методу вектор наилучшего допустимого изменения независимых параметров dX_d на каждом i -м шаге очередного направления $(-\partial Z / \partial X^{00})$ определяется покомпонентно

$$dx_{jd}^i = - \frac{\partial Z}{\partial x_j^{00}} dt_d^i, \quad j = 1, \dots, s, \quad (5)$$

где

$$dt_d^i = dt^i k_x^i k_f^i. \quad (6)$$

Здесь dt — начальный («пробный») шаг dt^0 , $i = 0$, либо наилучший конечный шаг dt_n , вычисляемый по формуле Ньютона [4]; k_x и k_f — коэффициенты учета ограничений параметров x_j и функций f_p , $p = 1, \dots, a$. Значение коэффициента k_f определяем как наименьшую из дискретного ряда величин

$$k_f^i = \min \left\{ 1, \left| \frac{\Delta f_p^i}{\frac{\partial f_p^T}{\partial x^{i-1}} \frac{\partial Z}{\partial X^{00}} dt^i k_x^i} \right|, \quad p = 1, \dots, a \right\}, \quad (7)$$

$$\Delta f_p = \begin{cases} f_{p \max} - f_p & \text{если } \frac{\partial f_p^T}{\partial X^{i-1}} \frac{\partial Z}{\partial X^{00}} < 0, \\ f_p - f_{p \min}, & \frac{\partial f_p^T}{\partial X^{i-1}} \frac{\partial Z}{\partial X^{00}} > 0, \end{cases} \quad p = 1, \dots, a. \quad (8)$$

Здесь Δf_p — допустимые изменения функций f_p , $p = 1, \dots, a$, до границ, находящихся в направлении спуска; $\partial f_p^T / \partial X$ — p -я строка матрицы частных производных, вычисленной на $(i-1)$ -м шаге спуска [2, 5]; T — знак транспонирования.

Величина k_x определяется аналогично.

При расчете допустимого шага (5—8) удастся избежать нарушения граничных условий (3), (4'). Расчеты подтвердили, что это достаточно важно для рассматриваемой здесь невыпуклой задачи, так как благодаря этому обеспечивается быстрая сходимость процесса спуска к локальному минимуму.

При достижении границы (или нескольких границ) значения соответствующих независимых параметров x_j и ограничивающих функций f_p (назовем последние в таком случае существенными) фиксируются на своих предельных значениях. Движение по нелинейным границам происходит с помощью частичной замены базиса. Существенные функции (обозначим их через f_p^0 , $p = 1, \dots, r$) рассматриваются уже как независимые пара-

метры. Вместо них в вектор зависимых параметров вводится часть «бывших» независимых параметров. Обозначим их через $X' = x_1', x_2', \dots, x_r'$ в отличие от $X^0 = x_1^0, x_2^0, \dots, x_{s-r}^0$. Таким образом, вектор независимых параметров будет иметь следующую структуру

$$X = x_1^0, x_2^0, \dots, x_{s-r}^0, f_1^0, f_2^0, \dots, f_r^0. \quad (9)$$

Алгоритм для решения данной задачи в значительной степени использует ее априорные характеристики. Это, например, играет немалую роль при выборе из вектора независимых параметров X вектора X' , корректируемого согласно условию движения по границам F^0 . Состав вектора X' выбирается в соответствии с отмеченной выше особенностью — наиболее сильной взаимосвязью конструктивных параметров с отдельными ограничивающими функциями f_p .

Изменение вектора X' определяется из условий

$$F^0(X^0, X') = \text{const} \quad (10)$$

и

$$X' = X'(F^0, X^0). \quad (11)$$

Дифференцируя (10) и (11), получим

$$\frac{\partial X'}{\partial(X^0, F^0)} = - \left(\frac{\partial F^0}{\partial X'} \right)^{-1} \frac{\partial F^0}{\partial(X^0, F^0)}, \quad (12)$$

$$dX' = - \left[\left(\frac{\partial F^0}{\partial X'} \right)^{-1} \frac{\partial F^0}{\partial(X^0, F^0)} \right] d(X^0, F^0). \quad (13)$$

Зависимость (13) должна учитываться при нахождении допустимого шага с помощью коэффициента $k_{x'}$, определяемого аналогично (7) и (8).

Для случая движения по нелинейным границам минимизируемая функция имеет зависимость от параметров вида

$$Z = Z\{(X^0, F^0), X'(X^0, F^0)\}. \quad (14)$$

Возьмем от нее частную производную по независимым параметрам

$$\frac{\partial Z}{\partial(X^0, F^0)} = \left(\frac{\partial Z}{\partial(X^0, F^0)} \right) + \left[\left(\frac{\partial Z}{\partial X'} \right)^T \frac{\partial X'}{\partial(X^0, F^0)} \right]^T. \quad (15)$$

Подставляя (12) в (15), получим формулу направления движения при спуске с учетом границ

$$\frac{\partial Z}{\partial(X^0, F^0)} = \left(\frac{\partial Z}{\partial(X^0, F^0)} \right) - \left[\left(\frac{\partial F^0}{\partial X'} \right)^{-1} \frac{\partial F^0}{\partial(X^0, F^0)} \right]^T \frac{\partial Z}{\partial X'} \quad (16)$$

где

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial(X^0, F^0)} \right) = \left\{ \frac{\partial Z}{\partial x_1^0}, \dots, \frac{\partial Z}{\partial x_{s-r}^0}, \frac{\partial Z}{\partial f_1^0}, \dots, \frac{\partial Z}{\partial f_r^0} \right\}^T, \quad (17)$$

причем $\partial Z / \partial f_p^0 = 0$, $p = 1, \dots, a$, а вектор $\partial Z / \partial X'$ определяется с учетом (13).

Критерием окончания локального спуска (т. е. оптимальности вектора X^{i-1}) является выполнение условий

$$\left| \frac{\partial Z}{\partial X^{i-1}} \right| \leq \varepsilon_1, \quad \left| \frac{\partial f_p^0}{\partial X^{i-1}} \frac{\partial Z}{\partial X^{i-1}} \right| \leq \varepsilon_2, \quad |Z^i - Z^{i-1}| \leq \varepsilon_3, \quad (18)$$

где $\varepsilon_1 > 0$, $\varepsilon_2 > 0$, $\varepsilon_3 > 0$ — достаточно малые величины.

Следует отметить, что если при наличии единственности решения в [4] процесс спуска на этом заканчивается, то в данной задаче необходимо провести также дополнительные исследования, которые позволят с достаточной степенью вероятности судить о нахождении действительного минимума. Для этого требуется опробовать некоторое множество исходных вариантов (точек) и либо получить сходимость их с удовлетворяющей точностью к одному решению, либо выбрать из всех полученных локальных решений наилучшее, которое и будет принято в данном случае за оптимальное.

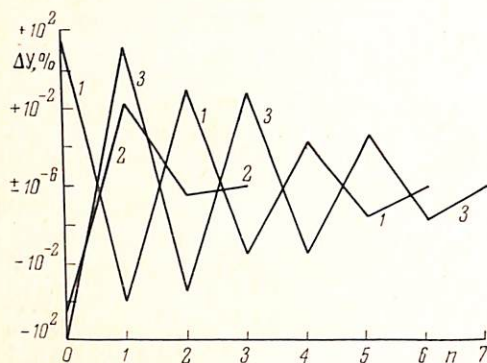


Рис. 1. Изменение точности расчета зависимых параметров установки Y от числа итераций n и точности исходного задания. Погрешность задания исходной точки: 1) $+10\%$; 2) -5% ; 3) -50%

Разработанный алгоритм составляет около 800 слов на ЭВМ типа БЭСМ-2М. Программа позволяет решать задачи при наличии 100—140 уравнений и до 25 двухсторонних нелинейных неравенств; число всех параметров, т. е. зависимых и независимых, более 300. Из 120—200 независимых параметров 50—60 составляют термодинамические и расходные параметры, остальные являются конструктивными параметрами узлов оборудования.

Реализация алгоритма проведена применительно к задаче оптимизации термодинамических, расходных и конструктивных параметров тепло-

вой электростанции с паротурбинными блоками мощностью 800 тыс. кВт, имеющими весьма сложные схемы технологических связей между отдельными узлами и элементами оборудования.

Математическая модель такой установки занимает около 15 тыс. ячеек внутренней и внешней памяти ЭВМ [2]. Время счета задачи при совместной оптимизации 20 термодинамических параметров находится в интервале 2—3 час. машинного времени для случайно взятого исходного варианта и 0,5—1,0 часа при обоснованно выбранном исходном варианте, что практически всегда осуществимо на основании априорных инженерных и технико-экономических соображений.

В ходе решения указанной задачи исследовалась сходимость итеративного расчета системы уравнений (2) и описанного выше процесса спуска. Анализ результатов подтвердил важность выбора исходных значений параметров как для ускорения итеративного расчета системы уравнений (2), так и для уменьшения времени спуска. В первом случае существенный выигрыш также дает использование расчетов, полученных на предыдущем шаге, а во втором — использование результатов предшествующего оптимизационного счета.

Некоторые результаты расчетов на ЭВМ типа БЭСМ-2М, подтверждающие общую эффективность принятого алгоритма, представлены на рис. 1—6.

На рис. 1 показаны зависимости относительных отклонений значений нескольких параметров от точности исходного приближения и от числа итераций в процессе расчета системы уравнений (2). Из рисунка видно, что при таком инженерном задании первоначальных приближений достаточно высокая точность расчета ($0,1$ — $0,01\%$) обеспечивается уже на 2—3 итерации. В связи с этим отпадает необходимость в строгом согласовании задания первоначальных приближений значений параметров. Зави-

симость числа итераций от требуемой точности оказалась близкой к логарифмической с основанием 10. Время одной итерации составляет 8—15 сек., в зависимости от вида тепловой схемы. Причем большая часть времени расходуется на расчет уравнений состояния энергоносителей.

Представление о характере зависимостей минимизируемой функции затрат и ограничивающих функций от параметров установки в технически допустимой области их значений дает рис. 2. Как видно, при заданной

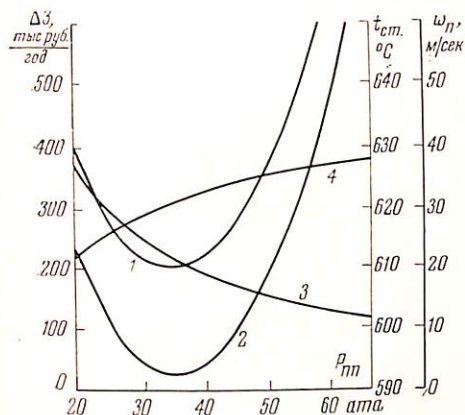


Рис. 2

Рис. 2. Зависимости изменения расчетных затрат ΔZ по паротурбинному блоку, температуры металлической стенки $t_{ст}$ и скорости пара w_p в промежуточном пароперегревателе от давления промежуточного перегрева пара $p_{пп}$: 1 — ΔZ при температуре промежуточного перегрева пара 540°C ; 2 — то же при 560°C ; 3 — w_p ; 4 — $t_{ст}$

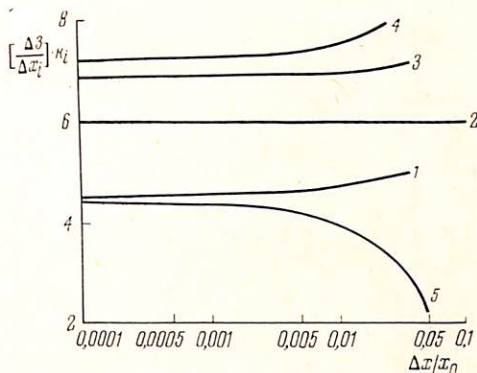


Рис. 3

Рис. 3. Влияние величины шага численного дифференцирования по различным параметрам паротурбинного блока на значения частных производных: 1 — по начальному давлению пара; 2 — по температуре питательной воды; 3 — по давлению промежуточного перегрева; 4 и 5 — по давлению третьего и пятого отборов пара на регенерацию соответственно. (Абсолютные величины частных производных затрат от параметров масштабированы «уравнивающими» коэффициентами k_i , кратными 10)

схеме, типе конструкции и материалах технологической установки эти зависимости, как правило, непрерывны. В нашем случае зависимости затрат от каждого из параметров выпуклы вниз, а ограничивающая скорость пара и температура металла соответственно монотонно убывает и монотонно возрастает.

На рис. 3 показаны зависимости масштабированных величин частных производных от затрат по различным параметрам установки при разном относительном шаге численного дифференцирования $\Delta x / x_0$. Как видно из рисунка, дифференцирование с использованием первых разностей дает вполне удовлетворительные результаты в диапазоне относительных шагов 0,001—0,005.

На рис. 4 и 5 показаны процессы спуска для двух случаев, различающихся выбором исходных точек. В первом случае (ему на рис. 4 соответствует ломаная линия $ABGO$, а на рис. 5 — ABO) исходная точка была взята совершенно произвольно. Во втором случае ее выбрали на основе имеющегося инженерного опыта (процесс спуска изображен на рис. 4 ломаной линией DKO , а на рис. 5 — DP). Результаты оптимизации показали, что спуск для обоих случаев закончился в одной оптимальной зоне, т. е. практически с приемлемой точностью ε получена одна и та же оптимальная точка. Аналогичные дополнительно проведенные исследования под-

твердили тот факт, что для паротурбинных блоков данная невыпуклая задача имеет в действительности единственное решение.

Влияние нелинейных функций ограничения вида (3) на сходимость процесса и итоговые значения минимизируемой функции хорошо видно на рис. 4 и 5. Здесь для построения ломаной линии BC после семи проделанных шагов ограничения на функции F были искусственно сняты. В результате значение функции Z еще более снизилось. Однако такое решение оказалось уже технически недопустимым.

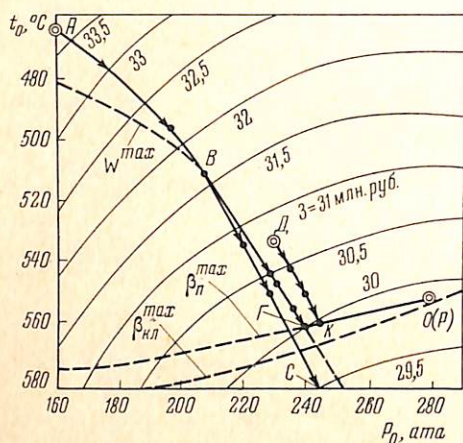


Рис. 4

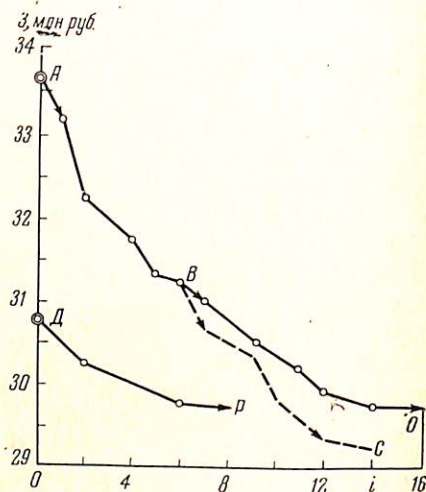


Рис. 5

Рис. 4. Процесс оптимизации параметров в плоскости (p_0 , t_0 — начальное давление и температура пара) с учетом ограничений (линии $ABGO$, DKO) и без учета ограничений по скорости пара $w^{\max}$, по толщине стенки паропроводов $\beta_n^{\max}$ и пароперегревателя $\beta_{kl}^{\max}$ (линия BC)

Рис. 5. Пошаговое уменьшение расчетных затрат для двух исходных точек спуска (A и D) с учетом ограничений (линии ABO , DP) и без учета нелинейных ограничений (линия BC)

Значительное влияние на скорость процесса оптимизации оказывает выбор величины пробного шага на каждом новом направлении спуска. В качестве примера на рис. 6 показаны два случая оптимизации параметров паротурбинного блока мощностью 800 Мвт: при больших начальных шагах спуска (ломаная линия a , $dt^0 = 0,5$) и при достаточно малых начальных шагах (ломаная b , $dt^0 = 0,01$). Завышенный начальный шаг не оправдывается по следующим причинам: он может оказаться больше наилучшего шага dt_n на заданном направлении; вектор допустимого направления $\partial Z / \partial X^0$ уже не будет максимально отвечать текущему вектору $\partial Z / \partial X^i$, вычисленному в точке X^i , полученной с помощью dt^0 , отсюда последующий шаг dt_n выбирается не эффективным (ломаная a , шаги 3—4 и 5—6). В результате возможно даже повышение расчетных затрат. Наоборот, при достаточно малом начальном шаге следующий шаг dt_n выбирается наиболее оптимальным на заданном направлении, благодаря чему обеспечивается достаточно быстрая сходимость к минимуму при движении по нелинейным границам (ломаная b).

Одним из важных приемов, ускоряющих оптимизацию, является масштабирование (нормализация) производных $\partial Z / \partial x_j$ от целевой функции по оптимизируемым параметрам. Выбор параметров, применительно к которым осуществляется процедура нормализации, зависит от влияния последних на функцию цели Z . Если наблюдается сильно выраженная вы-

пуклость функции Z от какого-то параметра x_j , имеющего малый диапазон изменения, то слишком быстрый спуск вдоль градиентного направления приводит к частой фиксации параметра x_j на его граничных значениях. Это значительно усложняет процесс оптимизации по данному параметру x_j и по остальным параметрам в целом. Поэтому необходимо ввести масштабирование таким образом, чтобы уменьшить величину производ-

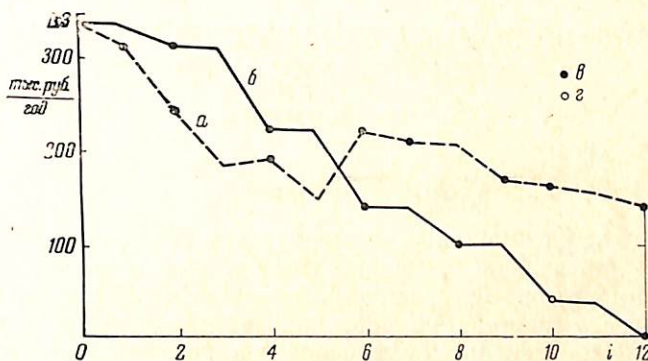


Рис. 6. Процесс минимизации функции затрат с учетом ограничений при большом (а) и малом (б) начальном шаге: i — номер шага; а — смена направления спуска при достижении границы; б — то же при исчерпании возможностей спуска по данному направлению

ной $\partial Z / \partial x_j$, т. е. искусственно замедлить сам процесс изменения значений данного параметра. Если же, наоборот, по параметру x_j имеет место слабая выпуклость функции Z , то желательно увеличить значение градиента $\partial Z / \partial x_j$.

В процессе решения задачи применяются также специальные приемы ускорения спуска, основанные на градации переменных на основные и второстепенные. Это в основном бывает при формировании векторов X , Y и X' .

В заключение следует отметить, что изложенный в статье алгоритм может быть использован для решения многих важных практических задач оптимизации сложных технологических установок, относящихся к достаточно широкому классу задач нелинейного математического программирования.

Результаты расчетов на ЭВМ подтверждают эффективность разработанной методики комплексной оптимизации параметров установки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. П. Федоренко. О разработке научных методов управления народным хозяйством. Экономика и матем. методы, 1965, т. 1, вып. 3.
2. Применение математического моделирования при выборе параметров теплоэнергетических установок. М., «Наука», 1966.
3. Г. Я. Фридман. Динамическая модель оперативного управления производством. Экономика и матем. методы, 1966, т. II, вып. 1.
4. Л. А. Крумм. Градиентный метод оптимизации режима объединенных энергосистем. Электричество, 1963, № 5.
5. Л. С. Попырин, С. М. Каплун, Д. А. Дирба. Алгоритм оптимизации параметров теплоэнергетических установок. Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1965, № 3.

Поступила в редакцию
25 IV 1968