

ПЛАНЫ ОТРАСЛЕЙ И ИХ СОГЛАСОВАНИЕ

Е. Ю. ФАЕРМАН

(Москва)

Задачи оптимизации развития и размещения отраслей в последнее время в значительной степени стандартизировались. Типичная постановка: задана динамика требуемого уровня производства основной продукции; нужно минимизировать интегральные приведенные затраты, включающие в себя капитальные вложения в строительство и реконструкцию, текущие производственные затраты и затраты на транспортировку сырья и продукции. Или: задан план производства основной продукции и капитальные затраты, обеспечивающие его реализуемость; требуется оптимизировать интегральную прибыль при условии выполнения плановых заданий.

При этом варианты строительства и реконструкции рассматриваются как заданные согласно имеющимся проектам по всем необходимым параметрам (затраты на строительство, эксплуатационные характеристики), пункты возможного размещения новых объектов считаются известными.

Чрезвычайно важным является тот факт, что определенная стандартизация постановки задачи отражает большой опыт, накопившийся в этом направлении оптимальных исследований. Независимо от логики общей постановки отраслевой задачи исследование структуры производства, введение необходимых его характеристик, установление связей и ограничений, а также опыт вычислительных работ являются несомненными достижениями. Вместе с тем нельзя считать, что основной круг проблем этого направления исчерпан. В самом деле, исходные данные для решения отраслевой задачи — план производства, лимиты капитальных вложений и дефицитных ресурсов, цены на продукцию и затраты — предполагается возможным получить на народнохозяйственном уровне планирования независимо от результатов оптимизации отраслей. Эта основная предпосылка в действительности несостоятельна.

При перспективном планировании объемы производства отраслей могут изменяться в несколько раз. Новое строительство и реконструкция объектов при этом ведутся на базе все более совершенной техники. Структура затрат — выпуска на вновь вводимых мощностях вообще может существенно отличаться от сложившейся. Следовательно, и общетраслевые затраты на выпуск единицы некоторой продукции или прирост соответствующих мощностей должны испытывать значительные сдвиги. Очевидно, определить динамику обобщенных технологических характеристик отраслей и удельных затрат на расширение можно лишь на базе известного плана развития ее, т. е. плана строительства и реконструкции объектов и размещения на них производственной программы. С другой стороны, результаты планирования на народнохозяйственном уровне должны зависеть от технологических характеристик отраслей. Таким образом, нельзя рассчитывать на то, что усовершенствование методов народнохозяйственного планирования со временем позволит получить истинные оптимальные значения тех исходных данных, которые используются в отраслевых

оптимизациях. Однонаправленный, идущий сверху вниз процесс управления принципиально невозможен в больших системах.

Отсюда вытекает, что действительное обоснование как формы постановки отраслевой задачи, так и численного значения входящих в нее данных не может быть найдено путем изолированного рассмотрения оптимальных задач для отдельных отраслей и уровней народного хозяйства. Ссылки на народнохозяйственный уровень при постановке и решении отдельных отраслевых задач или ссылка на оптимизацию отраслей при определении динамики их параметров в схеме народнохозяйственного планирования являются неубедительными, пока не показан итеративный процесс, в рамках которого осуществляется взаимодействие и согласование этих моментов. Формально такое взаимодействие должно выражаться в том, что результаты одной оптимальной задачи влияют на постановку других, а решения последних используются для корректировки данной и т. д., пока осциллирующий (в смысле движения по системе) процесс не приведет последнюю в достаточно близкую окрестность общего оптимума.

В практике оптимизации отраслей необходимость ориентироваться на некоторый итеративный процесс такого типа большей частью игнорируется. Это приводит к тому, что в постановки отраслевых задач вкрадываются дефекты не только типа неточности числовых данных, но и непоследовательности в самой формулировке оптимальной проблемы.

Так, поскольку действующие цены не могут служить хорошим измерителем эффективности продукции, во многих случаях стараются проследить за использованием продуктов данной отрасли в отраслях-потребителях и выявить коэффициенты взаимозаменяемости по потребительскому эффекту. Такому способу действий присущи очевидные недостатки: во-первых, представителям данной отрасли приходится собирать сложную информацию о технологически чуждых процессах в других отраслях; во-вторых, потребительские свойства продукции большей частью характеризуются некоторым вектором параметров и сводить их к скалярным коэффициентам взаимозаменяемости, вообще говоря, неправильно; наконец, использование тех или иных видов продукции данной отрасли зависит от ряда факторов технического состояния отраслей-потребителей и поэтому сложным образом меняется со временем, причем в зависимости от принятого плана их развития.

Если бы по отношению к данной оптимизируемой отрасли возник вопрос о сравнительной ценности для нее, скажем, разных материалов или разных видов оборудования, то он решался бы в принципе просто. Анализ оптимального плана, в котором величины поставок этих материалов или видов оборудования зафиксированы в качестве ограничений, позволяет непосредственно получить их оценки. Последние же являются точными соизмерителями ценности этих продуктов с точки зрения целевых задач отрасли, учитывающими всю конкретную динамику ее развития.

Достаточно предположить, что в отраслях-потребителях точно таким же образом в результате оптимизации получают сравнительные потребительские оценки продуктов данной отрасли, чтобы искусственные и частные методы оценки, связанные к тому же с рассмотрением инородных для данной отрасли процессов, могли быть отброшены. Но здесь как раз проходит рубеж, отделяющий мышление изолированными отраслевыми оптимизациями от мышления организованным итеративным процессом, охватывающим все отрасли и позволяющим систематически корректировать их планы на основании результатов смежных оптимизаций.

Аналогичные соображения относятся к трактовке взаимосвязей данной отрасли с поставщиками. Так, принимается, что затраты последних на

производство единицы той или иной продукции могут быть подсчитаны путем калькуляции по действующим ценам. В то же время, если опять обратиться к задаче оптимизации данной отрасли, то вопрос о затратах предстанет в следующем виде. Пусть задача формулируется как минимизация приведенных затрат при условии выполнения плана производства. Из самой постановки вытекает, что общие, а следовательно, и удельные затраты не могут быть найдены до оптимизации. Если же последняя выполнена, мерой затрат на производство некоторой продукции явится оценка ограничения на ее выпуск. Действительно, эта оценка показывает, какое количество затрат на производство могло бы быть сэкономлено, будь выпуск данной продукции на единицу меньше. Но эти же положения относятся и к отраслям-поставщикам. И здесь затраты на производство продукции не могут быть найдены иначе, как на основании оптимальных планов этих отраслей. Следовательно, удельные затраты на производство продукции данной отрасли в действительности зависят от планов отраслей-поставщиков и не могут быть определены независимо от них. Поскольку это относится и к последним отраслям, их поставщикам и т. д., то опять ощущается необходимость в общей схеме взаимосвязи отраслей и населения, являющегося «поставщиком» рабочей силы.

Для мышления изолированными планами отраслей характерно молчаливое допущение двух мер: одной — для данной, оптимизируемой отрасли, другой — для остальных. Для «привилегированной» отрасли используется строгая теория оптимизации, отбрасываются всякие априорные категории (эффективность потребляемых ресурсов, затраты на производство продукции, вектор затрат-выпуска отрасли и т. п.). Для прочих, в том числе и для смежных отраслей, считается допустимым использование любых категорий и методов, коль скоро они доставляют информацию, нужную для оптимизации данной отрасли. Однако недостоверность упомянутых методов и необоснованность категорий ставят под сомнение весь эффект от оптимизации отрасли.

Практическая реализация итеративного процесса согласованного планирования требует значительно большей подготовительной работы, так как связана со взаимодействием отраслей. Однако эти трудности не должны приводить к полному отказу от разработки его схемы и соответствующих ей постановок отраслевых задач. В противном случае организация такого процесса существенно затруднится.

Здесь необходимо сделать несколько общих замечаний об итеративных процессах оптимизации. В последнее время стали называть «итеративными» методы оптимизации, не дающие точного оптимума за конечное число шагов, а лишь обеспечивающие неограниченное приближение к нему по мере увеличения этого числа. Методы точной оптимизации были названы «конечными». Эта терминология не вполне удачна, так как конечные методы по своей природе также являются итеративными, и на этот факт часто приходится ссылаться. По соображениям, приводимым ниже, предпочтем обозначать соответствующие методы как алгоритмы централизованного и игрового типа.

Система, состоящая из нескольких взаимодействующих отраслей с искомой переменной внутренней структурой, в математическом отношении описывается двумя группами соотношений: 1) блочными, включающими в себя переменные, относящиеся только к одной отрасли, 2) общими, включающими в себя переменные разных блоков.

Централизованные методы (см., например, [1]) основаны на аппроксимации допустимой области, соответствующей каждому блоку, с помощью многогранника с небольшим числом вершин и последующей направленной деформацией аппроксимирующего тела путем привлечения на каждом

шаге новых «полезных» вершин и отбрасывания «бесполезных». Поиск решения для всей системы на каждом шаге осуществляется путем оптимизации критериального функционала на области, определяемой аппроксимирующими многогранниками блоков и общими ограничениями.

Такая природа централизованных методов обуславливает следующие особенности. Во-первых, их применение требует выпуклости всех допустимых областей (точка оптимума ищется как выпуклая комбинация крайних точек). Во-вторых, оптимизации, с помощью которых находятся «полезные» на данной итерации вершины (локальный или блочный оптимум), могут до последнего момента давать сильно осциллирующие результаты. Это связано с тем, что «веса» этих точек определяются лишь централизующей оптимизацией и, следовательно, даже малый сдвиг оптимальной точки внутри локальной области может потребовать привлечения каждый раз новой, ничего общего не имеющей с прежними, вершины. В силу этого обстоятельства орган, ведающий оптимизацией блока (если такой имеется), не может самостоятельно определять ни своего плана, ни величины смещения его в результате изменения исходных данных для оптимизации. Таким образом остается неизвестной и степень приближения к конечному оптимуму. Наконец, в соответствии со сказанным специфика централизованных методов проявляется в существенной роли централизующей оптимизации, несущей значительную часть всей работы по реализации алгоритма. Это вытекает из того, что блоки представляют в центр не варианты своих планов, которые согласовать сравнительно просто, а целые допустимые подобласти. Определение оптимума упрощается в результате перехода в пространство меньшей размерности за счет аппроксимации допустимых областей, но тем не менее остается сложной экстремальной проблемой, в которой взаимодействуют все блоки и учитываются совместно все общие ограничения. Следовательно, рассматриваемые методы порождают сильно централизованные алгоритмы, с чем и связано их название.

Игровые методы основаны на непосредственном согласовании планов отдельных блоков, получаемых в ходе локальных оптимизаций. Производство и потребление общих ресурсов может при этом планироваться таким образом, что либо нарушается сбалансированность общего процесса по этим ресурсам, либо получающееся распределение того или иного из них не является оптимальным. Тогда условия локальных задач смещаются таким образом, чтобы нежелательный эффект по возможности уменьшился. Исходные данные этих задач могут включать в себя либо оценки общих ресурсов, либо натуральные лимиты их. В первом случае перераспределение ресурсов осуществляется на основании сравнения общего производства и общего потребления его, а орудием является изменение единой для всех оценки этого ресурса в нужном направлении, во втором — на основе сравнения оценок соответствующих ограничений у разных потребителей или поставщиков, и эти же оценки непосредственно используются для перераспределения ресурса.

В соответствии с природой игровых методов на каждом шаге определяются действительные планы отдельных блоков, так что, если бы на глобальном уровне не обнаруживались дисбалансы или отклонения от общего оптимума, результат локальной оптимизации непосредственно давал бы оптимальный план блока. (Этим и закончится весь процесс оптимизации). Операции на глобальном уровне обеспечивают лишь необходимую корректировку этих планов, исходя из общих интересов и условий. В силу этого результаты локальных оптимизаций в игровых процессах гораздо меньше «скачут» от одной итерации к другой. Требование выпуклости теперь не обязательно должно выполняться для всей допустимой области, а оптимизирующий орган блока может до центральных операций и независимо от

них судить о степени приближения к оптимуму по смещению собственной оптимальной точки. В то же время благодаря простоте операций центральной корректировки и возможности независимого осуществления их для разных общих ресурсов функции глобального согласования и корректировки радикально сокращаются. Если же каждый из таких ресурсов может быть отнесен к определенному блоку системы, например, монопольно или преимущественно производящему его, то и соответствующие центральные операции могут быть переданы планирующим органам таких блоков. Отсюда следует, что игровые методы должны порождать существенно децентрализованные алгоритмы, которые в ряде случаев могут реализовываться и вовсе без обособленного центрального согласующего органа. Безусловно необходимая координация планов отдельных блоков, использующих или производящих одни и те же ресурсы, не всегда, следовательно, влечет за собой появление специального центрального органа, а может осуществляться в порядке «игры» контрагентов.

Если общих ограничений много, каждое из них охватывает большое число блоков, а структура локальных областей, напротив, проста, центр тяжести оптимальной проблемы смещается к глобальному уровню, и централизованные методы представляются отвечающими природе системы. Так обстоит дело, например, при распределении производственной программы между родственными предприятиями, могущими производить и потреблять одни и те же продукты. Ограничения по всем таким продуктам являются общими, причем охватывающими переменные всех блоков (предприятий). Локальная же область для отдельного предприятия может задаваться единственным ограничением, если производственные возможности его характеризуются набором программ, которые могут комбинироваться в произвольных пропорциях в рамках общего ресурса времени.

Напротив, если общих ограничений сравнительно немного, большинство из них специфичны, т. е. охватывают лишь особую группу блоков, а локальные области характеризуются сложной системой внутренних соотношений, центр тяжести оптимизации переносится на отдельные блоки, становится желательным контролировать движение оптимальной точки в их собственных областях, т. е. получать каждый раз локальные планы, и лишь корректировать их в соответствии с общими условиями и целями. Более естественными в этих случаях становятся игровые методы. Последнее имеет место как раз в системе технологически различных отраслей.

Отрасль представляет собой очень сложное образование с большим числом внутренних степеней свободы, так что непосредственная характеристика ее производственных возможностей с трудом поддается обзору и реализации, особенно если учесть динамику развития отрасли. В таких условиях переменные, характеризующие «интенсивности»^{*} использования отраслевых «способов производства», становятся малоприспособленными в качестве управляющих параметров. Распределение же универсальных ресурсов, таких, как металл, энергия, труд, машиностроительные и строительные мощности, дает простой и точный метод эффективного воздействия на структуру производственного процесса. Характеризующие такие распределения величины в качестве управляющих переменных значительно больше соответствуют природе системы. В силу этого целесообразно, по-видимому, отказаться от рассмотрения производственных возможностей отраслей на глобальном уровне и перейти к организации управления отраслевым планированием путем корректировки распределения централизованных ресурсов и уровня цен.

^{*} Термин неудачен, так как обозначаемая им величина является как раз экстенсивной характеристикой производственного процесса.

Различные варианты алгоритмов этого типа предложены в [2—6]. В работах [2] и [6] они применяются к оптимизации системы отраслей. В [2] рассмотрена задача перспективного планирования. Метод состоит в параллельном отыскании отраслевых планов при некотором централизованном распределении ресурсов. Оценки последних, полученные отраслями, используются для формулировки центральной корректирующей задачи, направленной на возможное улучшение первоначального распределения. Наличие центральной оптимизации, как отмечалось выше, не характерно для игрового подхода. В данном случае оно не позволяет выявить с полной отчетливостью экономического содержания процесса, состоящего во все более обоснованных взаимно независимых распределениях универсальных ресурсов. Это проявляется затем неявно в распадении центральной задачи на ряд «микрзадач».

В [6] алгоритм применяется к планированию текущего производства. Отрасли системы располагаются в линейном порядке по «глубине переработки». Метод основывается на последовательной оптимизации отраслей, причем каждая последующая использует оценки предыдущей. Центральная оптимизация отсутствует. Представление, что все производство является с точностью до малых элементов последовательностью этапов переработки, с одной стороны, позволяет выявить последовательный децентрализованный принцип оптимизации, с другой — ведет к интерпретации экономического смысла процесса, главным образом, как взаимного согласования ассортимента продукции между поставщиками и потребителями. В действительности для экономики характерны значительные обратные потоки (противоположные по направлению движению «от добывающих отраслей к перерабатывающим»). Они связаны главным образом с поставками орудий производства. Такие отрасли, как машиностроение и строительство, выпускают конечную продукцию и замыкают цепь последовательной переработки, однако, потоки этой продукции направляются во все отрасли вплоть до добывающих. То же относится к населению, если рассматривать его как «отрасль», поставляющую труд разных видов. Представлять такие отрасли включенными по структуре хозяйственных связей в линейную цепь вряд ли возможно. Поэтому они не подвергаются специальному рассмотрению в работе [6], чему способствует также акцент на построение текущего плана.

Между тем именно с этими отраслями связаны основные управляющие переменные экономического процесса. Действительно, развитие отраслей прежде всего зависит от распределения усилий в машиностроении и строительстве, поставляющих новые и реконструирующих старые мощности, а также от распределения универсальных материалов и ресурсов труда между этими группами отраслей. Основной способ управления процессом как раз и состоит в оптимизации таких распределений.

Алгоритмы игрового типа прекрасно приспособлены к тому, чтобы задачи возможного улучшения распределения отдельных универсальных ресурсов и мощностей между потребителями непосредственно составили основной элемент оптимизационного процесса. Цель настоящей статьи и состоит в таком представлении многоотраслевой структуры и такой организации игрового алгоритма, чтобы эти возможности выявились в наибольшей степени. Подходящим для этого оказывается циклический осцилирующий порядок оптимизации отраслей, не связанный обязательно с малостью поставок между несмежными отраслями. Отрасли берутся укрупненными, однако, образуют замкнутую систему, включающую основных производителей универсальных ресурсов и распорядителей универсальных средств производства. Имеется в виду затем дать экономическую интерпретацию хозяйственных отношений, отвечающих алгоритмическому прото-

типу, и сопоставить их детальнее с существующей практикой отраслевого и межотраслевого планирования в свете изложенных выше общих соображений.

Пусть «хозяйство» представляет собой совокупность w^0 следующих «отраслей» w : 0) природная среда (ресурсы) — p ; 1) добыча — d ; 2) сельское (лесное, рыбное) хозяйство — a ; 3) первичная переработка (получение

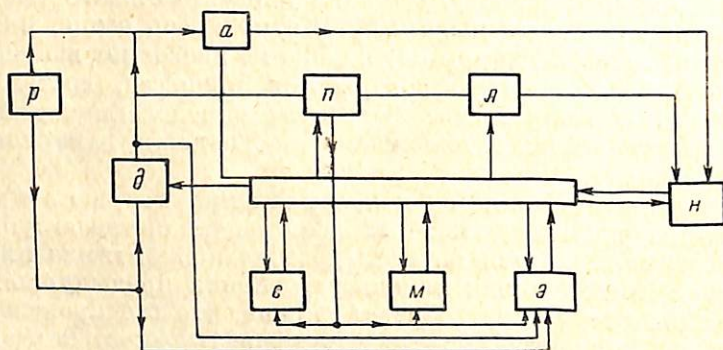


Рис. 1

материалов) — n ; 4) энергетика — $э$; 5) машиностроение (и приборостроение) — $м$; 6) строительство — $с$; 7) легкая (и пищевая) промышленность — $л$; 8) население — $н$.

В последнюю «отрасль» $н$ входят процессы жизнедеятельности людей со всеми сопутствующими: образованием, коммунально-бытовым хозяйством, сферой услуг, здравоохранением, просвещением, торговлей и т. д. Эта отрасль включает в себе общие цели всего экономического процесса. Остальная система производства имеет подчиненное, служебное значение. Математически это обстоятельство найдет свое выражение в том, что критерий оптимальности процесса U будет зависеть от переменных, относящихся именно к этой отрасли.

При оптимизации хозяйства используем метод централизованного распределения общих ресурсов. Примем определенную последовательность оптимизации отраслей. Если бы все они находились в отношениях поставщик — основной потребитель (как, например, отрасли $л$ и $н$), то последовательность устанавливалась бы естественно. В действительности этого нет, и взаимосвязи отраслей имеют сложный характер. Картина основных хозяйственных связей примерно такова, как изображено на рис. 1. Можно выделить первичную цепь отраслей (рис. 2). Они осуществляют близкую к последовательной переработку природных ресурсов. Затем, имеются универсальные отрасли $с$, $м$, $э$ и $н$. Продукция каждой из них потребляется практически всеми остальными, обеспечивая их (и самих себя) сооружениями, машинами, энергией и трудом. Отрасли $р$, $д$ и $н$ являются связующими. Если вдоль первичной цепи некоторая последовательность усматривается (для параллельных отраслей $а$ и $д$ порядок оптимизаций безразличен), то по отношению к универсальным отраслям ничего определенного сказать нельзя. Примем поэтому для цикла оптимизаций указанную ниже (рис. 3) замкнутую последовательность отраслей в значительной степени произвольно, но для устранения неравноправия, в котором оказываются отрасли, будем проводить этот цикл в два этапа — один в прямом, другой в обратном направлении. Кроме того, целесообразно чередовать порядок следования таких этапов от одной итерации (скажем, нечетной) к другой (четной). Особая роль отрасли $н$ проявится при этом в том, что каждый этап

будет начинаться и заканчиваться на ней, что и определяет замкнутый характер последовательности отраслей.

Рассмотрим теперь некоторую отрасль w . Множество продуктов, производимых ею, обозначим E_w . Продукты, поставляемые разным отраслям, будем считать при этом различными, даже если они имеют одну и ту же физическую природу. Это связано с тем, что оценки такого продукта в них могут быть различными. Множество потребляемых продуктов обозначим I_w . Вектор параметров, полностью характеризующих производственный процесс отрасли, пусть будет $x_w(t)$.

Будем полагать, что в него входят также параметры, определяющие распределение продукции между отраслями-потребителями. Тогда производство (и распределение) $x_w^E(t)$ и потребление $x_w^I(t)$ могут быть представлены в виде определенных операторов от этих параметров

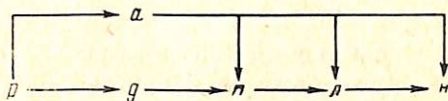


Рис. 2

$$x_w^E(t) = E_w[x_w(t)], \quad (1)$$

$$x_w^I(t) = I_w[x_w(t)], \quad (2)$$

а система соотношений, определяющих внутренние условия допустимого производственного процесса отрасли, запишется в виде

$$W[x_w(t)] \leq 0, \quad (3)$$

где компоненты вектора W могут быть операторами или функционалами от основных переменных.

Внешние ограничения на возможное потребление ресурсов будут иметь форму

$$I_w'(x_w) \leq x_w^{I'}, \quad I_w' \subset I_w, \quad (4)$$

а требования к выпуску продукции

$$E_w'(x_w) \geq x_w^{E'}, \quad E_w' \subset E_w. \quad (5)$$

Производство, потребляемую отраслью n , будем называть средствами потребления, трактуя тем самым этот термин несколько расширенно. Роль производимой продукции будут играть различные виды труда.

Множество продуктов отрасли w , поставляемых в отрасли, предшествующие на данном этапе, обозначим E_w' , в остальные — E_w'' ; наоборот, номенклатуру потребляемых продуктов, идущих от последующих отраслей, будем обозначать I_w' , от остальных — I_w'' . Объемы производства и потребления соответствующих продуктов будут $x_w^{E'}(t)$, $x_w^{E''}(t)$, $x_w^{I'}(t)$ и $x_w^{I''}(t)$.

Исходную точку процесса должен составить некоторый план производства, определяющий величины $x_0^{E_w}(t)$ и $x_0^{I_w}(t)$. В результате каждого j -го цикла итераций получают исправленные значения $x_j^{E_w}(t)$ и $x_j^{I_w}(t)$. Ими определяются также величины $x_j^{E_w'}(t)$ и т. д. Достаточно описать теперь $(j+1)$ -й цикл. В соответствии со сказанным рассмотрим отдельно циклы нечетного и четного типа. Мы увидим, что первый из них соответствует в основном постановке отраслевых задач на максимум полезного эффекта при заданных ресурсах, второй — минимизации затрат при заданном плане производства. Затем обсудим возможные модификации, приводящие, в частности, к постановке задач на максимум прибыли.

Каждый цикл начинается оптимизацией отрасли n . Оптимальная задача имеет вид

$$U[x_n(t)] \rightarrow \max, \quad (6a)$$

$$E_n[x_n(t)] \geq x_j^{En}(t), \quad (6б)$$

$$I_n[x_n(t)] \leq x_j^{In}(t), \quad (6в)$$

$$H[x_n(t)] \leq 0. \quad (6г)$$

Ограничения (6б) требуют обеспечения трудовых затрат разных видов в количествах, не меньших x_j^{En} . Условия (6в) ограничивают расходы средств потребления достижимым уровнем их производства x_j^{In} , (6г) — внутренние ограничения отрасли. В результате оптимизации получаем: 1) $x_{nj'}(t)$ *, на основании которых вычисляются $x_j^{En}(t) = E_n[x_{nj'}(t)]$ и $x_j^{In} = I_n[x_{nj'}(t)]$; 2) оценки ограничений $\bar{c}_j^{En}(t)$ и $\bar{c}_j^{In}(t)$. Оценки $\bar{c}_j^{In}(t)$ определяют ценность различных средств потребления с точки зрения приращения критерия U (при увеличении соответствующих поставок); они неотрицательны. Величины же $\bar{c}_j^{En}(t)$ измеряют приращение критерия при повышении потребности в различных видах труда. Так как при этом критериальная величина может только уменьшиться, оценки $\bar{c}_j^{En}(t)$ являются, очевидно, неположительными. Введем поэтому наряду с ними отрицательные величины

$$c_j^{En}(t) = -\bar{c}_j^{En}(t), \quad (7)$$

которые можно рассматривать как оценки «тяжести» соответствующих видов труда; они показывают, какой выигрыш по критерию U можно было бы получить, если бы удалось на единицу сократить потребность в данном виде труда. Тем самым они дают возможность соизмерить эффекты от высвобождения людей от тех или иных нежелательных видов труда или чрезмерных количеств его. Если ставить в качестве одной из частных целей оптимизации сокращение трудовых затрат, то именно эти величины должны быть приняты их измерителями.

Следует заметить вместе с тем, что неположительность оценок ограничений (6б) не означает, что в интересах общей оптимизации следовало бы добиваться снижения потребности в труде до нуля. Поскольку многие виды труда имеют самостоятельную потребительную ценность, соответствующие затраты должны непосредственно входить в критерий оптимальности. Тогда оптимум может достигаться в точке, где многие из ограничений (6б) не насыщены, т. е. оценки равны нулю, хотя правые части положительны. Дальнейшее снижение последних уже не имеет смысла.

Далее на первом этапе нечетного цикла перейдем к оптимизации отрасли n . Потребление средств производства остается на прежнем уровне и ставится задача такой внутренней перестройки, чтобы выпуск средств потребления максимизировал критерий U . Поскольку оценки различных средств потребления с точки зрения этого критерия теперь определены, поставленная задача может быть формализована в виде

$$U_n = \int_0^T c_j^{En}(t) x_j^{En}(t) dt \rightarrow \max, \quad (8a)$$

$$E''_n[x_n(t)] \geq x_j^{E''_n}, \quad (8б)$$

$$I_n[x_n(t)] \leq x_j^{In}(t), \quad (8в)$$

$$L[x_n(t)] \leq 0. \quad (8г)$$

* Индексом j' обозначаются результаты первого этапа $(j+1)$ -го цикла итераций.

Результаты оптимизации содержат или позволяют вычислить прежде всего $x_j^{E_n}(t)$ и $c_j^{I_n}(t)$.

Далее цикл оптимизаций продолжается по цепи отраслей (рис. 3) аналогичным образом. Выпишем постановку оптимальной задачи для произвольной отрасли w

$$U_w = \int_0^T c_j^{E'_w}(t) E'_w[x_w(t)] dt, \quad (9a)$$

$$E_w''[x_w(t)] \geq x_j^{E''_w}(t), \quad (9б)$$

$$I_w[x_w(t)] \leq x_j^{I_w}(t), \quad (9в)$$

$$W[x_w(t)] \leq 0. \quad (9г)$$

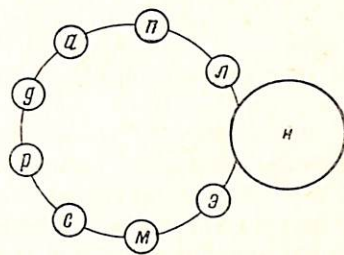


Рис. 3

Ограничения (8б) и (9б) возникают потому, что продукция отрасли w поставляется, вообще, не только отраслям w' , в которых уже прошла оптимизация на данном этапе итераций — предшествующим, но и прочим — w'' . Например, отрасль n (первичная переработка) поставляет свою продукцию не только $л$, но и строительству $с$ и машиностроению $м$. Эти поставки, обозначенные E_w'' (соответствующий оператор E_w''), не могут быть вовлечены в процесс оптимизации отрасли, так как оценок значимости их для соответствующих отраслей-потребителей с позиций общих интересов хозяйства пока нет. Поэтому такие поставки фиксируются на данном этапе на уровне предыдущего цикла итераций. Лишь при возвратном движении на втором этапе данного цикла эта ограниченность постановки будет снята. Такое положение особенно характерно для оптимизации связующих отраслей ($n, л, р$; последняя оптимизация означает оптимальное распределение природных ресурсов, например, земель между сельским хозяйством, добывающими отраслями и строительством), а также и универсальных — $с, м, з$ как это видно при сопоставлении рис. 1 и 2. Однако по мере продвижения к концу этапа объем фиксированных поставок будет сокращаться, поскольку все большее число отраслей-потребителей получат оценки продукции данной отрасли. Так, строительство на первом этапе цикла сможет взвесить эффективность направления своих мощностей и усилий лишь в отрасли первичной цепи. А перед оптимизацией энергетики будут иметься оценки энергии во всех хозяйственных отраслях. Распределение ее будет содержать только один фиксированный элемент — поставки на бытовые нужды.

Теперь возвращаемся к отрасли n , оптимизация которой образует поворотный пункт от первого ко второму этапу данного цикла. Если в исходной точке рассмотренной цепи оптимизаций отрасль n выступала как конечный потребитель, то теперь на нее следует смотреть как на поставщика различных видов труда. Оценки их с точки зрения потребительского эффекта получены всеми отраслями. Обозначим весь вектор этих оценок $c_j^{E_n}(t)$. С другой стороны, оценки «тяжести» тех же видов труда $c_j^{I_n}(t)$ были получены в результате исходной оптимизации данного цикла. Те и другие являются оценками труда, рассматриваемыми с разных сторон одного и того же критерия оптимальности $U[x_n(t)]$. Первые измеряют его приращение в результате увеличения поставок предметов потребления, вторые — в результате снижения затрат труда. Следовательно, полная оценка труда должна быть принята равной

$$c_{j+1}^{E_n} = c_j^{I_n} - c_j^{E_n}. \quad (10)$$

Смысл промежуточной оптимизации отрасли n теперь, очевидно, можно определить как такие изменения в подготовке кадров и распределении ли-

митов труда между отраслями, при которых достижение роста потребления взвешивалось бы с необходимым для этого увеличением общей «тяжести» труда — под углом зрения максимизации общего приращения величины U

$$U_n = \int_0^T c_{j+1}^{E_n}(t) E_n[x_n(t)] dt \rightarrow \max, \quad (11a)$$

$$I_n[x_n(t)] \leq x_{j'}^{I_n}, \quad (11б)$$

$$H[x_n(t)] \leq 0. \quad (11в)$$

Правую часть ограничений (11б) составляют скорректированные в ходе первого этапа поставки средств потребления.

В выражениях (10) и (11) наглядно проявляются две стороны труда: непосредственная, обусловленная прямым влиянием трудовой деятельности на жизненный процесс людей — «тяжесть» труда, и опосредствованная, связанная с его ролью в производстве средств потребления — *производительная сила* труда. Соотношение (10) позволяет соизмерить оба эти момента при определении общей оценки труда данного вида. Можно считать, что величины $c_{j+1}^{E_n}$ осуществляют редукцию труда в конкретных условиях данного этапа развития производства. Это нужно понимать в том смысле, что для достижения максимально эффективной системы подготовки и использования кадров различные виды труда должны взвешиваться с помощью именно этих коэффициентов (их можно назвать *коэффициентами редукции*), как это и сделано в (11а). Оптимизация (11) позволяет определить скорректированное воспроизводство и распределение трудовых ресурсов $x_{j+1}^{E_n}(t)$ и уточненные оценки средств потребления $c_{j+1}^{I_n}(t)$.

Далее оптимизации отраслей должны следовать в обратном порядке по сравнению с первым этапом. Оценки продукции каждой отрасли теперь будут иметься уже у всех потребителей, причем те отрасли, поставки в которые прежде фиксировались, теперь смогут сообщить поставщикам улучшенные оценки соответствующей продукции, основанные на полной (без фиксированных компонент) оптимизации своей структуры. Таким образом, эти поставки могут быть теперь сравнены по эффективности с поставками в предшествовавшие на первом этапе отрасли, что вообще повлечет за собой корректировку в общих объемах и распределении их всех. Отрасли, расположенные ближе к исходной точке первого этапа и вынужденные поэтому в ходе этого этапа принимать как заданные объемы поставок в последующие отрасли, на втором этапе будут, напротив, обладать наиболее достоверной информацией о сравнительной ценности своей продукции у разных потребителей и ресурсах, которыми они могут в действительности располагать. Следовательно, осциллирующая организация цикла итераций позволяет в значительной степени скомпенсировать неравноправность расположения отраслей в цепи последовательных оптимизаций.

Оптимальная задача для отрасли w на втором этапе имеет вид T

$$U_w = \int_0^T (c_{j+1}^{E'_w} E'_w[x_w(t)] + c_j^{E''_w} E''_w[x_w(t)]) dt, \quad (12a)$$

$$I'_w[x_w(t)] \leq x_{j'}^{I'_w}(t), \quad (12б)$$

$$I''_w[x_w(t)] \leq x_{j+1}^{I''_w}(t), \quad (12в)$$

$$W[x_w(t)] \leq 0. \quad (12г)$$

Ограничения (12б) относятся к поставкам в рассматриваемую отрасль со стороны последующих на данном этапе. Они соответствуют лимитам, найденным в ходе первого этапа. Условия же (12в) относятся к предшествующим отраслям и используют лимиты, рассчитанные уже в ходе второго этапа. Функционал (12а) содержит параметры, относящиеся ко всей номенклатуре производимой продукции. При этом оценки последней у предшествующих отраслей берутся на основании оптимизаций второго этапа, для последующих — по данным первого этапа.

Рассмотрим для примера строительство (отрасль c). Оптимизация (12) означает по отношению к нему следующее. Заданы поставки стройматериалов (из отрасли n), строительных машин (из m), оборудования (из той же отрасли m), а также лимиты труда и энергии (продукты отраслей n и $э$). Отраслям-потребителям известны эксплуатационные характеристики мощностей, предполагаемых к вводу, которые играют роль ограничений возможного расширения производства этих отраслей. Как правило, в результате оптимизаций могут быть получены оценки таких ограничений в форме функций от времени, характеризующих цену, которую отрасль согласна «уплатить» за ввод в действие соответствующего объекта в тот или иной момент времени. Отрасли же c должны быть известны характеристики строительно-монтажных работ, которые необходимо выполнить для ввода каждого из объектов. Задача заключается в таком использовании ресурсов, чтобы доход отрасли c (сумма оценок всех сданных объектов) был максимален.

Очевидно, эту задачу можно интерпретировать как построение наилучшего в условиях данной итерации плана капитального строительства, увязывающего потребности отраслей, оцененные с народнохозяйственной точки зрения, с возможностями строительной индустрии.

На этом примере видно, как центральные координирующие функции (в данном случае установление межотраслевых пропорций капитального строительства) могут осуществляться без специального центрального органа, в порядке планирования одной из отраслей, ответственной за производство и распределение соответствующей продукции или использование мощностей, имеющих универсальный характер.

Заметим теперь, что фиксация поставок в последующие на первом этапе отрасли необходима только на начальных циклах. Затем можно использовать оценки, полученные на предыдущих циклах. Тогда оптимальные задачи (9) и (12) для первого и второго этапов цикла примут идентичный вид, и различие будет состоять лишь в использовании в последнем случае скорректированных векторов оценок и натуральных лимитов. Вводя обозначения $c_1^{E_w}$ для вектора оценок всей продукции отрасли, полученных при последних оптимизациях (нечетного типа) отраслей-потребителей, независимо от того, осуществлены они в ходе данного цикла или предыдущего, и $x_1^{I_w}(t)$ — для вектора натуральных лимитов, полученных аналогичным образом при последних оптимизациях отраслей-поставщиков, можно дать общую запись отраслевой оптимальной задачи для нечетного цикла итераций

$$U_w' = \int_0^T c_1^{E_w} E_w[x_w(t)] dt \rightarrow \max,$$

$$I_w[x_w(t)] \leq x_1^{I_w}, \quad W[x_w(t)] \leq 0. \quad (13a)$$

Очевидно, смысл оптимизации здесь состоит в максимизации полезности (измеряемой доходом) продукции отрасли при заданных ресурсах. Однако ориентация на согласующий итеративный процесс: 1) освобождает

отрасль от исследования потребительских свойств продукции и определения коэффициентов взаимозаменяемости; роль их с гораздо большим успехом и степенью общности играют индивидуальные оценки продукции у потребителей; 2) показывает происхождение как оценок, так и натуральных лимитов; они определяются при аналогичных оптимизациях смежных отраслей; 3) подчеркивает невозможность обоснованной формулировки «окончательной» задачи оптимизации отрасли как изолированной системы; постановка (13а) содержит параметры $c_1^{E_w}$ и $x_1^{I_w}$, подлежащие корректровке, в частности на основе результатов оптимизации данной отрасли.

На следующем, четном, цикле итераций порядок действий должен быть в известном смысле обратным. После оптимизации отрасли n в соответствии с (6) будем в первую очередь рассматривать ее не как потребителя, стремящегося к увеличению массы средств потребления, а как поставщика рабочей силы, стремящегося прежде всего к сокращению обязательных поставок ее. В соответствии с этим порядок оптимизации отраслей установим обратным тому, который имел место на нечетных циклах, а оптимальную задачу для отрасли сформулируем в виде

$$U_w^2 = \int_0^T c_2^{I_w} I_w[x_w(t)] dt \rightarrow \min, \quad E_w[x_w(t)] \geq x_2^{E_w}, \quad W[x_w(t)] \leq 0. \quad (13б)$$

Индексом 2 отмечается принадлежность к четному циклу итераций. Величины $c_2^{I_w}$ и $x_2^{E_w}$ имеют смысл, аналогичный соответствующим величинам в нечетном цикле. Согласно (13б), отраслям теперь устанавливаются планы производства, а минимизируются затраты. Оценки потребляемых ресурсов берутся по последним оптимизациям в отраслях-поставщиках данного или предыдущего четного цикла (на начальных этапах поставки от последующих отраслей должны фиксироваться в натуральном выражении).

В ходе четных циклов определяются, а затем систематически уточняются оценки всех продуктов и ресурсов, рассматриваемых с точки зрения той экономии труда, которую обеспечивает использование соответствующей единицы. Сам же труд соизмеряется при этом по оценкам $c_{j'}^{E_n}$, которые получаются при оптимизации отрасли n ; смысл их выяснен выше: они измеряют «тяжесть» труда.

Это имеет место и для средств потребления, все «трудоуые» оценки которых получаются в конце первого этапа четного цикла. Пусть эти оценки $c_{j''}^{I_n}$. Непосредственно потребительские оценки $c_{j'}^{I_n}$ средств потребления получаются одновременно с $c_{j''}^{E_n}$ в процессе исходной оптимизации отрасли n . Потребительские оценки $c_{j'}^{I_n}$ измеряют *полезность* средств потребления, т. е. приращение критерия U от непосредственного увеличения соответствующей поставки на единицу. Трудовые же оценки $c_{j''}^{I_n}$ — *затраты* на их производство; они получаются только в результате оптимизирующего продвижения через всю систему производства и показывают, какое увеличение труда (соизмеренного, как сказано выше, по оценкам $c_{j''}^{E_n}$) потребуется при данной организации производственного процесса для увеличения выпуска рассматриваемой продукции на единицу. Полное приращение критерия U при изменении плана производства, связанном с единичным увеличением потребления, будет измеряться величинами

$$I_n = c_{j'}^{I_n} - c_{j''}^{I_n}, \quad (14)$$

которые можно назвать коэффициентами *эффективности* средств потребления.

Промежуточная между первым и вторым этапами оптимизация отрасли n на четном цикле может быть интерпретирована как такая корректировка структуры потребления, при которой взвешиваются полезные эффекты средств потребления, с одной стороны, и необходимые затраты на их производство, с другой. В силу сказанного, объемы средств потребления должны в этих целях соизмеряться с помощью их коэффициентов эффективности. Следовательно, вид промежуточной оптимальной задачи для отрасли n будет

$$U_n^2 = \int_0^T c_{j+1}^n I_n [x_n(t)] dt, \quad E_n [x_n(t)] \geq x_j^{E_n}, \quad H [x_n(t)] \leq 0. \quad (15)$$

Оптимизация (13б) имеет смысл минимизации затрат для осуществления заданного плана производства. Видно, однако, что роль удельных затрат должны играть оценки плановых ограничений в отраслях-поставщиках. Они не могут быть получены иначе как в результате оптимизации последних. Это верно как по отношению к текущим, так и капитальным затратам. Методы калькуляции имеют смысл лишь при заданных планах производства и ряде ограничительных условий (отсутствие сопряженных производств, пренебрежение временными параметрами, важными в динамике, и др.). Они непригодны в общем случае, и в особенности для перспективного планирования, с существенными сдвигами в структуре производства. Оценки же дают общий метод определения затрат. Этот метод показывает вместе с тем, что такое определение не является окончательным, а подлежит корректировке вместе с планами данной и смежных отраслей.

Из изложенного ясно значение чередования циклов. Организация нечетного цикла направлена на систематическое выявление резервов отраслей по увеличению производства средств потребления, и лишь на промежуточной оптимизации отрасли n происходит корректировка трудового участия людей в производстве. Четный цикл основное внимание уделяет сокращению трудовых затрат и лишь на аналогичной промежуточной оптимизации производит возможное улучшение структуры потребления.

Этим подчеркивается двойная роль человека в производстве: как потребителя продукции и поставщика труда. Поскольку обе эти стороны важны для процессов жизнедеятельности и должны быть отражены в характеристике целевых установок общества, оптимизация производства не может иметь в виду или только рост потребления, или только экономии трудовых затрат. Игра лишь на одной струне не отвечает природе экономической системы. Рассмотрение «населения» как особого объекта оптимизации («отрасли»), связанной двояким образом с остальной системой производства, выявляет это обстоятельство с полной ясностью.

Одновременно обнаруживается природа и принципиальный метод получения коэффициентов, соизмеряющих разные виды потребительских благ и разные виды труда. При этом нужно различать, с одной стороны, максимизацию потребления или минимизацию труда хозяйственными отраслями (исходными здесь являются непосредственно оценки полезности средств потребления $c_1^{I_n}$ или тяжести труда $c_1^{B_n}$), с другой — оптимизацию их населением (в этом случае должны учитываться: для потребительских средств как полезность, так и затраты на изготовление $c_2^{I_n}$, а для различных видов труда — как их тяжесть, так и производительная

сила c_2^{En}). Определение последних величин путем оптимизирующего продвижения по всей системе производства позволяет найти оценку дополнительного фактора и тем самым результирующие оценки: коэффициенты эффективности потребительских благ

$$c^{In} = c_1^{In} - c_2^{In} \quad (14a)$$

и коэффициенты редукции труда

$$c^{En} = c_1^{En} - c_2^{En}. \quad (10a)$$

Если $c^{In} > 0$ ($c^{En} > 0$), то производство соответствующего продукта (подготовку и использование кадров) целесообразно расширять; если $c^{In} < 0$ ($c^{En} < 0$) — свертывать. В оптимуме нельзя добиться увеличения критериальной величины U . Так как внутренними ограничениями по потреблению можно пренебречь, то

$$c^{In} = 0 \text{ и } c_1^{In} = c_2^{In}. \quad (16)$$

Следовательно, расхождение потребительских и трудовых оценок благ является показателем необходимости дальнейших улучшений плана; в оптимальном же плане они совпадают: нельзя увеличить потребление, не проиграв столько же на увеличении необходимых трудовых затрат, и наоборот.

Некоторый недостаток описанного процесса состоит в излишней жесткости получающихся постановок отраслевых задач: натуральные лимиты устанавливаются на все потребляемые (или производимые) ресурсы. При недостаточном числе внутренних степеней свободы это может оказаться обременительным. Кроме того, для высоко универсальных ресурсов (металл, энергия, труд, метизы, прокат литейного, строительного, транспортного и другого оборудования) индивидуальные оценки могут сильно осциллировать, в то время, как общий баланс производства и потребления почти не изменяется. Для таких ресурсов целесообразно поэтому избрать другой метод балансировки: установить общую цену, по которой отрасли могут приобретать данный ресурс без ограничений, а если после оптимизаций обнаружится дефицит или избыточность его — скорректировать цену в соответствующем направлении.

Если множество таких ресурсов установлено, оптимальные отраслевые задачи должны будут включить соответствующие поставки не в виде ограничений, а всегда в качестве соответствующих слагаемых в функционале, положительных или отрицательных. Развивая такой подход, можно использовать описанный метод по отношению ко всем оборотным средствам производства, сохранив прежний алгоритм лишь для продукции строительства и машиностроения, определяющей развитие основных мощностей. При этом становится возможной параллельная оптимизация всех отраслей при фиксированных основных фондах. Получающийся в результате выигрыш в скорости важен, поскольку формирующаяся здесь часть оптимизационного процесса отвечает корректировке и согласованию *текущих* планов производства.

Включение в функционалы отраслевых задач членов, соответствующих выделенным продуктам и имеющих разные знаки, придает оптимальной задаче форму максимизации *прибыли*.

Возможны и другие модификации метода оптимизации.

Выше предметом рассмотрения был главным образом общий ход согласующего оптимального процесса. Теперь необходимо остановиться несколько подробнее на содержании отдельной итерации. Особенность оценок, используемых как основное орудие корректировки отраслевых планов, состоит в том, что они отражают локальную ситуацию вблизи найден-

ного оптимального решения. Между тем шаг, осуществляемый смежными отраслями, функционалы которых включают эти оценки, зависит от особенностей задачи и вовсе не всегда достаточно мал. Есть два способа преодоления этой трудности.

Первый состоит в осреднении планов, получаемых на последовательных итерациях. Если $x_w^j(t)$ — план отрасли w на j -й итерации, а $\bar{x}_w^{j+1}(t)$ — план, полученный при $(j+1)$ -й оптимизации, то в качестве плана на $(j+1)$ -й итерации принимается

$$x_w^{j+1}(t) = \left(1 - \frac{1}{j}\right)x_w^j + \frac{1}{j}\bar{x}_w^{j+1}. \quad (17)$$

Другими словами, план j -й итерации лишь смещается на $1/j$ -ю часть разности между ним и результатом новой оптимизации. Аналогичным образом осредняются оценки. В выпуклом случае такая методика обеспечивает неограниченное приближение к оптимуму. Отраслевые задачи, по-видимому, не удовлетворяют этому требованию. Поэтому здесь большое значение приобретает хорошее начальное приближение, а также подходы к оптимизации с различных возможных сторон (это учитывалось в описанном выше процессе). Приведенные ранее соображения позволяют надеяться на успех и в более общих предположениях. Однако теоретический анализ условий сходимости в этих случаях чрезвычайно сложен.

Второй путь состоит в определении зависимости оценок от объемов поставок. Для этого должны решаться соответствующие задачи параметрического программирования с переменными правыми частями ограничений.

Для реализации итеративной схемы описанного здесь типа необходимо преодоление ряда математических, вычислительных, технических и экспериментальных трудностей.

Мы здесь стремились подчеркнуть, однако, значительные методологические преимущества подхода. Именно с его помощью удастся обосновать и упростить постановку оптимальных отраслевых задач, показать природу их ограничений и критериальных параметров, а также выяснить механизм их систематической взаимной корректировки. В целом это позволяет яснее понять ограниченность изолированного подхода к отраслевой оптимизации. Отсюда в свою очередь вытекает, что дальнейшее существенное повышение эффективности оптимального отраслевого планирования связано с переходом к систематической межотраслевой координации постановок оптимальных задач и их параметров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. Данциг, Ф. Вольф. Алгоритмы разложения для задач линейного программирования. Математика, 1964, т. 8, № 1.
2. И. Корнаи, Т. Липтак. Планирование на двух уровнях. В сб. Применение математики в экономических исследованиях. Т. 3. М., «Мысль», 1965.
3. В. Г. Медницкий. О методе оптимального распределения плановых заданий в отрасли. В сб. Модели и методы оптимального планирования. М., ЦЭМИ АН СССР, 1966.
4. В. И. Данилов-Данильян. Итеративный алгоритм решения задачи об оптимальной загрузке оборудования для производства с использованием полуфабрикатов. В сб. [3].
5. В. И. Данилов-Данильян. Задачи большой размерности и итеративные методы оптимального планирования. В сб. [3].
6. В. А. Волконский. Модель оптимального планирования и взаимосвязи экономических показателей. М., «Наука», 1967.

Поступила в редакцию
28 XI 1968