

КЛАССИФИКАЦИЯ ТИПОВ ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОГРЕССА И АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ТРАЕКТОРИИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА

(макроэкономический аспект)

С. ГОМУЛКА, А. КИЛОЗИ

(Польша, Италия)

1. ВВЕДЕНИЕ

Одна из трудностей, встречающихся при изучении теории экономического роста, состоит в разнородности классификаций типов технического прогресса, в неясности их взаимосвязи и воздействия на структуру модели роста. Ставшие уже классическими группировки Харрода и Хикса, взаимоотношения между которыми до настоящего времени еще недостаточно изучены, касаются обособившихся за последние годы новых типов технического прогресса; такое обособление основано на дифференциации «физических» и «эффективных» ресурсов по меньшей мере одного из факторов производства. Кроме того, несколько лет назад Калецкий ввел еще одну классификацию, приспособленную прежде всего к исследованию социалистической экономики.

Цель настоящей работы — дать обзор различаемых в настоящее время типов технического прогресса, изучить их взаимосвязи, а затем наметить асимптотические траектории экономического роста (в зависимости от типа). К важнейшим результатам работы относится доказательство эквивалентности классификации Харрода и повсеместно применяемой в Польше классификации Калецкого, а также более общее и полное отображение связей между классификациями Хикса и Харрода. Существенным шагом вперед в теории роста было введение в 1959 г. Л. Йохансеном группировки капитала по поколениям (генерациям). Независимо от Йохансена такое деление было сделано Калецким (1963 г.). Однако в их подходах имеются определенные различия. Выяснению таких различий посвящены разделы VII и VIII. Параметр, характеризующий вид кривой производственной функции, есть так называемая эластичность замещения. В зависимости от значения этого параметра и типа технического прогресса асимптотические темпы роста дохода и капитала могут быть различными. Эта важная проблема достаточно широко рассматривается в разделе IV и приложении II.

II. НЕКОТОРЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ИСХОДНЫЕ ПРЕДПОСЫЛКИ КЛАССИФИКАЦИИ ХИКСА И ХАРРОДА

Под техническим прогрессом авторы понимают нововведения в виде новых материальных благ (включая повышение качества старых), новых методов производства, т. е. новых видов технологии (в широком смысле) и новых методов организации труда. Однако в моделях роста и классификациях технического прогресса, рассматриваемых ниже, нововведения рассматриваются лишь как новые методы производства. Предполагается, что в хозяйстве производится лишь один продукт, который может быть использо-

ван для потребления или для производства. Ресурсы продукта второго вида называются капиталом. Весь капитал считается неуничтожимым*, и все трудовые ресурсы (численность занятых) совершенно однородны и полностью используются в производстве. Производство такого единственного продукта можно назвать, например, «доходом при неизменных ценах» согласно терминологии Калецкого [1, стр. 11]. Величина этого дохода (обозначим его символом Y) дается производственной функцией

$$Y = F(K, Z; t), \quad (1)$$

где K — ресурсы капитала, Z — ресурсы живого труда (численность занятых), переменная t — время. Функция F предполагается линейно однородной относительно K и Z : $F(\lambda K; \lambda Z; t) = \lambda F(K; Z; t)$, где $\lambda > 0$, и строго выпуклой: $F_K, F_Z > 0$, но $F_{KK}, F_{ZZ} < 0$. При таких допущениях технический прогресс вызывает смещение книзу соответствующих изоквант — кривых постоянного дохода в координатах (труд, капитал). Вследствие допущения линейной однородности F относительно K и Z для каждого момента t имеет место равенство

$$Y = KF_K + ZF_Z. \quad (2)$$

Отсюда

$$U + Q = 1, \quad (2a)$$

где $U = K/YF_K$ — эластичность дохода по капиталу, а $Q = Z/YF_Z$ — эластичность дохода по занятости.

Поскольку технический прогресс приводит к тому, что при тех же значениях K и Z доход Y с течением времени возрастает, то из уравнения (2) следует, что со временем показатели предельной производительности F_K и F_Z изменяются. Пусть

$$S = F_Z / F_K. \quad (3)$$

Величина S в западной литературе носит название предельной нормы замещения труда капиталом**. Вследствие линейной однородности F относительно K и Z норма S является функцией только K/Z (обозначим это отношение символом κ) и времени t . Таким образом, $S = S(\kappa; t)$.

Хикс и Харрод различают три типа технического прогресса: капиталоемкий (или экономиящий труд), нейтральный и капиталосберегающий (или трудоэкономный). Обозначим их соответственно через P^+ , P^0 , P^- . По Хиксу, автору первой классификации [2, стр. 121], технический прогресс относится к типу P^0 , P^+ или P^- , если при постоянном значении κ норма S с течением времени остается постоянной, понижается или возрастает соответственно. Иными словами, если при постоянном значении κ : $S(\kappa, t)$ понижается, то имеет место тенденция P^+ , если постоянна, то имеет место тенденция P^0 , если же повышается, то имеет место тенденция P^- .

Через несколько лет после опубликования книги Хикса Харрод предложил новую классификацию в рецензии на книгу Дж. Робинсон «Очерки

* Отход от этого положения не изменяет ни методов анализа, ни полученных результатов.

** Поскольку $F_K dK + F_Z dZ = 0$ для произвольного времени t , то $S = -dK/dZ$; следовательно, она соответствует так называемому сроку окупаемости T при допущении о том, что средняя заработная плата $p = 1$. Вообще же $S = pT$. Предельная норма замещения — частное F_Z/F_K определит также и угловой коэффициент кривой производственной функции $K = f(Z)$ в точке $(K; Z)$. Поскольку в долгосрочном аспекте срок окупаемости T в масштабах экономики постоянен или изменяется медленно, из зависимости $S = pT$ следует, что долгосрочный темп роста нормы S равняется долгосрочному темпу роста заработной платы p .

теории занятости», в которой автор приняла классификацию Хикса [3]. Харрод рассматривает как нейтральный такой тип технического прогресса, когда постоянной остается не предельная норма замещения S при данном соотношении K/Z , а предельная производительность капитала F_K при данном коэффициенте капиталоемкости.

Следовательно, по Харроду, если при постоянном значении m : $F_K(t)$ повышается, имеет место тенденция P^+ ; $F_K(t)$ не изменяется, имеет место тенденция P^0 ; $F_K(t)$ понижается, имеет место тенденция P^- .

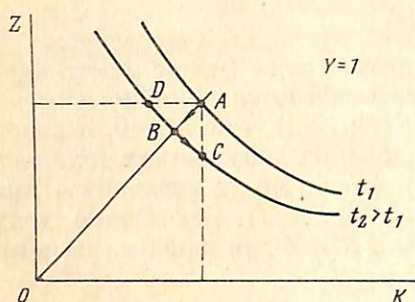


Рис. 1

Определения Харрода и Хикса не совпадают прежде всего потому, что Харрод принимает во внимание не только «чистый» технический прогресс, но и прогресс в отношении замещения, т. е. рост соотношения «капитал — занятость» или так называемой капиталовооруженности труда. В итоге изменение производственной эластичности капитала является по Харроду результатом совместного воздействия технического прогресса и прогресса в области замещения труда капиталом. Таким образом, для сравнения

обеих классификаций необходимо отделить ту составляющую тренда технического прогресса по Харроду, источником которой является чистый технический прогресс, от той составляющей, источник которой — замещение. Воздействие субституции на показатели эластичности факторов производства можно учесть посредством так называемого коэффициента эластичности замещения. Этот коэффициент σ (обозначим его через σ) есть частное от деления процентного изменения величины κ на соответствующее ему процентное изменение предельной нормы замещения S (при данном доходе Y и времени t), точнее

$$\sigma = \lim_{\Delta \kappa \rightarrow 0} \frac{\Delta \kappa}{\Delta S} \cdot \frac{S}{\kappa}. \quad (4)$$

Поскольку $S = S(\kappa; t)$, то

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{\kappa}{S} \left(\frac{\partial S}{\partial \kappa} \right)_t. \quad (4a)$$

III. ПОДРОБНОЕ СОПОСТАВЛЕНИЕ КЛАССИФИКАЦИЙ ХИКСА И ХАРРОДА

На рис. 1 изображена изокванта, которая представляет собой совокупность способов производства единицы национального дохода в два различных момента времени: t_1 и t_2 . Для классификации Хикса принимаются во внимание точки A и B , для классификации Харрода — точки C и A . В последнем случае результат будет тот же, если сначала перейти от точки A к точке B , а затем от B к C . На первом этапе такого перехода производственные эластичности факторов изменяются в зависимости от тенденций технического прогресса по Хиксу, тогда как на втором этапе перехода их

* Понятие эластичности субституции впервые введено в [2, стр. 117]. Из определения σ следует, что эластичность замещения капитала трудом в точности равняется эластичности замещения труда капиталом. Подробнее об этом см. приложение I.

изменения определяются значением σ в момент t_2 . Итоговым результатом является сумма изменений на обоих этапах. С помощью сравнительно несложного расчета (см. приложение III) определяется отношение между обеими классификациями. Это отношение дается в табл. 1*.

IV. ТЕМПЫ РОСТА ДОХОДА И КАПИТАЛА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ТЕНДЕНЦИЯХ ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОГРЕССА ПО ХИКСУ И ХАРРОДУ

Дифференцируя уравнение (1) по времени, имеем

$$\dot{Y} = F_K \dot{K} + F_Z \dot{Z} + F_t. \quad (5)$$

Поделив обе части уравнения (5) на Y , получим

$$r = Uh + Q\beta + y, \quad (5a)$$

где r , h , β — темпы роста дохода, капитала и занятости соответственно, а y — так называемая норма технического прогресса по Хиксу **. Следовательно, производственные эластичности U и Q — веса, которые определяют вклад темпов роста K и Z в общий темп роста национального дохода. Вследствие этого они относятся к основным параметрам каждой теории роста, где используется производственная функция. Как показывают приводимые в приложении III уравнения (41) и (42), значения этих показателей эластичности зависят как от времени, так и от следующих трех факторов:

Таблица 1

по Хиксу	по Харроду		
	$\sigma(x, t) < 1$	$\sigma(x, t) = 1$	$\sigma(x, t) > 1$
P^- P^0 P^+	P^- P^- P^-, P^0, P^{+*}	P^- P^0 P^+	P^-, P^0, P^{+*} P^+ P^+
по Харроду	по Хиксу		
P^- P^0 P^+	P^-, P^0, P^{+*} P^+ P^+	P^- P^0 P^+	P^- P^- P^-, P^0, P^{+*}

а) темпа роста капиталовооруженности живого труда

$$\dot{\kappa} / \kappa = h - \beta;$$

б) значения коэффициента эластичности замещения $\sigma(t)$;

в) интенсивности данной тенденции технического прогресса, равной абсолютному значению величины $(1/S)(\partial S / \partial t)_\kappa$.

Первые два фактора можно принимать во внимание одновременно: их общий вклад авторы называют «эффектом замещения». Третий фактор является автономным. Возьмем уравнение

$$\frac{\dot{U}}{U} = (1 - U) \left[\frac{\sigma - 1}{\sigma} \frac{\dot{\kappa}}{\kappa} - \frac{1}{S} \left(\frac{\partial S}{\partial t} \right)_\kappa \right]. \quad (6)$$

В уравнении (6) эффект замещения — первое слагаемое выражения, заключенного в квадратные скобки. Этот эффект может быть ненулевым толь-

* Связь между определениями различных типов технического прогресса по Харроду и Хиксу впервые исследовала Дж. Робинсон. В [4, 5] она показала, какому тренду по Хиксу соответствует тренд P^0 по Харроду в зависимости от значения σ . Вторично (насколько известно авторам) эти соотношения рассматривались в работе [6], в которой была принята классификация Хикса, распространенная на случай трех факторов производства. Автор работы доказал идентичность нейтрального технического прогресса по Хиксу и Харроду при $\sigma = 1$, а также то, что тренд P^0 по Хиксу есть P^+ по Харроду при $\sigma > 1$.

** В зависимости от конкретных значений эластичности замещения и «интенсивности» данного тренда технического прогресса.

ко при $\sigma \neq 1$. Знак и абсолютное значение второго слагаемого зависят от тенденции технического прогресса и ее интенсивности. Уравнение (6) отражает воздействие эффекта субституции и технического прогресса на темп r через показатели эластичности U и $Q = 1 - U$.

В уравнении (5а) остается выяснить, от чего зависит величина y . Дифференцируя обе части уравнения (2) по времени при постоянных K и Z , получим

$$y = \frac{1}{Y} \frac{\partial Y}{\partial t} = Uc + Qd, \quad (7)$$

где $c = (1/F_K)(\partial/\partial t)F_K$ и $d = (1/F_Z)(\partial/\partial t)F_Z$ — функции только x и t . С другой стороны, из определения нормы замещения S следует, что

$$\frac{1}{S} \left(\frac{\partial S}{\partial t} \right)_x = d - c. \quad (8)$$

Таким образом, при данном исходном значении коэффициента капиталоемкости, данном значении β и установленной норме капитальных вложений S процесс экономического роста определяется динамикой U и двух экзогенных переменных — c и d . Если воздействие тенденции технического прогресса не рассогласовано с воздействием эффекта замещения, то нетрудно найти асимптотический темп роста экономики. Здесь имеют место следующие случаи:

а) $\sigma > 1$ и технический прогресс относится к типам P^+ или P^0 (по Хиксу, т. е. $d \leq c$). Тогда согласно уравнению (6) эластичность U с течением времени возрастает. Выделим асимптотические величины знаком $+$. Следовательно, если σ^+ также больше единицы, то $U^+ = 1$ и $Q^+ = 0$. В итоге, на асимптотической траектории темп роста национального дохода стремится к сумме $h + c$. Темп возрастания капитала, который здесь ниже темпа роста национального дохода, все время ускоряется, вызывая непрерывное повышение r . Поскольку согласно исходной предпосылке отношение $K:Y$ является постоянным, то и темп ускорения h равняется разности $r - h$, т. е. в пределе, который для времени есть $t = +\infty$, он равняется c^+ . В результате $r^+ = +\infty$ и $h^+ = +\infty$, если только $c^+ > 0$. То же имеет место в случае $\sigma = 1$ при тенденции P^+ ;

б) $\sigma < 1$ и технический прогресс относится к типу P^- или P^0 (т. е. $d \geq c$). На этот раз $U^+ = 0$ и $Q^+ = 0$. В результате $r^+ = \beta + d^+$. Тот же результат получается в случае, когда $\sigma = 1$ при техническом прогрессе типа P^- ;

в) $\sigma = 1$ и технический прогресс относится к типу P^0 . Из уравнения (6) следует, что в этом случае эластичность U (а следовательно и Q) постоянна во времени независимо от изменения капиталовооруженности живого труда. Поскольку здесь $c = d$, то согласно уравнению (7) $y = c = d$, и в итоге

$$r = Uh + Q\beta = d \quad (9)$$

для произвольного времени t , в особенности для $t = +\infty$. Нетрудно показать, что $r^+ = h^+$. Предположим, что в уравнении (9) $r > h$. Тогда отношение $K:Y = m$ уменьшается и $h = S/m$ возрастает (здесь и далее S — постоянная). При постоянных U , Q , β и d величина r повышается. Но прирост r меньше, чем h , ибо $r = Uh$ плюс постоянная, где $U < 1$. Таким образом, $(h - r)$ уменьшается до нуля. При $r = h$ коэффициент m является постоянным и экономика развивается равномерно. В результате

$$r^+ = h^+ = d/Q + \beta = d + \beta, \quad (10)$$

где α — темп роста производительности труда, который определяется по уравнению (9), используя то, что $U = 1 - Q$ [6, гл. 4] *. Аналогичный анализ можно провести, исходя из начальной ситуации, когда $r < h$. В итоге мы приходим к важному выводу о том, что равномерный темп роста $r^+ = d/Q + \beta$ является стабильным **.

Если технический прогресс и эффект замещения воздействуют на U в противоположных направлениях, т. е. имеют место случаи, когда $\sigma < 1$ и P^+ или $\sigma > 1$ и P^- , то невозможно заранее определить долгосрочный темп роста дохода и капитала. Здесь все возможности открыты, включая и траектории, характерные для случаев а) и б).

Если же воспользоваться классификацией Харрода, то асимптотическую траекторию можно дать только для случая P^0 . Из табл. 1 следует, что для $\sigma > 1$ технический прогресс относится к типу P^- и по Харроду, и по Хиксу, а для $\sigma < 1$ — к типу P^+ также и по Харроду, и по Хиксу; поскольку технический прогресс и эффект замещения воздействует на U в противоположных направлениях, асимптотическая траектория роста зависит от конкретных значений интенсивности тенденции P^- или P^+ , а также от функции $\sigma(t)$. В свою очередь, при тренде P^+ по Харроду в сочетании с $\sigma < 1$ и P^- и $\sigma > 1$ асимптотическая траектория роста является неопределенной, ибо данному тренду технического прогресса по Харроду может соответствовать любой тренд по Хиксу. В случае $\sigma = 1$ тренд P^0 по Харроду есть также и тренд P^0 по Хиксу. Следовательно, асимптотическая траектория роста определяется равномерным темпом $\alpha + \beta$. Предположим, однако, что $\sigma \neq 1$. Тогда тренду P^0 по Харроду соответствует тренд P^- по Хиксу для $\sigma > 1$ или P^+ для $\sigma < 1$. В обоих случаях при $r = h$ показатели производственной эластичности не изменяются и рост является сбалансированным ***. Если же капитал возрастает более высокими (низкими) темпами, чем доход, то темп роста капитала понижается (повышается). Следовательно, асимптотическая траектория роста относится здесь к третьему типу (типу с). Однако здесь условие сходимости к сбалансированному росту состоит в наличии у производственной функции некоторых дополнительных свойств, которые определяют ее, если можно так выразиться, «надлежащее поведение» ****.

В любом случае мы приходим к следующему выводу: если эффект замещения и тренд технического прогресса действуют в противоположных направлениях, сбалансированный рост экономики возможен. Если же технический прогресс не является нейтральным по Харроду, сбалансированный рост невозможен. Такой вывод не следует считать неожиданным. Дело в том, что отличительным признаком слабансированного роста является

* Долгосрочный рост для случая тренда P^0 по Хиксу широко рассматривается в [7, 8], где изучается технический прогресс, «расширяющий эффективные ресурсы факторов производства».

** Под стабильностью здесь понимается следующее свойство точки равновесия: если в начальный момент $t = 0$ система находится вне точки равновесия, то для $t > 0$ она будет стремиться к этой точке.

*** Для упрощения темп сбалансированного или «нейтрального» экономического роста нередко принимается в качестве постоянной. Однако, по мнению авторов, сбалансированный рост следует четко отличать от равномерного. Сбалансированный рост может не быть равномерным, например, когда параметры c , β и d соответственно изменяются во времени, и наоборот, равномерный рост может не быть сбалансированным, например, при тренде P^0 по Харроду, если c и d изменяются во времени при постоянной β таким образом, чтобы в уравнении (5а) колебания U и Q компенсировались связанными с ними колебаниями y .

**** Изучение проблемы сходимости выходит за рамки настоящей работы. (См. об этом подробнее [9, 10].) В случае $\sigma = 1$ сходимость гарантируется, ибо здесь наличие производственной функции типа Кобба — Дугласа, которая ведет себя «надлежащим образом».

постоянство коэффициента капиталоемкости m . Технический прогресс по Харроду, не относящийся к нейтральному типу, вызывает изменения показателей производственной эластичности, вследствие чего, как видно из уравнения (5а), должна измениться разность $r - h$, а следовательно, и значение коэффициента капиталоемкости m [11].

V. ТЕХНИЧЕСКИЙ ПРОГРЕСС, УВЕЛИЧИВАЮЩИЙ РЕСУРСЫ ТРУДА И КАПИТАЛА

В дальнейшем будет показано, что в случае тренда P^0 по Харроду темп роста производительности труда при постоянном коэффициенте капиталоемкости не зависит от значения этого коэффициента, а самое главное — от времени. В этом случае производственная функция имеет вид

$$Y = F(K, AZ), \quad (11)$$

где A — возрастающая функция времени и только времени [12]. Из выражения (11) непосредственно следует, что нейтральный технический прогресс по Харроду как бы «расширяет» физические ресурсы живого труда (занятость). Поэтому такой тип технического прогресса нередко называют расширяющим или увеличивающим ресурсы труда (в английской терминологии — Labor Augmenting, P_{LA}). Влияние нейтрального технического прогресса аналогично воздействию роста численности занятых. В самом деле, если темп роста $A(t)$ обозначить через α , то согласно уравнению (11) имеем

$$r = Uh + Q\beta + Q\alpha. \quad (12)$$

Таким образом, воздействие α аналогично влиянию β . Из (12) следует, что при сбалансированном росте, когда $h = r$, темп $\alpha = r - \beta$, т. е. он является темпом роста производительности труда.

Подобным же образом можно ввести в производственную функцию идею «капиталорасширяющего» технического прогресса (в английской терминологии — Capital Augmenting, P_{CA})*. Трендом P_{CA} называется такой тип технического прогресса, когда при постоянной средней производительности труда Y/Z на постоянном уровне удерживается также и предельная производительность труда Y/Z . Такой тренд, как будет показано ниже, может относиться к типу P^- , P^0 или P^+ по Харроду в зависимости от того, меньше, равняется или превышает 1 показатель эластичности замещения труда капиталом. Для доказательства возьмем рис. 1. Переходя от точки A к точке D , показатели производственной эластичности не изменяются. Для того чтобы определить, к какому типу относится тренд технического прогресса по Харроду, следует перейти от точки D к точке C . Если $\sigma = 1$, то при таком переходе показатели производственной эластичности не изменяются и технический прогресс является нейтральным по Харроду; для $\sigma > 1$ эластичность U возрастает (в точке C она превышает показатель для точек A и D), что соответствует техническому прогрессу типа P^+ по Харроду; наконец, для $\sigma < 1$ эластичность U понижается (в точке C она меньше, чем в точках A и D), что соответствует тренду P^- по Харроду. Подобный же анализ можно провести и для классификации Хикса, лишь переходя к точке B , а не к C **.

Тренд P_{CA} можно формализовать в производственную функцию при помощи возрастающего во времени коэффициента, моделиру-

* Идея P_{CA} рассматривается во многих работах, например, [13, 14].

** Связь между P_{CA} , с одной стороны, и P^- , P^0 , P^+ по Харроду и Хиксу, с другой стороны, выводится в работе [15], однако, иным методом, по мнению авторов, более сложным.

ющего возрастание физических ресурсов капитала. И для P_{LA} , и для P_{CA} следует для каждого момента времени выбрать некоторое определенное количество труда и капитала в качестве единицы измерения их «эффективного» предложения. Для P_{LA} темп роста дохода и капитала в сбалансированной экономике равняется темпу роста трудовых ресурсов, выраженных в единицах эффективного труда. Для случая же тренда P_{CA} темп роста дохода

$$r = U(g + h) + Q\beta, \quad (13)$$

где $g = g(t)$ — темп повышения коэффициента, моделирующего «расширение» ресурсов капитала, т. е. темп, которым возрастают средняя и предельная производительность капитала, если средняя (а следовательно, и предельная) производительность труда Y/Z постоянна.

Таким образом, если тренды P_{LA} и P_{CA} действуют одновременно, то уравнение (5а) для темпа r можно записать в виде

$$r = U(g + h) + Q(\beta + \alpha). \quad (14)$$

В частном случае, в случае тренда P^0 по Хиксу, когда не происходит изменения вида производственной функции, а лишь имеет место рост (в той же самой пропорции) производственного эффекта вовлечения обоих факторов, производственная функция может быть умножена на возрастающую функцию времени; тогда доход может быть записан в виде [16] $Y = F(K, Z)C(t)$. Здесь технический прогресс «расширяет» объем выпуска продукции (в английской терминологии — Product Augmenting, P_{PA}).

Описанные выше три типа технического прогресса моделируются функцией

$$Y = F(BK, AZ). \quad (15)$$

Если функции-мультипликаторы $A(t)$ и $B(t)$ повышаются экспоненциально постоянными темпами α и g соответственно при начальном условии $A(0) = B(0) = 1$, то

$$Y = F(Kl^{(\alpha-g)t}Z)l^{gt}. \quad (16)$$

Следовательно, технический прогресс, «расширяющий ресурсы факторов производства» (в английской терминологии — Factors Augmenting, P_{FA}), есть сочетание тренда P^0 по Хиксу с нормой g и тренда P^0 по Харроду с нормой $\alpha - g$. Здесь уже очевидно, что трендом P_{FA} можно моделировать лишь весьма специальный тип технического прогресса (заметим, что, например, при $\sigma = 1$ технический прогресс типа P_{FA} есть всегда то же, что тренд P^0 по Хиксу).

Для $\sigma = 1$ производственная функция относится к типу функции Кобба-Дугласа * и множество трендов технического прогресса P_{CA} , P_{LA} и P^0 по Хиксу полностью совпадают.

VI. ТОЖДЕСТВЕННОСТЬ КЛАССИФИКАЦИИ КАЛЕЦКОГО И ХАРРОДА

В 1963 г. М. Калецкий предложил новую классификацию, которая представляется тесно связанной с процессом принятия макроэкономических решений со стороны центрального планирующего органа социалистического хозяйства [1, стр. 64—67]. Согласно этой классификации технический прогресс является капиталоемким, капиталозаконоomicным и нейтральным в зависимости от того, является ли темп роста производительности труда при

* Это непосредственно вытекает из определения этой функции (см. приложение II).

данном коэффициенте капиталоемкости большим, меньшим или таким же самым при повышении этого коэффициента во времени. Однако в этом определении и производительность труда, и коэффициент капиталоемкости имеют несколько иной смысл, нежели тот, что подразумевался выше в данной работе. В своей книге Калецкий рассматривает экономику со многими поколениями капитала*. В такой экономике о техническом прогрессе в том смысле, как это подразумевалось ранее, можно говорить лишь для поколения основных средств, созданном в период от t до $t + \Delta t$. Обозначения здесь будут оставлены без изменений, поскольку они относятся не ко всей экономике, а к самому в данное время поколению основным средствам. При выборе метода производства перед созданием этого поколения основных средств Калецкий также принимает во внимание совокупность всех возможных способов производства, существующих в момент t , т. е. функцию двух факторов $Y = F(K, Z, t)$. В своем исследовании он не пользуется общим видом этой функции; он использует зависимость производительности труда $w = Y/Z$ от коэффициента капиталоемкости $m = K/Y$ и времени t

$$w = f(m, t). \quad (17)$$

Это равносильно двум допущениям. Во-первых, допущению о линейной однородности F относительно K и Z . Согласно этому допущению $Y = ZF(K/Z, 1; t) = ZF(mw, 1; t)$; следовательно, поделив на Z , имеем $w = F(mw, 1; t)$. Во-вторых, допущению о том, что последнее уравнение можно решить относительно w так, чтобы в итоге получить выражение функциональной зависимости w от m и t в соответствии с уравнением (17). Кроме того, Калецкий предполагает, что в начальный момент $t = 0$ имеется график зависимости $f(m, 0) = w^0(m)$ и что для каждого данного значения m известно значение темпа роста производительности труда, т. е. что известна функция

$$\alpha^0(m, t) = (1/w) (\partial w / \partial t)_m. \quad (18)$$

При данных значениях $w^0(m)$ и темпе роста $\alpha^0(m, t)$ можно в явном виде формализовать производительность труда через m и t , дифференцируя уравнение (18)

$$w = f(m, t) = w^0(m) \exp \int_0^t \alpha^0(m, t') dt. \quad (19)$$

Теперь рассчитаем темп роста производительности труда $\dot{w}/w = \alpha$. Этот темп может отличаться от α^0 , ибо необязательно должен быть постоянным во времени. Согласно уравнению (16) имеем $\dot{w} = f_m \dot{m} + f_t$. Но согласно (19) производная $f_m = w_m^0 \dot{w}/w^0 + w \int_0^t \alpha_m^0 dt'$, следовательно, в конечном счете

$$\alpha = q(\dot{m}/m) + \alpha^0, \quad (20)$$

где $q = m(w_m^0/w^0 + \int_0^t \alpha_m^0 dt)$ **. С другой стороны, по определениям w

* Вопрос о поколениях капитала подробнее рассматривается в разделах VII и VIII.

** Поскольку $\dot{w}/w = \alpha = 1/w \cdot \partial w / \partial m (m + \alpha^0)$, то из сопоставления с выражением (20) следует, что $q = m/w \cdot \partial w / \partial m$; таким образом, это есть эластичность производительности труда относительно коэффициента капиталоемкости.

и m имеем $\alpha = r - \beta$ и $\dot{m}/m = h - r$. Подставляя эти равенства в уравнение (20), получаем общую формулу темпа роста национального дохода

$$r = \frac{q}{1+q} h + \frac{q}{1 \pm q} \beta + \frac{\alpha^0}{1+q}. \quad (21)$$

Свою классификацию типов технического прогресса Калецкий основывает на характере зависимости α^0 от m . А именно, если при данном t $\partial \alpha^0 / \partial m \equiv \alpha_m^0 > 0$, то технический прогресс относится к типу P^+ ; $\alpha_m^0 = 0$, то технический прогресс относится к типу P^0 ; $\alpha_m^0 < 0$, то технический прогресс относится к типу P^- .

Ниже будет доказано, что эта классификация, хотя и отличная по формулировкам, точно совпадает с классификацией Харрода. Вспомним, что кроме формулы (21) для темпа роста существует уже известное нам выражение (5а). Обе эти зависимости должны выполняться одновременно независимо от значения темпа роста капитала и труда. Для этого коэффициенты при h и β , а также свободные члены в обоих уравнениях должны быть равны друг другу. Отсюда

$$U = mF_K = q / (1 + q). \quad (22)$$

Согласно Калецкому технический прогресс относится к типу P^+ , если $\alpha_m^0 > 0$. Из определения q следует, что в этом случае при данном m выражение $q(m, t)$ с течением времени t возрастает. Возрастает, стало быть, и частное $q / (1 + q)$, т. е. в соответствии с (22) — предельная производительность капитала F_K , поэтому технический прогресс также относится к типу P^+ по Харроду. Если $\alpha_m^0 = 0$, то при данном значении m выражение $q(m, t)$ — постоянная, и следовательно, согласно (22) постоянной является также предельная производительность F_K ; нейтральный технический прогресс по Харроду. Наконец, при $\alpha_m^0 < 0$ выражение $q(m, t)$ уменьшается во времени, вследствие чего уменьшается значение частного $q / (1 + q)$, т. е. снижается также и F_K . Таким образом, и в этом случае между определениями Калецкого и Харрода расхождений нет.

Используя уравнение (22), можно убедиться, что тождественность имеет место и тогда, когда данному типу технического прогресса по Харроду соответствует тот же тип по Калецкому.

В проведенном выше анализе капитал рассматривается как технически однородная совокупность; его производственные особенности не зависели от времени его создания, но лишь от текущего момента t . Первым от этого нереального допущения отошел в 1959 г. Л. Йохансен, введя ныне уже широко применяемое деление капитала на поколения [17, 18]. Такое деление должно бы в свою очередь привести к дифференциации между техническим прогрессом в новых последовательных поколениях и в «старых», уже существующих поколениях. Однако эта дифференциация производится у Йохансена (и других) несколько по-иному, нежели в упомянутой работе Калецкого. Изложению и сопоставлению обеих позиций посвящены следующие два раздела.

VII. ОВЕЩЕСТВЛЕННЫЙ И НЕОВЕЩЕСТВЛЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ ПРОГРЕСС В МОДЕЛИ ТИПА ЙОХАНСЕНА

Каждой части капитала (машине, оборудованию, оснастке) можно поставить в соответствие время, в которое она была произведена. В период от v до $v + dv$ в старом производственном аппарате создаются новые капи-

тальные блага в количестве $I_v dv$. В момент t , где $t \geq v$, при этом капитале занято Z_{vt} работников (предполагается нулевой сдвиг во времени между вложениями капитала и производством капитальных благ). Все нововведения за текущий период от t до $t + dt$ в модели типа Йохансена можно разделить на две группы *.

1. К группе $\tilde{v}$ относятся нововведения, используемые самым молодым поколениям, т. е. поколением $v = t$. Эти нововведения дают весь тот эффект, который в нашем анализе связывался с техническим прогрессом.

2. К группе $\tilde{t}$ относятся нововведения, усваиваемые одновременно всеми поколениями капитала, включая самое молодое. Здесь экономический эффект усвоения нововведений не зависит от «срока службы» $t' = t - v$ поколения v , а лишь от текущего периода t . Таковы организационные усовершенствования и незначительные технологические усовершенствования, не требующие капитальных вложений.

Нововведения группы $\tilde{v}$ «овеществляются» в последовательных новых поколениях капитала. Поэтому технический прогресс, который они вызывают, был назван «овеществленным» ** (в английской терминологии — Embodied Technical Progress). Между тем, нововведения группы $\tilde{t}$ не различаются между поколениями, не выделяют ни одного из поколений, как по возможности усвоения, так и по последствиям его. Поэтому вызываемый ими технический прогресс был назван «неовеществленным» (в английской терминологии Disembodied Technical Progress).

В последующем анализе мы ограничиваемся случаем сбалансированного роста, при котором все переменные возрастают экспоненциально, т. е. предполагаем, что овеществленный технический прогресс относится к типу $P^0 = P_{LA}$. Накопленный до момента v запас нововведений группы $\tilde{v}$ приводит к тому, что «эффективные» ресурсы труда во время t в v -м поколении равняются $A_v Z_{vt}$, где A_v — возрастающая темпом α функция v . Кроме того, v -е поколение усваивает нововведения $\tilde{t}$ -й группы. В модели типа Йохансена такие нововведения увеличивают ресурсы $A_v Z_{vt}$ до уровня $Z_{vt} = A_t A_v Z_{vt}$, где A_t есть возрастающая в постоянном темпе γ функция времени t . В результате доход

$$Y_{vt} = F(I_v, [\alpha v + \gamma t] Z_{vt}). \quad (23)$$

Занятость Z_{vt} в уравнении (23) не может, однако, быть произвольной для времени $t > v$, ибо в уже существующих поколениях капитала замещение его трудом невозможно. По Йохансену [18] замещение не имеет места в том случае, когда с течением времени не изменяется или соотношение труд/капитал или соотношение эффективный труд/капитал. Эти два случая отсутствия замещения нетождественны. Заметим, что капитал I_v постоянен во времени. Поэтому во втором случае постоянным будет также значение ресурсов эффективного труда Z_{vt}^* , а следовательно, и доход Y_{vt} . В первом же случае $Z_{vt} = Z_{vv}$. В связи с этим возрастает эффективный труд Z_{vt}^* темпом γ и доход Y_{vt} темпом

$$u = Q\gamma. \quad (24)$$

* Учитываются только нововведения, имеющие экономические последствия. Такие нововведения создаются в области технологии, расположенной (согласно исходной гипотезе) за пределами рассматриваемой экономической системы; следовательно, технический прогресс здесь является так называемой экзогенной переменной. Для уточнения добавим, что нововведения группы F в модель Л. Йохансена впервые ввел Э. С. Фелпс (1962 г.).

** В буквальном переводе с английского — «воплощенным».

Приращение национального дохода по экономике в целом в период от t до $t + dt$ равняется разности между продукцией Y_{tt}^{dt} самого молодого поколения капитала и продукцией $Y_{t-n,t}$ того поколения, которое выводится из эксплуатации (здесь n — срок службы капитала, одинаковый для всех поколений) плюс сумма приращений дохода во всех прочих поколениях — эффекта неовещественного технического прогресса. Для первого случая каждое из этих последних приращений пропорционально Y_{vt} (с коэффициентом пропорциональности u), а для второго случая эти приращения равняются нулю. В первом случае сумма приращений будет пропорциональна сумме Y_{vt} , т. е. Y_t . В результате

$$\dot{Y}_t = Y_{t,t} - Y_{t-n,t} + uY_t. \quad (25)$$

Темп роста национального дохода обозначался через r . Для того чтобы рост был равносильным, в том же темпе должны возрастать капиталовложения I_v , т. е. $I_v = I_0 l^{rv}$. Поскольку $Z_{vv} = Z_{00} l^{\beta v}$, то, пользуясь уравнением (23), можно убедиться, что разность $Y_{tt} - Y_{t-n,t}$ возрастает постоянным темпом только в том случае, если

$$r = \alpha + \beta + \gamma. \quad (26)$$

VIII. ДИФФЕРЕНЦИАЦИЯ НОВОВВЕДЕНИЙ ПО КАЛЕЦКОМУ В СОПОСТАВЛЕНИИ С МОДЕЛЬЮ ЙОХАНСЕНА

Калецкий также делит нововведения на две группы

1. Группу $\tilde{v}$, которая включает нововведения, усваиваемые самым молодым поколением капитала $v = t$. При данном коэффициенте капиталоемкости такое усвоение вызывает рост производительности труда в этом поколении по сравнению со всеми предыдущими.

2. Группу $\bar{t}$, которая включает нововведения, усваиваемые поколениями $v < t$, т. е. поколениями, уже существующими в момент t .

Такая группировка не является дистрибутивной, возможны нововведения, относящиеся одновременно к обеим группам. Группировка же Йохансена дистрибутивна. Таково первое их различие. Второе различие состоит в том, что сумма $\tilde{v} + \bar{t}$ содержит в целом меньше нововведений, чем сумма $\bar{v} + \bar{t}$. Это

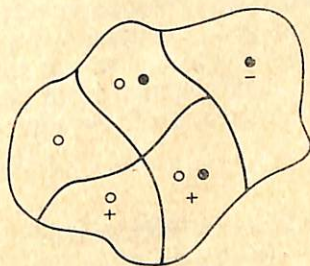


Рис. 2

объясняется тем, что нововведения группы $\tilde{v}$ обязательно входят во множество $\bar{v}$, но возможны такие нововведения типа $\tilde{v}$ (усваиваемые поколением $v = t$, а также некоторыми из существующих поколений), которые не относятся к $\tilde{v}$, следовательно, группа $\tilde{v}$ есть подмножество множества $\bar{v}$. Так же обстоит дело со множествами $\tilde{t}$ и $\bar{t}$: нововведения группы $\tilde{t}$ усваиваются всеми поколениями, следовательно, и поколениями, существовавшими до момента t (т. е. «старыми»), и таким образом, они принадлежат и к группе $\bar{t}$; с другой стороны, не каждое нововведение группы $\bar{t}$ (усваиваемое каким-либо из поколений $v < t$) относится и к группе $\tilde{t}$ (см. рис. 2, где знак — означает $\tilde{v}$; знак + означает $\tilde{t}$; ● — $\bar{v}$; ○ — $\bar{t}$).

Кроме этих двух различий в дифференциации нововведений имеются также различия в оценке воздействия каждой из их групп на экономиче-

ский рост (они главным образом определяются первыми двумя различиями). Усвоение нововведений группы $\bar{v}$ приводит к росту производительности труда в поколении $v = t$ по сравнению со всеми предшествующими поколениями; темп этого роста есть α .

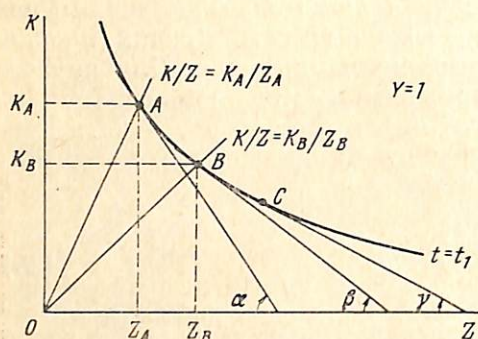


Рис. 3

В результате в модели Калецкого $Z_{vv}^* = l^{\alpha v} Z_{vv}$ и темп роста дохода есть $r = \alpha + \beta$. В модели же Йохансена $Z_{vv}^* = l^{(\alpha+\gamma)v} Z_{vv}$ и $r = \alpha + \beta + \gamma$. Таким образом, темпу α в первой модели соответствует темп $\alpha + \gamma$ во второй; для поколения $v = t$ эффект усвоения нововведений $\bar{v}$ точно совпадает с суммарным эффектом усвоения нововведений $\bar{v}$ и $\bar{t}$.

Кроме того, на продукт капитала поколения $v < t$ влияют нововведения группы $\bar{t}$. Калецкий полагает, что при возрастании занятости Z_{vt} постоянным темпом β доход Y_{vt} возрастает в постоянном темпе и даже независимо от типа технического прогресса.

Следовательно, эффект освоения нововведений $\bar{t}$ совпадает с эффектом освоения нововведений $\bar{t}$ в модели Йохансена, ибо в обеих моделях производство Y_{vt} возрастает за период жизни поколения капитала постоянным неотрицательным темпом u^* . Заметим, также, что производственная функция в модели Калецкого для экономики, в которой капитал делится на поколения, имеет вид

$$Y_{vt} = F(I_v, l^{\alpha v} Z_{vv}) l^{u(t-v)}, \quad Z_{vt} = Z_{vv} \tilde{l}^{\beta(t-v)}. \quad (27)$$

Проведенное сопоставление показывает, что между схемами Калецкого и Йохансена существуют различия в группировке нововведений, в особенности двух «типов» технического прогресса, связанных с группами нововведений i , наконец, в терминологии. Тем не менее в обеих схемах сумма темпов роста занятости и производительности труда в новых поколениях есть равномерный темп роста экономики в целом, а для «старых» поколений капитала объем продукции возрастает постоянным темпом u^{**} .

ПРИЛОЖЕНИЕ I

Согласно определению, предельная норма замещения $S = F_Z / F_K = -(dK/dZ)$.

На рис. 3 возьмем точки A и B кривой производственной функции L. В точке A имеем: $S_A = \tan \alpha$, $\kappa_A = K_A / Z_A$, а в точке B предельная норма замещения $S_B = \tan \beta$ и $\kappa_B = K_B / Z_B$. Поскольку $1/\sigma = \kappa / S \cdot \partial S / \partial \kappa$, то

$$\left(\frac{1}{\sigma} \right)_A = \left(\frac{\kappa}{S} \right)_A \lim_{B \rightarrow A} \frac{S_B - S_A}{\kappa_B - \kappa_A} = \left(\frac{\kappa}{S} \right)_A \lim_{B \rightarrow A} \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{K_B/Z_B - K_A/Z_A},$$

$$\left(\frac{1}{\sigma} \right)_B = \left(\frac{\kappa}{S} \right)_B \lim_{C \rightarrow B} \frac{S_C - S_B}{\kappa_C - \kappa_B} = \left(\frac{\kappa}{S} \right)_B \lim_{C \rightarrow B} \frac{\tan \gamma - \tan \beta}{K_C/Z_C - K_B/Z_B}. \quad (28)$$

* Поэтому и для модели Калецкого справедливо уравнение (25), которое он формулирует следующим образом: $\Delta Y_t = 1/m I_t - a Y_t + u Y_t$.

** Вообще этот темп может быть различным для разных поколений капитала и переменным во времени. Обе теории допускают такую возможность. Только вследствие удобства расчетов авторы рассматривают лишь тот случай, когда в v -м поколении темп $U_v(t) = u$ и является постоянным.

Если бы кривая $K = L(Z)$ была отрезком прямой, то S_B равнялась бы S_A и тогда $(1/\sigma)_A = (1/\sigma)_B = 0$, т. е. $\sigma_A = \sigma_B = \sigma = +\infty$. Это случай так называемой совершенной взаимозаменяемости факторов производства; закон понижающейся доходности здесь не действует, и для того, чтобы получить данное количество продукта, можно уменьшить количество одного фактора, увеличив количество другого, всегда в одинаковой пропорции. Чем больше изменение тангенса угла наклона касательной к кривой L при данной разности $\%_B - \%_A$, тем меньше значение параметра эластичности σ . Обычно предполагается, что L — строго выпуклая кривая, т. е. меньшим значениям показателя капиталовооруженности $\%$ соответствуют и меньшие значения нормы S (или срока окупаемости T). В каждой точке такой кривой параметр σ неотрицателен; он равен нулю только для кривой L , редуцированной до точки, т. е. для производственной функции леонтьевского типа (рис. 4).

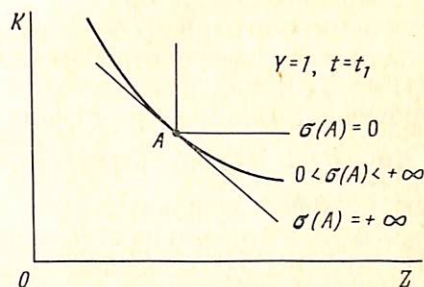


Рис. 4

Поскольку в процессе экономического роста капиталовооруженность труда как правило возрастает, то удобно иметь высокий показатель эластичности замещения. В этом случае капитальные затраты, связанные с замещением труда капиталом, меньше.

ПРИЛОЖЕНИЕ II

1. В 1961—1963 гг. в теорию роста был введен и всесторонне изучен класс производственных функций с постоянной во времени эластичностью замещения σ^* . Поэтому каждую функцию, относящуюся к этому классу, причисляют к типу «Constant Elasticity of Substitution», сокращенно CES. Функция типа CES имеет вид [19]

$$Y = F(K, Z, t) = [a(t)K^{-\xi} + (1 - a(t))Z^{-\xi}]^{-v/\xi} A(t), \quad (29)$$

где $\xi = (1/\sigma) - 1$; мультипликатор $A(t)$ — повышающаяся функция, v — постоянная во времени степень однородности F относительно K и Z , а $0 \leq a(t) \leq 1$. Производственные функции Леонтьева и Кобба-Дугласа являются частными случаями (29): первая получается при $v = 1$, $\sigma = 0$, вторая — при $\sigma = 1$, $v = 1$ **.

2. Тренд технического прогресса P^0 по Харроду имеет место в том случае, когда при постоянном соотношении K/Y постоянной во времени является также и производная F_K . Из (29) получаем, что при $v = 1$ (рассматривается только этот случай)

$$F_K = aA^{-\xi}(Y/K)^{1+\xi}. \quad (30)$$

Обозначим произведение $aA^{-\xi}$ через B . Таким образом, из уравнения (22) следует, что технический прогресс по Харроду будет относиться к типу P^0 , если $\dot{B}(t) = 0$, P^+ , если $\dot{B}(t) > 0$, P^- , если $\dot{B}(t) < 0$.

* Обширная библиография работ по этой проблеме приводится в [19].

** Их проще получить непосредственно по определению σ .

Для $\sigma = 1$ функция $B(t)$ постоянна во времени только при постоянной $a(t)$. Функция же $A(t)$ может возрастать произвольно. Для получения нейтрального тренда при $\sigma \neq 1$ изменения $A(t)$ уже не могут быть произвольными: они должны соответствовать изменениям $a(t)$.

Для $\sigma < 1$ выражение $A^{-\xi}$ уменьшается во времени, и для того чтобы $B(t) = B(0)$ для произвольного $t \geq 0$, функция $a(t)$ должна быть повышающейся. Но с другой стороны, $a(t) \leq 1$. Поскольку $\lim_{t \rightarrow +\infty} B(t) = B(0) = \lim_{t \rightarrow +\infty} a(t) A^{-\xi}(t)$, то возрастая, $A(t)$ стремится к асимптотическому значению, не превышающему $B(0)^{1/\xi}$.

Для $\sigma > 1$ функция $A(t)$ повышается, и, чтобы имело место равенство $B(t) = B(0)$, $a(t)$ должна понижаться. Но для произвольного времени $t \geq 0$ должно иметь место $a(t) \geq 0$. Здесь $A(t)$ возрастает асимптотически или неограниченно. В последнем случае $\lim_{t \rightarrow +\infty} a(t) = 0$.

3. В случае не нейтрального технического прогресса производная $\dot{B}(t)$ отлична от нуля. Поскольку $B = aA^{-\xi}$, $B \neq 0$, если

$$\frac{\dot{a}}{a} - \xi \frac{\dot{A}}{A} \neq 0, \quad (31)$$

причем $A \geq 0$ и $0 \leq a \leq 1$. Для того чтобы технический прогресс относился к типу P^+ , темп роста функции $a(t)$ должен превышать $\xi(A/A)$. С учетом ограничения $a(t)$ сверху такой случай может иметь место прежде всего для $\xi < 0$ (т. е. для $\sigma > 1$). Для $\xi > 0$ (т. е. для $\sigma < 1$) следует скорее ожидать, что технический прогресс будет относиться к типу P^- , когда $\xi(A/A) > (\dot{a}/a)$. Здесь $a(t)$ может быть постоянной, а темп роста функции $A(t)$ произвольным (технический прогресс типа P_{PA})*.

4. Асимптотические темпы роста дохода и капитала обозначены соответственно через r^+ и h^+ . Крестиком сверху мы будем обозначать асимптотические значения и других функций. Для произвольного времени t темп роста дохода определяет выражение, соответствующее формуле (5а) в основном тексте

$$r = Uh + Q\beta + y, \quad (32)$$

где $U + Q = v = 1$ и предполагается, что β — постоянная. Коэффициенты U и Q , а также свободный член y можно рассчитать по уравнению (29)

$$U = a \left(\frac{Y}{AK} \right)^{\xi}, \quad (33)$$

$$Q = (1 - a) \left(\frac{Y}{AZ} \right)^{\xi}, \quad (34)$$

$$y = \frac{1}{\xi} \frac{\dot{a}}{a} \left[\left(\frac{Y}{AZ} \right)^{\xi} - 1 \right] + \frac{A}{A}. \quad (35)$$

Кроме того, вследствие постоянства доли накопления в национальном доходе

$$r = h + \frac{\dot{h}}{h}. \quad (36)$$

* Экономические оценки, составленные в США, а из социалистических стран — в ЧССР, показывают, что чаще всего $0,6 < \sigma < 0,8$. Такие оценки заслуживали бы большего внимания, если бы не сомнения относительно метода расчетов.

Система уравнений (32) — (36) позволяет определить темпы $r(t)$ и $h(t)$ для произвольного $t > 0$, причем параметрами здесь являются начальные условия функции $a(t)$ и $A(t)$, а также σ и β .

Случай $\xi = 0$ или $\sigma = 1$. Здесь $U = a$, $Q = 1 - a$, $y = \dot{a}/a \ln(Y/AZ) + \dot{A}/A$. При тренде P^0 по Харроду функция $a(t)$ является постоянной; в итоге $h(t)$ выполняет уравнение

$$(1 - a)h + \dot{h}/h = (1 - a)\beta + \delta, \quad (37)$$

где $\delta = \dot{A}/A$. Если $a = 1$, то h возрастает темпом δ , т. е. $h^+ = +\infty$ и $r^+ = h^+ + \delta^+ = +\infty$. Для $0 < a < 1$ имеет место $h^+ = r^+ = \beta + (1/(1 - a^+))\delta^+$. Если $a(t)$ есть повышающаяся функция времени (тренд P^+), причем $a^+ < 1$, то $h^+ = r^+ = \beta + (1/(1 - a^+))\delta^+$, как и для тренда P^0 . Идентичный результат имеет место в случае, когда $a(t)$ понижается во времени (тренд P^-).

Случай $\xi > 0$ или $\delta < 1$. Поскольку $B = aA^{-\xi}$, то уравнения (33) и (34) можно записать в следующем виде: $U = B(Y/K)^{\xi}$ и $Q = ((1 - a)/a)B(Y/K)^{\xi}$. Известно, что U и Q не могут быть отрицательными и что $U + Q = 1$. Для тренда P^0 по Харроду коэффициент B является постоянным. В итоге должно быть $r^+ \leq h^+$ и $r^+ \leq \beta$. Поскольку здесь согласно уравнению (35), $\delta^+ = 0$ и $y^+ = 0$, то уравнения (32) и (36) выполняются для $t = +\infty$, если предположить $r^+ = h^+ = \beta$ (здесь и далее исключается случай $a^+ = 0$ и $a^+ = 1$, вследствие чего всегда было бы $y^+ = \delta^+$). Для тренда P^+ имеет место $B > 0$. Вследствие упомянутых выше двух свойств функции $U(t)$ и $Q(t)$ должно быть $r^+ \leq h^+$ и $r^+ \leq \beta$. Здесь δ^+ и y^+ также равняются нулю. Вследствие этого и $r^+ = h^+ = \beta$. Наконец, для тренда P^- темп δ^+ может быть положительным; следовательно, $r^+ < \delta^+ + h^+$ и $r^+ < \delta^+ + \beta$. Поскольку $y^+ = \delta^+$, то нетрудно убедиться, что при таких условиях уравнение (34) выполняется, если $r^+ = \beta + \delta^+$ и $h^+ = \beta + \delta^+$. В этом случае $U^+ = 0$, $Q^+ = 1$.

Случай $\xi < 0$ или $\sigma > 1$. При постоянном значении B (тренд P^0) из уравнений (33) и (34) следует, что $r^+ \geq h^+$ и $r^+ \geq \beta$. Поскольку $y^+ = \delta^+ = 0$, то $r^+ = h^+ = \beta$. В случае $B > 0$ (тренд P^+) темп δ^+ может быть положительным. Вследствие свойств функций $U(t)$ и $Q(t)$ темп $r^+ \geq h^+ + \delta^+$ и $r^+ \geq \delta^+ + \beta$. Здесь при $\delta^+ > 0$ имеет место $r^+ > h^+$, т. е. при постоянной s темп $h^+ = +\infty$. На основании уравнения (36), и следовательно, $r^+ = +\infty$, $-U^+ = 1$ и $Q^+ = 0$. А при $B < 0$ (тренд P^-) имеет место $y^+ = \delta^+ = 0$, $r^+ \geq h^+$ и $r^+ \geq \beta$. Уравнения (32) и (36) выполняются, если $r^+ = h^+ = \beta$. Асимптотические значения темпов роста капитала и дохода в зависимости от значения σ и типа технического прогресса показаны в табл. 2.

5. Пользуясь уравнениями (32) — (36), найдем теперь аналогичную таблицу для классификации типов технического прогресса по Хиксу. В этой классификации тип технического прогресса определяет знак частной производной нормы $S = F_Z/F_K$ по времени. Значения F_K даются уравнением (30), а согласно уравнению (29) $F_Z = (1 - a)A(Y/AZ)^{1+\xi}$, отсюда

$$S = \frac{1 - a}{a} (K/Z)^{1+\xi}. \quad (38)$$

Таблица 2

σ		P^-	P^0	P^+
$\sigma > 1$	r^+	β	β	$+\infty$
	h^+	β	β	$+\infty$
$\sigma = 1$	r^+	$\beta + \frac{\delta^+}{1 - a^+}$	$\beta + \frac{\delta^+}{1 - a^+}$	$\beta + \frac{\delta^+}{1 - a^+}$
	h^+	$\beta + \frac{\delta^+}{1 - a^+}$	$\beta + \frac{\delta^+}{1 - a^+}$	$\beta + \frac{\delta^+}{1 - a^+}$
$\sigma < 1$	r^+	$\beta + \delta^+$	β	β
	h^+	$\beta + \delta^+$	β	β

При постоянном соотношении K/Z предельная норма замещения изменяется, таким образом, только при изменении частного $(1-a)/a$. В итоге технический прогресс по Хиксу в функции CES относится к типу P^- , если

Таблица 3

σ		P^-	P^0	P^+
$\sigma > 1$	r^+ h^+	$+\infty$ $+\infty$	$+\infty$ $+\infty$	$+\infty$ $+\infty$
$\sigma = 1$	r^+ h^+	так, как у Харрода		
$\sigma < 1$	r^+ h^+	$\beta + \delta$ $\beta + \delta$	$\beta + \delta$ $\beta + \delta$	$\beta + \delta$ $\beta + \delta$

из уравнений (33) и (34) находим, что $U^+ = 0$, $r^+ = \beta + \delta$ и $h^+ = \beta + \delta$. В свою очередь, для $\xi < 0$ (т. е. для $\sigma > 1$) находим, что $U^+ = 1$ и $r^+ = h^+ + \delta$. В итоге, принимая во внимание уравнение (36), имеем $r^+ = +\infty$ и $h^+ = +\infty$ (см. табл. 3).

$a(t)$ понижается, P^0 , если $a(t)$ постоянная, P^+ , если $a(t)$ повышается.

Функция $A(t)$ в отличие от предшествующего случая не влияет, таким образом, на тип технического прогресса. Для упрощения дальнейшего анализа примем два допущения:

а) Функция $A(t)$ повышается постоянным положительным темпом δ .

б) Асимптотическое значение $a(t)$ положительно и меньше 1*. Нетрудно убедиться, что случаи $\xi = 0$ (т. е. $\sigma = 1$) идентичны и у Хикса, и у Харрода. Для случая $\xi > 0$ (т. е. $\sigma < 1$)

ПРИЛОЖЕНИЕ III

Построение таблицы 1.

Поскольку производственная функция $Y = F(K, Z; t)$ линейно однородна относительно K и Z , то предельная норма замещения $S = F_Z / F_K$ есть функция $K/Z = \kappa$ и t , следовательно, $S = S(\kappa, t)$. Таким образом, имеет место полный дифференциал: $dS = (\partial S / \partial \kappa)_t d\kappa + (\partial S / \partial t)_\kappa dt$. Отсюда

$$\frac{\dot{S}}{S} = \frac{\kappa}{S} \left(\frac{\partial S}{\partial \kappa} \right)_t \frac{\dot{\kappa}}{\kappa} + \frac{1}{S} \left(\frac{\partial S}{\partial t} \right)_\kappa = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{\dot{\kappa}}{\kappa} + \frac{1}{S} \left(\frac{\partial S}{\partial t} \right)_\kappa, \quad (39)$$

где $\sigma = \sigma(\kappa, t)$. С другой стороны, $S = F_Z / F_K = \kappa(Q/U)$ и, следовательно,

$$\frac{\dot{S}}{S} = \frac{\dot{\kappa}}{\kappa} + \frac{Q}{Q} \left(1 + \frac{Q}{1-Q} \right). \quad (40)$$

Сопоставляя (39) с (40), получаем

$$\frac{Q}{Q} = (1-Q) \left[\frac{1-\sigma}{\sigma} \cdot \frac{\dot{\kappa}}{\kappa} + \frac{1}{S} \left(\frac{\partial S}{\partial t} \right)_\kappa \right], \quad (41)$$

$$\frac{\dot{U}}{U} = (1-U) \left[\frac{\sigma-1}{\sigma} \cdot \frac{\dot{\kappa}}{\kappa} - \frac{1}{S} \left(\frac{\partial S}{\partial t} \right)_\kappa \right]. \quad (42)$$

Таким образом, если имеет место технический прогресс типа P^+ по Хиксу и $\sigma(t) > 1$, то из уравнения (42) следует, что при данном m (когда $\kappa/\kappa > 0$) производная $\dot{U}$ положительна, так что технический прогресс относится также к типу P^+ и по Харроду. Кроме того, совпадение трендов

* В случае $a^+ = 0$ или $a^+ = 1$ важен способ, каким $a(t)$ достигает одного из этих значений. Он и влияет на показатели асимптотических темпов роста дохода и капитала.

по Хиксу и Харроду имеет место при $\sigma(t) = 1$ для всех трех типов технического прогресса, а при $\sigma(t) < 1$; то же имеет место для тренда P^- по Хиксу. Но в случае $\sigma(t) < 1$ и P^+ ; $\sigma(t) > 1$ и P^- по Хиксу возможны уже все три типа тренда по Харроду. Так мы получаем информацию о том, какой тип технического прогресса по Харроду соответствует данному тренду по Хиксу. Для того чтобы установить обратное соответствие, следует решить уравнение (42) относительно $(\partial S / \partial t)_*$; отсюда непосредственно получаем вторую часть табл. 1.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Kalecki. Zarys teorii wzrostu gospodarki socjalistycznej. Warszawa, 1963.
2. Y. R. Hicks. The Theory of Wages. L. 1932.
3. Economic Journal, 1937, June.
4. Review of Economic Studies, 1937, vol. V.
5. The Readings in the Theory of Income Distribution. Philadelphia, 1951.
6. Meade. Neoclassical Theory of Economic Growth. L., 1961.
7. J. Vaneek. Towards a More General Theory of Growth with Technological Change. Economic Journal, Dec., 1966.
8. A Theory of Growth with Technological Change. American Economic Review, March, 1967.
9. A. Chilosì. Condizioni per l'esistenza della soluzione stabile. Studi di Economia e Finanza, Pisa, 1966.
10. T. Koopmans. On the Concept of Optimal Economic Growth. Semaine d'étude sur le rôle de l'analyse économétrique, Roma, 1965.
11. Hahn i Matthews. The Theory of Economic Growth: A Survey. Economic Journal, Dec., 1964.
12. K. Uzawa. Neutral Inventions and the Stability of Growth Equilibrium. Review of Economic Studies. 1961.
13. J. Green. A Growth Model, Capital and Stability. Economic Journal, March, 1960.
14. E. S. Phelps. The Golden Rule of Accumulation. American Economic Review, 1961.
15. B. Jossa. Analisi Economica del Progresso Technico. Milan, 1966.
16. R. Solow. A Contribution to the Theory of Economic Growth, Quarterly Journal of Economic Growth. Econometrica, 1959, vol. 29.
17. L. Johansen. Substitution Versus Fixed Production Coefficients in the Theory of Economic Growth. Econometrica. 1959, vol. 29.
18. E. Sheshinski. Balanced Growth and Stability in the Johansen Vintage Model. Review of Economic Studies, 1967, vol. 98.
19. M. Brown. On the Theory and Measurement of Technological Change. 1966.

Поступила в редакцию
29 XI 1968