ЦЕЛОЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ ПЕРЕВОЗОЧНОГО ПРОЦЕССА И МЕТОД ЕЕ РЕШЕНИЯ

А. А. АНИКЕИЧ, А. Б. ГРИБОВ

(Ленинград)

В экономике автомобильного транспорта одной из актуальных проблем является снижение затрат на транспортировку грузов. Поиски решения этой задачи идут по пути создания экономико-математических моделей перевозочного процесса и их реализации на ЭВМ.

Круг возможных моделей в этой области в настоящее время в значительной мере определен. Гораздо хуже обстоит дело с поисками эффективных методов решения возникающих при этом математических задач.

В данной заметке мы остановимся на одной целочисленной модели отыскания оптимальной системы маршрутов перевозок, истоки которой можно найти в [1], а дальнейшее развитие — в [2].

Формулируемая ниже модель в большей степени приближена к реальной действительности. Метод ее решения состоит в том, что последовательно решаются две задачи: *задача линейного программирования* с алгоритмическим формированием способа путем использования процедуры динамического программирования и *вспомогательная целочисленная задача* линейного программирования.

1. Постановка задачи. Заданы множество автопарков I_0, множество пунктов погрузки I_1, множество пунктов разгрузки I_2.

Маршрутом $H=(h_0, h_1, h_2, \ldots, h_{2k-1}, h_{2k})$ назовем последовательность точек $h_0, h_1, h_2, \ldots, h_{2k-1}, h_{2k}$, где $h_0 \in I_0$, $h_{2i-1} \in I_1$, $h_{2i} \in I_2$ $(i=1,\ldots,k)$. Этому маршруту соответствует движение автомобиля из автопарка h_0 в пункт погрузки h_1, из него в пункт разгрузки h_2, затем в очередной пункт погрузки и т. д. с возвратом из пункта разгрузки h_{2k} в автопарк h_0. Здесь число k определяет звенность маршрута.

Назовем линией $s=(i_1, i_2)$ пару связанных между собой перевозкой пунктов, где i_1 — пункт погрузки, а i_2 — пункт разгрузки. Множество всех линий обозначим через S.

Заданы объемы перевозок по линиям b_s $(s \in S)$ и мощности парков b_{h_0} $(h_0 \in I_0)$. Для определенности будем предполагать, что и те и другие заданы в виде количества единиц однородного транспорта.

Будем рассматривать множество $\mathfrak{H}$ технологически допустимых маршрутов. Единственным технологическим требованием к маршруту, учитываемым в модели (оно же является одним из основных практических требований), является его реализуемость в течение рабочей смены водителя. Это означает, что время, необходимое на выезд из автопарка, на погрузочно-разгрузочные работы в пунктах, на груженые и порожние пробеги плюс подготовительно-заключительное время в пунктах, не должно превышать величины T. Предполагается, что это время известно.

Наша цель — минимизировать затраты, связанные с выполнением перевозок. Затраты $c(H)$ на маршруте H связаны с использованием времени работы автомобиля на этом маршруте. В соответствии с этим рассматриваем затраты: c_{h_0} — на выезд из автохозяйства; c_{h_i} — на погрузочно-разгрузочные работы в пунктах $(i=1, 2, \ldots, 2k)$; $c_{h_{2i-1}h_{2i}}$ — на груженые пробеги $(i=1,\ldots,k)$; $c_{h_{2i}h_{2i+1}}$ — на порожние пробеги $(i=0,\ldots,k$, здесь $h_{2k+1}=h_0)$; c_H — характеризующие подготовительно-заключительное время на выполнение административных операций в пунктах (поиск клиента, оформление документации и т. д.). Последние задаются как функция числа заездов в каждый из различных пунктов на маршруте.

В описанной модели фиксировано время на выполнение груженых пробегов и на погрузочно-разгрузочные работы, а потому и связанные с этим затраты, и, следовательно, последние не влияют на нахождение и структуру оптимальной системы маршрутов. Сказанное позволяет принять $c(H)=c_{h_0}+c_{h_0h_1}+c_{h_2h_3}+\ldots+c_{h_{2k}h_0}+c_H$.

Обозначим через x_H количество автомобилей, назначаемых на маршрут H.

Будем искать систему технологически допустимых маршрутов и интенсивности их использования, при которых достигается минимум затрат, т. е.

$$\sum_{H \in \mathfrak{H}} c(H) x_H \to \min.$$

При этом должны быть выполнены условия: 1. x_H — целое неотрицательное число $(H \in \mathfrak{H})$;

2. $\sum\limits_{H \in \mathfrak{H}} \gamma_s^{(H)} x_H = b_s$ для каждого $s \in S$.

Здесь $\gamma_s^{(H)}$ есть кратность использования линии s в маршруте H. Эти условия означают, что задания по перевозкам из пунктов погрузки в пункты разгрузки должны быть выполнены.

3. $\sum\limits_{H \ni h_0} x_H \leqslant b_{h_0}$ $x_H = b_{h_0}$ для каждого $h_0 \in I_0$.

Здесь суммируются интенсивности тех маршрутов, которые начинаются в автопарке h_0. Условия говорят о том, что при выполнении заданий по перевозкам может быть использовано автомобилей не более, чем их имеется в автопарках.

В рассмотренной задаче ездки с грузом считаются заданными. Для более общего случая описана (см., например, [3]) комплексная модель перевозочного процесса на автотранспорте, для решения которой могут быть использованы описываемые алгоритмы.

Предлагаемая задача представляет большой практический интерес, потому что она легко может быть реализована в современных условиях планирования и организации перевозок.

2. Метод решения. Сначала решаем задачу A, отличающуюся от исходной заменой условия 1, на условие 1′, $x_H \geqslant 0$.

Для решения этой задачи используем модифицированный симплекс-метод с алгоритмическим формированием способа, подлежащего вводу в базис, подобно тому как это делается в [1].

Оценка маршрута H в нашем случае равна

$$\sum_{s \in S} d_s \gamma_s^{(H)} + d_{h_0} - c(H) = \sum_{i=0}^{k-1} (d_{h_{2i+1} h_{2i+2}} - c_{h_{2i} h_{2i+1}}) + d_{h_0} - c_{h_0} - c_{h_{2k} h_0} - c_H.$$

Будем называть маршрут полным, если его интенсивность выражается целым числом, т. е. обслуживающие его автомобили на всех линиях загружены полностью. Маршруты, полученные после решения задачи A, этим свойством, вообще говоря, не обладают. Так что, придерживаясь этого решения, некоторые автомобили должны работать с коэффициентами использования грузоподъемности, равными дробным частям полученного плана, что при реализации его может привести к значительным дополнительным потерям.

Для устранения этих потерь зафиксируем систему маршрутов оптимального плана задачи A, приписывая им только целые части полученных интенсивностей. Таким образом, имеем полные, рекомендуемые нами для использования маршруты. Если интенсивность хотя бы одного маршрута была не целой, то, естественно, останется некоторое число невыполненных перевозок.

Соберем все такие перевозки и учтем оставшиеся мощности автопарков. Теперь перед нами стоит задача B, которая по постановке совпадает с исходной и отличается от нее только заданиями на перевозки и мощностями автопарков. Для нее будем искать полный маршрут, имеющий самую высокую оценку по процедуре динамического программирования, аналогичной той, которая применялась при решении задачи A. При этом используются оптимальные двойственные переменные последней.

Фиксируя полученный маршрут, уменьшаем число невыполненных перевозок. Если в исходной задаче задания на перевозки целые, то через несколько шагов процесс закончится, т. е. все перевозки будут выполнены (если задания не целые, то исходная задача вообще не имеет целочисленного решения).

Ясно, что получение оптимального целочисленного решения таким образом гарантировать нельзя. Оценка эффективности метода может быть дана экспериментальным путем. К этому мы и переходим.

3. Эксперименты на ЭВМ. С изложенной выше моделью проводился ряд экспериментов на материалах Главленавтотранса. Для этого была написана программа на АЛГОЛ-60. Поскольку предложенный метод не накладывал никаких ограничений на учет в модели неоднородности транспорта, то программа рассчитана и на этот случай.

Были решены две задачи Ленстройтранса по планированию перевозок массовых строительных грузов (на 5 и 30 марта 1967 г.). В обеих задачах рассматривалось по три автопарка, в которых размещены самосвалы грузоподъемностью 9 и 12 *т*. В задаче на 5 марта имелось 17 линий перевозок. Задача на 30 марта была разбита на две подзадачи: в одной из них 33 линии перевозки, во второй 30.

Примерно 80% машин было назначено на маршруты, полученные при решении задачи A. По сравнению с диспетчерским решением на 30 марта высвобождено два двенадцатитонных самосвала, на 5 марта — семь девятитонных. Значение функционала при целочисленных планах было на 0,5—3% выше значения функционала при нецелочисленном решении. Решение задачи B требовало 4—6 мин. времени на БЭСМ-3М.

Затем была решена задача маршрутизации перевозок мебели в Ленинграде, условия которой приведены в [2]. В этой задаче задания на перевозки не превышали 5 ездок по линии (большинство заданий было равно одной ездке). В столь жестких для метода условиях значение функционала на 9% больше, чем в нецелочисленном плане. Решение задачи B получено за 7 мин.

4. **Заключительные замечания.** Рассмотренный метод позволяет также решать задачи, более полно учитывающие технологию и условия перевозочного процесса. Например, в модели можно учесть время работы автопарков и складов в пунктах погрузки и разгрузки.

Ранее авторами рассматривался иной метод получения целочисленных решений (см. [2]). Изложенный выше метод обладает по сравнению с ним рядом преимуществ: 1) поиск целочисленного решения ведется на более широком множестве маршрутов, а не только на базисных; 2) значительно сокращены затраты машинного времени.

На ЭВМ с оперативной памятью 4096 ячеек удается решать задачи средней размерности (около 50 линий перевозок). Повышение размерности может быть осуществлено посредством:

1) компактного представления исходной информации (задание некоего аналитического выражения для воспроизведения информационных таблиц);

2) разработки экономных алгоритмов решения систем линейных уравнений: а) применения непосредственных методов решения (метода Гаусса [4], метода триангуляризация [5] и др.); б) применение методов, основанных на компактном задании матрицы (мультипликативного метода [6], клеточного задания [4], полиномиального задания [7] и др.).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Аникеич, А. Б. Грибов, И. В. Романовский. Об одной задаче маршрутизации перевозок. Кибернетика, 1966, № 1.
2. А. А. Аникеич, А Б. Грибов. Программа решения задачи отыскания оптимальных маршрутов перевозок. В сб. Оптимальное планирование, вып. 12. Новосибирск, «Наука», 1969.
3. К. В. Ким, С. А. Панов. Линейная модель оптимизации перевозок грузов автотранспортом. В сб. Постановка и решение задач на ЭВМ в области автомобильного транспорта. М., 1966.
4. Д. К. Фаддеев, В. Н. Фаддеева. Вычислительные методы линейной алгебры. М., Физматгиз, 1963.
5. С. С. Сурин. Решение задач линейного программирования с большим числом нулевых элементов в исходной симплексной таблице. В сб. Оптимальное планирование, вып. 10. Новосибирск, «Наука», 1968.
6. Г. Зойтендейк. Методы возможных направлений. М., Изд. иностр. лит., 1963.
7. А. Б. Грибов. Метод рекуррентного пересчета характеристического полинома. Докл. АН СССР, т. 177, № 3, 1967.

Поступила в редакцию
12 II 1968

ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СЫРЬЯ В МУКОМОЛЬНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

С. С. ГДАЛЕВИЧ, Г. П. СМИРНОВА

(Ленинград)

Рациональное использование сырья предприятиями мукомольной промышленности имеет существенное значение для их экономики, так как стоимость сырья в затратах предприятия составляет около 95%.

Мукомольные предприятия в течение года получают от разных поставщиков зерно, различающееся по качеству. Известно, что раздельный помол разных сортов (качества) зерна менее эффективен, чем помол этого же зерна в различных смесях *. Но теория составления рациональных помольных смесей еще плохо разработана, и отсутствует нормативная база выходов продукции, дифференцированная по смесям зерна. В настоящее время мукомольные предприятия используют ограниченное число (15—20 вариантов) смесей.

Однако даже при сравнительно небольшом количестве смесей возникает задача: в каких помольных смесях, сколько и когда следует перерабатывать зерна разного качества в целях получения максимума дохода (за вычетом переменных расходов по хранению зерна).

---

* Каждая смесь характеризуется ассортиментом входящих в нее компонент (сортов зерна).