

ЗАМЕТКИ И ПИСЬМА

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ ПОощРЕНИЯ

В. П. ХАЙКИН

(Харьков)

Экономико-математическое моделирование поощрительных систем * прежде всего связано с разработкой и исследованием функции поощрения.

Под функцией поощрения понимается математическая формула, выражающая связь между величиной поощрительных фондов (сумм), с одной стороны, и изменениями стимулируемого показателя, с другой. Функция поощрения (ф.п.) является важнейшей составной частью системы поощрения, основой ее механизма. Она вместе с ограниченными условиями системы (например, дополнительными условиями премирования) образует ее развернутую модель. В более узком смысле можно говорить о моделировании самих ф.п.

Моделирование ф.п. имеет целью, во-первых, проанализировать оптимальную стратегию предприятий ** и выбрать такую функцию, при которой оптимум предприятия совпадал бы в наибольшей степени с интересами государства. В этом смысле можно рассматривать поиск оптимальной ф.п. как оптимизацию стратегии управления на основе системы поощрения. Во-вторых, моделирование ф.п. позволяет найти способы расчета параметров этих функций, наиболее соответствующих поставленным задачам.

В самом общем виде функция поощрения может быть представлена выражением $Y = f(X)$, где Y — поощрение, а X — стимулируемый показатель. В процессе моделирования происходит конкретизация этого общего выражения, в частности, выбирается форма функции и рассчитываются ее параметры. При этом определяющим для обоснования тех или иных моделей ф.п. является назначение самих функций, их место в общей системе стимулирования.

По-разному решается, например, этот вопрос при выборе ф.п. для основного и дополнительного поощрения, для различных внешних и внутренних условий действия системы и т. д. Но если такие условия известны (а они предполагаются известными на стадии конструирования системы поощрений), решающее значение приобретают свойства самой функции.

Вполне понятно, что для успешного решения практических вопросов разработки поощрительных систем необходимо заранее всесторонне исследовать различные типы ф.п. Имея набор таких функций-моделей, можно будет использовать те из них, которые по своим свойствам более всего подходят для создаваемой системы материального стимулирования. Иначе говоря, предварительное моделирование групп ф.п. и определение для каждой из них оптимальной стратегии предприятия значительно ускорит процесс конструирования поощрительных систем и позволит существенно ограничить количество неправильных решений или вообще избежать их.

Рассмотрим в этой связи свойства линейно-логарифмической функции поощрения $Y_k = a(X_k - X_{k-1}) + b \lg(X_k - c)$, где k — порядковый номер периода (год,

* Здесь и далее, кроме особо отмеченных случаев, мы рассматриваем поощрение предприятий, хотя с некоторыми оговорками эти рассуждения можно отнести и к поощрению внутризаводских подразделений. При этом изменяются стимулируемые показатели, содержание поощрения, понятие стимулируемого коллектива (вместо завода, — цех или отдел), стимулирующей организации (вместо общества в целом, — предприятие), их права и обязанности, но сущность проблемы остается той же: анализ стратегии коллектива в условиях действия системы поощрений.

** Под оптимальной стратегией коллектива предприятия мы понимаем здесь его стратегию, направленную на получение наибольшего поощрения. В действительности на формирование поведения коллективов предприятия влияют и многие другие факторы, в первую очередь народнохозяйственный и отраслевые планы, указания министерств и ведомств, действие морального фактора и т. д. Но в целях чистоты анализа систем материального поощрения мы исходим здесь только из влияния фактора материальной заинтересованности, в частности, из стремления коллектива получить наибольшее поощрение.

месяц и т. д.), за который начисляется поощрение, Y_k — величина поощрения, причитающаяся в k -м периоде, X_k и X_{k-1} — величины стимулируемого показателя соответственно в k -м и предшествующем ему периодах; наконец, a , b и c — численные параметры функции, причем положительные a и b соответствуют общепринятому понятию нормативов поощрения, а параметр c связан с особенностями принятой формы ф.п.

Одним из свойств приведенной ф.п. является одновременное поощрение прироста стимулируемого показателя и увеличения его абсолютного уровня. Первое достигается слагаемым функции $a(X_k - X_{k-1})$, второе — величиной $b \lg(X_k - c)$. Это способствует повышению заинтересованности коллектива трудящихся как в разработке длительно действующих, но в то же время требующих больших усилий крупных мероприятий по увеличению стимулируемого показателя, так и в его повседневных небольших, но непрерывных приростах.

Следующее свойство рассматриваемой ф.п. — возрастание поощрения за увеличение стимулируемого показателя по логарифмической кривой. Это означает, что повышение абсолютных размеров поощрения за уровень по мере его роста сопровождается относительным снижением доли данного коллектива в созданном им эффекте и повышением доли общества в целом. Такой порядок поощрения позволяет сочетать постоянную заинтересованность коллективов в повышении эффективности их труда с обеспечением интересов государства или всего предприятия и недопущением чрезмерного «обогащения» отдельных коллективов вследствие неправомерного увеличения стимулируемого показателя (например, за счет просчетов в ценообразовании и других причин).

Нетрудно убедиться, что логарифмическая функция удовлетворяет сформулированным только что условиям. Так как величина параметра b больше нуля, всякое увеличение стимулируемого показателя X влечет за собой увеличение поощрения Y , но, как правило, в меньшей степени. Ведь росту чисел в геометрической прогрессии соответствует изменение их логарифмов только в арифметической прогрессии.

Поскольку функция $Y = b \lg(X - c)$ обеспечивает, как правило, рост абсолютного размера поощрений с увеличением стимулируемого показателя при одновременном падении доли предприятия в создаваемых накоплениях и повышении доли государства, она может быть взята за основу построения шкалы поощрений.

Параметр b функции соответствует нормативу поощрения, но не за единицу стимулируемого показателя, а за его логарифм. Он предназначен для привязки абсолютной величины поощрения к размерам стимулируемого показателя, и если, например, при прочих равных условиях будет необходимо увеличить сумму поощрения, выплачиваемого по системе на 20%, то это легко достигается умножением параметра b на коэффициент 1,20.

Роль параметра a несколько иная. Он вводится в связи с тем, что в большинстве случаев нормальные значения стимулируемого показателя намного выше единицы, а логарифмическая функция обеспечивает крутой взлет кривой поощрения непосредственно у значений X , близких к единице. С возрастанием величины X происходит все более пологое ее увеличение. Это соответствует такому положению, при котором стимулирование особенно велико при малых значениях поощряемого показателя и падает при его возрастании.

Мы специально подобрали эту форму ф.п. кривой, как наиболее подходящую для поставленных целей. Но весь вопрос в том, на каком уровне прекращается усиленное поощрение роста стимулируемого показателя. Если этот уровень очень низок, намного ниже нормальных значений X , усиленное поощрение в начале кривой практически не будет ощущаться, так как такой величины стимулируемого показателя ни у одного предприятия не будет.

Следовательно, необходимо соизмерить изгиб кривой поощрения со сложившимся (нормальным) уровнем стимулируемого показателя. Эта задача решается путем введения в аналитическую форму кривой параметра c . Уменьшая величину логарифмической части, мы тем самым передвигаем кривую поощрения; в частности ее крутовосходящий отрезок слева направо ближе к действительным колебаниям стимулируемого показателя. Степень этого передвижения и определяется величиной параметра c . Чем он больше, тем дальше вправо отклоняется кривая и тем большее число предприятий сможет воспользоваться усиленной величиной поощрения, т. е. тем выше стимулирующее значение кривой.

Рассматриваемая функция поощрения предусматривает двухстороннее действие норматива поощрения за прирост. Если $X_k > X_{k-1}$, в дополнение к поощрению за уровень начисляется также поощрение за прирост в размере a единиц каждой единицы прироста, если же $X_k < X_{k-1}$, т. е. произошло снижение уровня по сравнению с прошлым периодом, то в тех же размерах происходит уменьшение общей суммы поощрения. Это ограждает общество от возможной стратегии коллектива по чередованию положительных и отрицательных приростов в целях получения большей массы поощрения при среднем неизменном уровне работы (возможность такой стратегии кроется, например, в одностороннем поощрении за прирост, т. е. в отсутствии

штрафов за отрицательные приросты). Предупреждению стратегии чередований служит и поощрение за абсолютную, а не относительную величину прироста.

Для иллюстрации высказанных положений рассмотрим следующий пример. Два предприятия имели в базисном году одинаковые уровни стимулируемого показателя (примем их за 100) и одинаковые нормативы поощрения за прирост (для простоты норматив приравняем единице), но затем работали по-разному. Первое систематически наращивало величину стимулируемого показателя, достигнув 105 в первом и 110 в следующем году, второе вначале допустило его снижение до 90, а затем несколько

Таблица 1

Анализ стратегии поощрения за прирост стимулируемого показателя

Показатели	1-е предприятие	2-е предприятие
Уровень стимулируемого показателя:		
базисный год	100	100
первый год	105	90
второй год	110	105
а) одностороннее поощрение за абсолютный прирост:		
за первый год	5	—
за второй год	5	15
Итого за два года	10	15
б) Двухстороннее поощрение за абсолютный прирост:		
за первый год	5	—10
за второй год	5	15
Итого за два года	10	5
в) Одностороннее поощрение за относительный прирост:		
за первый год	5,0	—
за второй год	4,8	16,7
Итого за два года	9,8	16,7
г) Двухстороннее поощрение за относительный прирост:		
за первый год	5,0	—10,0
за второй год	4,8	16,7
Итого за два года	9,8	6,7

выправило положение и довело до 105. Рассмотрим теперь размеры поощрения предприятий при разных системах стимулирования приростов: а) плата за абсолютный прирост при одностороннем поощрении (т. е. начисляется поощрение только при положительном приросте, а при отрицательном приросте предприятие не поощряется, но и не штрафуются); б) то же при двухстороннем поощрении; в) плата за относительный прирост при одностороннем поощрении; г) то же при двухстороннем поощрении. Все расчеты сведены в табл. 1.

Сравнение размеров полученных поощрений показывает, что при одностороннем поощрении за прирост большую сумму получает то предприятие, которое работало неритмично, попеременно то ухудшая, то улучшая показатели своей работы. Следовательно, объективно именно такая стратегия будет оптимальной для предприятия в условиях односторонней системы поощрений за прирост. При этом предприятие получит большую сумму поощрения за меньшие результаты, а хорошо работающие коллективы будут поставлены в невыгодные условия.

Оптимальной для общества явится, очевидно, двухсторонняя система поощрений, при которой максимальный для общества эффект сопровождается и наибольшей величиной поощрения. Здесь оптимальной стратегией предприятия будет получение наибольшего суммарного эффекта, что выгодно также и обществу.

Из таблицы также видно, что введение принципа поощрения относительных приростов ухудшает характеристики системы.

При одностороннем поощрении увеличивается разница в пользу плохо работающих коллективов, а при двухстороннем — хорошо работающие теряют преимущество.

Анализ рассматриваемой ф.л. позволяет сделать и некоторые более общие выводы относительно оптимальной стратегии предприятия в условиях действия основанной на ней системы стимулирования.

Первый из них обобщает проведенный ранее анализ и показывает, что коллектив предприятия заинтересован в неограниченном увеличении стимулируемого показателя, так как при этом неограниченно возрастает также получаемое им поощрение. Это вытекает из того, что любое увеличение X_k приводит к возрастанию поощрения Y_k за счет обеих его составных частей.

Второй вывод касается сроков использования имеющихся на предприятии резервов. Поощрение по функции $Y_k = a(X_k - X_{k-1}) + b \lg(X_k - c)$ заинтересовывает предприятие в возможно раннем использовании резервов.

Действительно, если известные резервы производства позволяют довести уровень стимулируемого показателя до некоторой величины, то это выгодно сделать как можно раньше. Плата за уровень при этом сразу же увеличивается и затем будет сохраняться, а плата за прирост по абсолютным размерам хотя и не изменится, но коллектив получит ее раньше. Это последнее обстоятельство нельзя недооценивать или недооценивать: мы предпочитаем синицу в руках, чем журавля в небе.

С фактором времени связана и третья черта оптимальной стратегии предприятия. Только что мы показали, что оптимальна для предприятия та стратегия, которая обеспечивает достижение им фиксированного уровня стимулируемого показателя в возможно ранний срок.

Теперь рассмотрим другую ситуацию. Пусть фиксирован уже не единичный, а суммарный уровень стимулируемого показателя, который может быть достигнут в течение какого-либо большого периода. Скажем, предприятие может в течение года получить определенную массу прибыли и речь идет о том, как распределить ее по месяцам: равномерно, неравномерно, с нарастанием, с убыванием и т. д. При анализе поощрения за прирост мы видели, что разные системы поощрения могут стимулировать разное распределение усилия в течение более или менее длительного периода хозяйствования.

Построение более сложной динамической модели поощрения, охватывающей несколько малых периодов, позволяет сделать вывод, что в рассматриваемой ситуации оптимальной для предприятия будет такая стратегия, при которой фиксированный суммарный уровень распределится как можно более равномерно по всем подпериодам, составляющим большой период. Например, годовой объем прибыли будет выделен (с точки зрения получения поощрительных фондов) распределить по месяцам и кварталам равномерно, а не так, чтобы в одном месяце прибыли была намного больше, чем в другом, и наоборот. Поскольку трудно ожидать, что эффективность производства, точнее, производственный эффект, будет получен целиком в начале рассматриваемого большого периода, то такая стратегия коллектива совпадает с интересами всего общества, заинтересованного в возможно более раннем повышении эффективности.

Расчет параметров ф.л. должен опираться на некоторые объективные принципы, основанные на соотношениях, сознательно закладываемых в систему поощрений. Для рассмотренной основной ф.л. таких соотношений может быть предложено два. Первое касается соизмерения размера максимальной дифференциации стимулируемого показателя и размера величины поощрения в течение большого периода (например, пятилетия), на который разрабатывается система поощрения. Если обозначить величину стимулируемого показателя за малый (оценочный) период (например, год), непосредственно предшествующий рассматриваемому большому периоду, через X_0 , такую же величину за первый малый период большого периода (т. е. первый год пятилетия) — через X_1 , и за последний его малый период (последний год пятилетия) — через X_n , размеры поощрения за первый (малый) период — через B_1 и за последний (завершающий) период — через B_n , а среднюю величину прироста стимулируемого показателя в относительных величинах (т. е. как индекс минус единица — через $\bar{p}$, то первое соотношение может быть записано: $B_1 = a\bar{p}X_0 + b \lg(X_0 + \bar{p}X_0 - c)$, $B_n = aX_n\bar{p} / (1 + \bar{p}) + b \lg(X_n - c)$.

Второе условие относится к соизмерению поощрения за прирост и поощрения за уровень. Поощрение за прирост представляет собой, по существу, аванс в счет повышенной платы за увеличивающийся уровень в будущем, что позволяет сопоставить эти две величины. Пусть плата за прирост (аванс) должна равняться сумме приростов платежей за уровень в течение последующих n малых периодов, включая и период, в котором осуществлен прирост. В таком случае это требование может быть выражено уравнениями $a\bar{p}X_0 = n b \lg(X_0 + \bar{p}X_0 - c) - \lg(X_0 - c)$.

Поскольку уравнений три, а неизвестных (параметров функции) тоже три (a , b , c), то параметры могут быть найдены путем решения системы.

Здесь необходимо оговорить два обстоятельства. Во-первых, трудно выбрать исходные значения величин B_1 , B_2 , $\bar{p}$ и n . При этом могут быть приняты во внимание общеэкономические соображения о соотношении темпов роста эффективности работы и материального поощрения, о нормативном сроке окупаемости капиталовложений и др. Второе затруднение связано с математической стороной задачи: параметры a и b легко выражаются через известные величины и параметр c , но последний находится из логарифмического уравнения итерационным путем.

Параметры могут находиться для процентных значений величин B и X (т. е. при $B_1 = 100$ и $X_1 = 100$), а затем пересчитаны уже для конкретных базовых значений поощрения и стимулируемого показателя.

В качестве примера использования линейно-логарифмической функции как основы построения системы поощрений рассмотрим систему начисления поощрительных фондов основных цехов Харьковского тракторного завода им. Орджоникидзе в зависимости от рентабельности работы.

Таблица 2

Шкала поощрения за рентабельность производства

Уровень рентабельности, % к нормативной величине	Поощрение в % к нормативному фонду материального поощрения	
	твердая величина	за 1% сверх нижнего предела
До 80	—	0,31
80—100	25,0	0,25
100—110	30,0	0,17
110—120	31,7	0,13
120—150	33,0	0,10
150—200	36,0	0,08
200—300	40,0	0,04
300 и более	44,0	0,03

Функция поощрения в цифровом выражении имеет вид: $Y_k = 0,84(X_k - X_{k-1}) + 17,4 \lg(X_k - 47)$, где k — номер планового периода, X — рентабельность в процентах к базисной, Y — поощрение в процентах к нормативному фонду. За 100% принята его величина, которая причиталась бы цеху при старых условиях за выполнение планового задания (из них 60% отведено на поощрение за выпуск продукции и 40% — за рентабельность), таким образом, функция рассчитывалась при $B_1 = 40$.

Кривая поощрений поднимается круто на участке рентабельности до 100% к нормативной, а затем становится все более пологой. Это значит, что на первом этапе развития до достижения нормативной величины повышение рентабельности поощряется особо сильно, после же достижения ею уровня 100% от норматива стимулирование существенно, но плавно снижается.

Кривая удовлетворяет в основном всем поставленным ранее условиям. Она обеспечивает рост абсолютного размера отчислений по мере увеличения рентабельности, с уменьшением рентабельности величина поощрения доходит до нуля. В то же время кривая не связывает непосредственно прекращение права на поощрение с началом нерентабельности работы, графическим выражением чего было бы прохождение ее через точку (0, 0). При данной форме зависимости это вообще невозможно, так как логарифм нуля равен $-\infty$. Другой недостаток кривой, затрудняющий ее использование, состоит в том, что определить размер поощрения по графику или с помощью формул на практике неудобно.

Оба затруднения могут быть преодолены путем построения шкалы поощрений, геометрической интерпретацией которой является ломаная линия. Все отрезки ломаной, кроме крайних, вписаны в кривую, начальный отрезок начинается в точке (0, 0), а последний пересекает кривую и выходит за ее пределы.

Удобство использования ломаной линии состоит в том, что на каждом ее отрезке поощрение является линейной функцией рентабельности: $Y^+ = a^1 + b^1 X^1$, где Y^+ — размер поощрения; a^1 — поощрение, причитающееся за достижение нижней границы интервала рентабельности (замечим, что все точки a^1 за исключением первого интервала лежат на кривой; для первого интервала $a = 0$); b^1 — норматив поощрения за рентабельность, полученного сверх нижней границы данного интервала; X^1 — рентабельность (в процентах к нормативной), полученная сверх ближайшей нижней границы интервала рентабельности.

Шкала поощрений, построенная по этому принципу, приведена в табл. 2.

Использование шкалы никаких затруднений не вызывает. Если, например, фактическая рентабельность составила 105% к нормативной, то поощрение исчисляется в таком размере: твердая величина при интервале 100—110 составляет 30,0, а за каждый процент сверх нижней его границы 100 начисляется дополнительно по 0,17, т. е. $0,17 \cdot 5 = 0,85\%$, итого 30,85%.

Шкала составлена с таким расчетом, чтобы в случае равенства рентабельности одной из границ интервала поощрение было одинаковым при начислении его по любому из интервалов. Пусть, например, рентабельность составляет 120% к нормативу. Тогда при начислении поощрения по интервалу 110—120 оно составит: $31,7 + 0,13 \cdot 10 = 33,0$. То же число получаем при начислении по интервалу 120—150.

Приведенная шкала является универсальной в том смысле, что она пригодна для любой фактической рентабельности. Чтобы приспособить ее для определенного цеха

следует пересчитать первый и третий столбцы таблицы в соответствии с уровнем рентабельности, принятым данным цехом за базисный.

Рассматриваемая ф.п. отрывает размер поощрения от уровня плана по стимулируемому показателю, что обеспечивает заинтересованность коллектива предприятий (его подразделений) в разработке напряженных и в то же время реальных планов. Чтобы усилить эту заинтересованность, особенно в условиях стимулирования показателей, основанных на прибыли, может быть предложена система штрафов за недостаточную реальность плана, проявляющуюся в его невыполнении, и недостаточную напряженность плана, о которой свидетельствует его перевыполнение.

Дополнительные правила поощрения могут быть сформулированы следующим образом. Если по условиям фактического выполнения коллективу причитается поощрительный фонд, меньший, чем по плану, то он дополнительно сокращается на w_1 разницы между ними. Если же за фактическое выполнение причитается более высокий фонд, чем плановый, то сумма превышения снижается на w_2 . В последнем случае имеет место относительное уменьшение поощрения при абсолютном его росте по сравнению с плановым, в первом же уменьшение также и абсолютно.

Функции поощрения, соответствующие этим дополнительным правилам, имеют следующий вид: $D_{\text{невып}} = D_{\phi} - (D_{\pi} - D_{\phi})w_1$ и $D_{\text{перев}} = D_{\phi} - (D_{\phi} - D_{\pi})w_2$, где $D_{\text{невып}}$ и $D_{\text{перев}}$ — соответственно поощрение при невыполнении и перевыполнении плана; D_{π} и D_{ϕ} — плановый и причитающийся за фактическое выполнение уровни поощрения; штрафы w_1 и w_2 выражены в виде относительных величин.

При расчете штрафов за нереальность и недостаточную напряженность планов важны не столько размеры этих штрафов (хотя и в этом случае существуют определенные границы: штраф за недостаточную напряженность плана w_1 не должен быть равен единице или близок к ней, так как в таком случае отсутствовали бы стимулы не только к снижению, но и к перевыполнению планов), сколько их соотношение. Можно показать, что соотношение штрафов при рассмотренной основной ф.п., как

правило, определяется из выражения: $w_1/w_2 = 1 / \int_g^e p(\phi) d\phi - 1$, где ϕ — фактическое выполнение стимулируемого показателя; $p(\phi)$ — функция его распределения; g — наименьшее возможное значение фактического выполнения; e — плановый уровень стимулируемого показателя, наиболее желательный с точки зрения государства (или предприятия при внутризаводском планировании).

Если штрафы будут определены на основе приведенного соотношения, то экономически наиболее выгодным при данной системе поощрений окажется для коллектива предприятия (его подразделения) план на уровне e . Величину e можно подобрать с таким расчетом, чтобы она несколько превышала наиболее вероятную ожидаемую коллективом величину стимулируемого показателя. Тогда действие организующей силы плана приведет к тому, что эта ожидаемая величина окажется превзойденной [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. В. П. Хайкин. Выполнение плана и система поощрений. Научн. доклады высш. школы. Экон. науки, 1966, № 5.

Поступила в редакцию
4 VIII 1967

ОБ ОЦЕНКЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И УПРАВЛЕНИЮ ПРОИЗВОДСТВОМ *

М. Г. ЗАВЕЛЬСКИЙ, Л. Е. ПОЧИНЩИКОВ

(Москва)

Цель данной статьи — теоретическая разработка метода косвенной оценки деятельности по планированию и управлению на разных уровнях народного хозяйства.

Содержанием управления является целенаправленная деятельность по организации людей и средств производства, которая проявляется в сборе, накоплении, хранении и переработке информации. Задача управления на уровне предприятия — организация взаимодействия отдельных работников и их групп между собой и со средствами производства, а на последующих ступенях — организация некоторой эконо-

* В порядке постановки вопроса.