

О СОСТАВЛЕНИИ ОПТИМАЛЬНОГО ГРАФИКА ВОДОИСПОЛЬЗОВАНИЯ

В. С. ЧЕРНЯВСКИЙ

(Усть-Каменогорск)

В данной статье рассматривается пример использования линейного программирования для выбора рациональных поливных режимов в системе орошаемого земледелия. Как известно, в основе полеводства лежит севооборотный способ выращивания сельскохозяйственных культур. С точки зрения агробиологической науки севооборот характеризуется несколькими условиями, из которых здесь важно учесть лишь одно. А именно, чередование различных культур проводится таким образом, что ежегодный состав их остается постоянным, т. е.

$$\gamma_i = \text{const} \left(\sum_{i=1}^m \gamma_i = 1 \right),$$

где γ_i — доля i -й сельскохозяйственной культуры в севообороте. Выбор поливного режима, следуя известным методикам (например, [1]), начинается с определения поливных норм для каждой отдельной культуры.

Учитывая специфику климатической зоны, характера почв и свойства растений, устанавливается i -й график удельных (на 1 га) расходов на весь период вегетации (рис. 1).

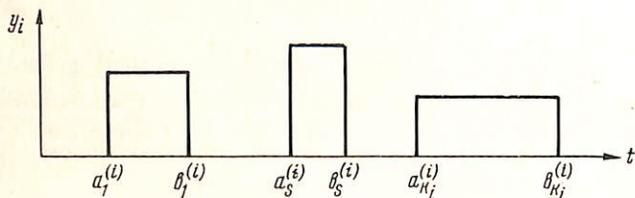


Рис. 1

По оси ординат откладывается величина расхода воды y_i ($\text{м}^3/\text{сек} \cdot \text{га}$) для i -й культуры, по оси абсцисс — время t (сек). $a_s^{(i)}$ — начало и $b_s^{(i)}$ — конец s -го полива. Площадь прямоугольника ($a_s^{(i)}, b_s^{(i)}$) численно равна общему объему воды за s -й полив 1 га i -й культуры.

В производственной практике величина y_i носит название гидромодуля для i -й культуры. Из графика видим, что режим орошения представлен системой отдельных поливов. Кроме нахождения указанных графиков, устанавливаются для всех

$$a_s^{(i)} \text{ и } b_s^{(i)}, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad s = 1, \dots, k_s,$$

интервалы допустимого сдвига $a_s^{(i)} \pm \Delta a_s^{(i)}$ и $b_s^{(i)} \pm \Delta b_s^{(i)}$ начала и конца

полива. Нежесткость границ полива объясняется способностью растений переносить некоторый недостаток влаги в почве без резкого снижения урожайности.

Переходя к условному гектару севооборотной площади, определим удельный (на 1 га) расход воды на весь период вегетации как средневзвешенное по удельным расходам для каждой культуры. Графически этому будет соответствовать суммирование i -х графиков, взятых с весами для ординат, пропорционально составу культур в севообороте. Если множество поливов для i -й культуры обозначить через ε_i , а поливную норму через σ_{is} (s — номер полива на оси t), то суммирование i -х графиков сводится к объединению всех множеств ε_i , $i = 1, 2, \dots, m$, в новое множество U с элементами $c_j = \gamma_i \sigma_{is}$, $s = 1, 2, \dots, k_s$, где j — порядковый номер полива из множества U , установленный в зависимости от величины t и принимающий значения от 1 до $k_1 + k_2 + \dots + k_m$. Полученное распределение воды во времени для севооборота, отвечающее всем агробиологическим свойствам сельскохозяйственных культур, не учитывает других условий. Например, условий, связанных с режимом работы оросительной системы или с характером гидрографа * речного стока. Возникает задача: имея возможность сдвига точек начала и конца поливов внутри допустимых интервалов, выбрать такой севооборотный гидромодуль, в котором бы максимально учитывались дополнительные условия. Примеры их приведены ниже).

Полученный таким образом график севооборотного гидромодуля назовем *укомплектованным*.

Рассмотрим подробнее два случая, встречающихся в полеводческой практике, когда требуется укомплектовать график гидромодуля.

1. Оптимальный режим работы оросительной системы характеризуется равномерностью пропуска воды в течение всего вегетационного периода.

Для этой цели укомплектование следует производить таким образом, чтобы ордината севооборотного гидромодуля менее всего уклонялась от некоторой постоянной величины за весь оросительный сезон.

2. Имеется незарегулированный речной сток, гидрограф которого в период вегетации задан в виде некоторой кривой. Будем полагать, что в этом случае ограничений на пропускную способность со стороны оросительной системы не имеется.

Тогда укомплектование следует производить таким образом, чтобы гидромодуль менее всего уклонялся от закона изменения ординаты гидрографа, т. е. искать решение на максимум согласования режима стока и режима водопотребления. Как известно, в таком случае бывает менее всего потерь от неиспользования водных ресурсов из незарегулированных стоков.

Очевидно, первый пример является частным случаем второго, когда режим стока (режим отдачи) характеризуется постоянной ординатой.

Для наглядности в описании метода укомплектования построим специальную систему координат, где по оси ординат будем откладывать севооборотный гидромодуль, по оси абсцисс — время (рис. 2).

Для некоторого удобства при построении математической модели задачи сделаем несколько допущений в пределах реальных условий и примем специальную систему обозначений.

На оси времени выберем условное начало, направление отсчета и масштаб ценою в 1 час (меньшая единица времени приводит к большей сложности вычислений, не давая, однако, заметного увеличения точности).

Обозначим через $t_1, t_2, \dots, t_j, \dots, t_n, t_j = (a_j^{(i)} + b_j^{(i)})/2$, расчетные точки полива с соответствующими поливными нормами $c_1, c_2, \dots, c_j, \dots, c_n$.

* Гидрограф — график расхода воды в заданном створе реки за установленный период времени.

Введем величины допустимых амплитуд отклонений (от точек полива) до начала $\tau_j^{(1)}$ каждого полива $\alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(1)}, \dots, \alpha_j^{(1)}, \dots, \alpha_n^{(1)}$ и до конца $\tau_j^{(2)}$ каждого полива $\alpha_{(1)}^{(2)}, \alpha_{(2)}^{(2)}, \dots, \alpha_j^{(2)}, \dots, \alpha_n^{(2)}$.

Кружками на рис. 2 отмечены точки полива (т. е. середины интервалов $(a_j^{(i)}, b_j^{(i)})$).

При этом наименования культур не различаются. Все поливы для всех культур сведены в одну систему, и сделано допущение, что точки поливов для разных культур отстоят друг от друга на оси не менее чем на одноча-

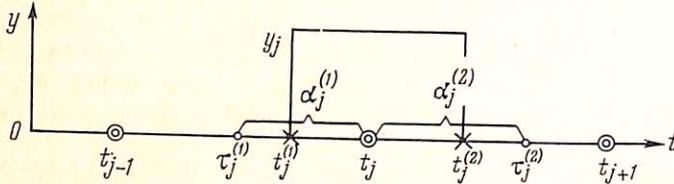


Рис. 2

совой интервал. Звездочками отмечены искомые концы поливного интервала $(t_j^{(1)}, t_j^{(2)})$.

Для каждой пары значений $t_j^{(1)}$ и $t_j^{(2)}$, $j = 1, 2, \dots, n$, введем две вспомогательные переменные $\xi_j^{(1)}$ и $\xi_j^{(2)}$ такие, что

$$0 \leq \xi_j^{(1)} \leq 1, \quad 0 \leq \xi_j^{(2)} \leq 1, \quad (1)$$

$$t_j^{(1)} = t_j - \alpha_j^{(1)} + \xi_j^{(1)} \alpha_j^{(1)}, \quad (2)$$

$$t_j^{(2)} = t_j + 1 + \xi_j^{(2)} (\alpha_j^{(2)} - 1). \quad (3)$$

Тогда длина j -го поливного интервала примет вид

$$\Delta t_j = t_j^{(2)} - t_j^{(1)} = \xi_j^{(2)} (\alpha_j^{(2)} - 1) - \xi_j^{(1)} \alpha_j^{(1)} + \alpha_j^{(1)} + 1, \quad (4)$$

а значение j -й ординаты севооборотного гидромодуля станет

$$y_j = \frac{c_j}{\Delta t_j 3600} \text{ (м}^3/\text{сек} \cdot \text{га)}, \quad (5)$$

где 3600 — число секунд в 1 часе.

Введем обозначения

$$\frac{y_j - y_{j+1}}{y_j y_{j+1}} = z_j \quad \text{и} \quad \frac{y_j - y_{j+1} k_j}{y_j y_{j+1} k_j} = u_j, \quad (6)$$

где $k_j = \lambda_j / \lambda_{j+1}$ — отношение ординат заданного гидрографа стока в j и $j+1$ точках оси времени.

Формулировка 1-го случая задачи укомплектования графика гидромодуля выразится так: найти такие $\xi_j^{(1)}$ и $\xi_j^{(2)}$, при которых

$$\sum_{j=1}^{n-1} |z_j| = L \rightarrow \min, \quad (7)$$

$$t_j^{(1)} \leq t_j^{(2)} - 1, \quad (8)$$

$$t_j^{(2)} \leq t_{j+1}^{(1)}, \quad (9)$$

$$0 \leq \xi_j^{(1)} \leq 1, \quad 0 \leq \xi_j^{(2)} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (10)$$

Полученную задачу (2) — (10) можно приближенно свести к задаче линейного программирования. В этом случае для каждого j введем x_j такое, что

$$|z_j| \leq x_j. \quad (11)$$

Тогда приходим к следующему. Найти

$$\sum_{j=1}^{n-1} x_j = M \rightarrow \min \quad (12)$$

при условии (2) — (10) и

$$-x_j \leq z_j \leq x_j. \quad (13)$$

Случай 2 задачи укомплектования графика севооборотного гидро модуля сводится также к виду (2) — (13), но роль переменных z_j будут выполнять переменные u_j , $j = 1, 2, \dots, n$.

Следовательно, укомплектование графиков севооборотных гидро модулей связано с проблемой улучшения режима водопотребления и поэтому является важной практической задачей.

Предлагаемый метод дает возможность решить указанную проблему, применяя один из алгоритмов линейного программирования с использованием современных вычислительных машин.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. М. Алпатыев. Биоклиматический метод обоснования водного баланса растений и использования его в земледелии. В кн. Водный режим растений в засушливых районах СССР. М., Изд-во АН СССР, 1961.

Поступила в редакцию
29 XI 1968