ОПТИМАЛЬНЫЕ ЦЕНЫ И МЕЖОТРАСЛЕВОЙ БАЛАНС

Ю. С. АРХАНГЕЛЬСКИЙ, В. А. КОНОПЛИЦКИЙ, А. Н. ПИКУЛЕВ

(Киев)

Целью данной работы является построение системы о.о. оценок на развернутой статической модели межотраслевого баланса в условиях равенства спроса и предложения на предметы народного потребления и анализ структуры оценок.

Возьмем статическую модель баланса [I], несколько упростив ее.

Найти максимум D при условиях

$$\begin{gathered}\sum_{j=1}^{m} a_{ij}x_j + y_i + f_i \leqslant x_i, \qquad i = 1, \ldots, m;\\ \sum_{j=1}^{m} f_{kj}x_j \leqslant F_k, \qquad k = 1, \ldots, p;\\ y_i = \varphi_i(D), \qquad i = 1, \ldots, l;\end{gathered} \tag{1}$$

причем $\sum_{i=1}^{l} c_i y_i = D,\ x_j \geqslant 0,\ y_i \geqslant 0;\ D \geqslant 0$

где a_{ij} — норма расхода i-го продукта * на j-й, F_k — наличие ресурсов k-го вида, f_{kj} — норма расхода ограниченного k-го ресурса (основные фонды, природные и трудовые ресурсы) на производство j-го продукта; x_j — валовый продукт j-го вида; y_i — продукт i-го вида, потребляемый населением; f_i — условно-постоянный расход продукта i-го вида, включая фонд накопления, возмещение выбытия основных фондов и экспортно-импортное сальдо; $\varphi_i(D)$ — функция спроса на предметы потребления; c_i — цена на продукт i-го вида (в т.ч. и на предметы народного потребления); D — доход трудящихся.

Прежде чем перейти к построению системы цен, произведем незначительное расширение модели [I], приближающее ее к реальности и полезное при анализе структуры оценок двойственной задачи.

С целью отражения в модели фактического формирования фондов оплаты труда (когда отдельно рассчитывается фонд зарплаты и премиальный фонд) продукция (в т.ч. и услуги), предназначенная для личного потребления населения, разбивается на две части в соответствии с этими фондами на $\bar{y}_i$, т. е. часть, приобретаемую населением на зарплату $\bar{D}$, и $\bar{\bar{y}}_i$, т. е. покупаемую за счет поощрительных фондов $\bar{\bar{D}}$.

Конечно, можно построить модель, учитывающую образование только общих доходов населения от работы в народном хозяйстве (включая поощрительные фонды). Но остановимся на первом варианте.

Полагаем известными функции спроса на предметы потребления в зависимости от дохода и цен, т. е. $y_i = \bar{y}_i + \bar{\bar{y}}_i = \varphi_i \cdot (D = \bar{D} + \bar{\bar{D}}, c)$. Для упрощения анализа будем считать функции φ_i линейными, т. е. $y_i = \alpha_i D - \beta_i c_i$ (α_i, β_i — параметры функций спроса по i-му предмету потребления).

Далее, с помощью формул $\sum_{j=1}^{m} t_{ij}x_j = t_i$, где t_{ij} — затраты труда i-й профессии при производстве единицы j-го продукта; t_i — общие затраты труда i-й профессии, производим подсчет занятости работников i-й профессии в народном хозяйстве. Кроме этого полагаем, что задана зарплата v_i, получаемая работниками i-й профессии за единицу времени (которая в принципе может быть переменной и найденной в процессе оптимизации модели).

В соответствии с этими условиями схема примет вид. Найти максимум $\bar{D} + \bar{\bar{D}}$ при условиях

---

* Под продуктом здесь и в дальнейшем понимается как продукция сферы материального производства, так и услуги непроизводственной сферы.

$$
\begin{array}{l|l}
c & \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ij}x_j + \bar{y}_i + \bar{\bar{y}}_i + f_i \leqslant x_i, \quad i = 1,\ldots,m; \\
\lambda & \sum\limits_{j=1}^{m} t_{ij}x_j - t_i = 0, \quad i = 1,\ldots,l; \\
\mu & \sum\limits_{j=1}^{l} t_i \leqslant T; \\
u & \sum\limits_{j=1}^{l} v_j t_j - \bar{D} = 0; \\
r & \sum\limits_{j=1}^{m} f_{ij}x_j \leqslant F_i, \quad i = 1,\ldots,p; \\
s & \bar{y}_i + \bar{\bar{y}}_i - \alpha_i(\bar{D} + \bar{\bar{D}}_i = -\beta_i c_i^{(n-1)}, \quad i = 1,\ldots,t; \\
d & \sum\limits_{i=1}^{t} c_i^{(n-1)} \bar{\bar{y}}_i - \bar{\bar{D}} = 0;
\end{array}
\qquad (1^{\mathrm{I}})
$$

причем

$$\sum_{i=1}^{t} c_i^{(n-1)} (\bar{y}_i + \bar{\bar{y}}_i) = \bar{D} + \bar{\bar{D}},$$

$$x_j \geqslant 0, \quad \bar{y}_i \geqslant 0, \quad \bar{y}_i \geqslant 0, \quad \bar{D} \geqslant 0, \quad \bar{\bar{D}} \geqslant 0,$$

где T — трудовые ресурсы по всем профессиям; $c_i^{(n)}$ — оценки i-го продукта, получаемые на n-й итерации (ход итерационного процесса описан ниже).

Двойственная задача к задаче (1^{I}) будет иметь вид (см. [2]).

Найти минимум $-\sum\limits_{i=1}^{m} c_i^{(n)} f_i + \mu T + \sum\limits_{i=1}^{p} r_i F_i - \sum\limits_{i} s_i \beta_i c_i^{(n-1)}$ при условиях

$$
\begin{gathered}
-c_j^{(n)} + \sum_{i=1}^{m} c_i^{(n)} a_{ij} + \sum_{i=1}^{l} \lambda_i t_{ij} + \sum_{i=1}^{p} r_i f_{ij} \geqslant 0, \quad j = 1, \ldots, m; \\
-\lambda_i + \mu + u v_i \geqslant 0, \quad i = 1, \ldots, l; \\
c_i^{(n)} + s_i \geqslant 0, \quad i = 1, \ldots. t; \\
c_i^{(n)} + d c_i^{(n-1)} + s_i \geqslant 0, \quad i = 1, \ldots, t; \\
-u - \sum_{i=1}^{t} s_i \alpha_i \geqslant 1; \\
-d - \sum_{i=1}^{t} s_i \alpha_i \geqslant 1; \\
c_j^{(n)} \geqslant 0, \quad \mu \geqslant 0, \quad r \geqslant 0;
\end{gathered}
\qquad (2)
$$

где $c_j^{(n)}$, λ_i, μ, u, r_i, s_j, d оценки соответствующих условий задачи (1^{I}).

Первые m уравнений можно рассматривать как уравнение цены продукта. Действительно, в правой части уравнения

$$c_j^{(n)} = \sum_{i=1}^{m} c_i^{(n)} a_{ij} + \sum_{i=1}^{l} \lambda_i t_{ij} + \sum_{i=1}^{p} r_i f_{ij} \quad (\text{если } x_j^0 > 0)^*$$

* x_j^0 — оптимальный план задачи (1^{I}).

первый член представляет собой материальные издержки (в оценках n-й итерации), второй член — зарплату (см. 2-ю группу уравнений (2), а третий — прибыли пропорциональной фондоемкости продукции.

Следующие l уравнений можно рассматривать как зарплату, скорректированную с учетом дефицитности трудовых ресурсов (слагаемое μ) и с учетом функции спроса (множитель u, который по-видимому в оптимальном решении задачи (2) равен единице).

Следующие группы уравнений определяют зависимость цен на продукты народного потребления от спроса.

Здесь мы обращаем внимание на то, что в системе (2) i-й продукт, выступающий предметом потребления, имеет две оценки $c_i^{(n)}$ и $c_i^{(n-1)}$, первая оценка является оценкой производства (предложения) продукта i, а вторая оценка — оценкой, по которой он приобретается. Ясно, что любая обоснованная система оценок должна быть единой как для потребителя, так и для производителя. С этой целью мы строим итерационный процесс нахождения цен следующим образом. В качестве «нулевого» приближения берутся, например, существующие цены. Процесс их корректировки следующий. Последовательно решается двойственная задача. Сначала при нулевом приближении $c_i^{(0)}$ находятся оценки $c_i^{(1)}$ задачи (2), а затем полученные оценки $c_i^{(1)}$ используются в качестве первого приближения, при котором снова решается задача (2) и т. д., пока не станет $c_i^{(n)} \approx c_i^{(n-1)}$, т. е. двойственную задачу решаем до тех пор пока не будет достаточно малым расхождение $\delta^{(n)} = \max\limits_i |c_i^{(n)} - c_i^{(n-1)}|$.

Таким образом построенная система цен будет отвечать как интересам потребителя, так и производителя. Действительно, при найденных оптимальных оценках для любого производителя прибыль будет максимальной, так как для не вошедших в оптимальный план способов производства выполняется неравенство $c_j - \sum\limits_{i=1}^{m} c_i a_{ij} - \sum\limits_{i=1}^{l} \lambda_i t_{ij} \leqslant \sum\limits_{i=1}^{p} r_i f_{ij}$, Вся продукция, произведенная при найденных ценах, будет раскуплена потребителями.

В отношении сходимости указанного процесса можно заметить следующее. Нахождение оптимальных цен мы начинаем с некоторых отправных (исходных). При этих ценах определяется структура конечного продукта, а затем (в одном и том же процессе) и валовые выпуски с соответствующими оценками продукции. Если оказывается, например, что уточненная цена на какой-то вид продукции выше исходной, то спрос на этот продукт, вообще говоря, упадет, а, следовательно, окажется возможным его удовлетворить за счет производства данной продукции на более экономичных предприятиях (т. е. некоторые замыкающие предприятия по данной продукции будут переведены на производство другой продукции). В результате новая уточненная цена производства этого продукта упадет, что вызовет соответственно повышенный спрос ввиду линейности модели и отрицательности коэффициентов при ценах в функциях спроса и т. д. Таким образом, из этого рассуждения следует, что цена будет колебаться вокруг некоторой величины (оптимальной цены) и, по-видимому, будет стремиться к ней (если взять достаточное количество технологических способов).

С целью иллюстрации проведенного рассуждения был просчитан несколько упрощенный пример в связи с большими размерами исходной задачи (в котором фонд зарплаты и премиальный фонд рассматривались вместе, т. е. $D = \bar{D} + \bar{\bar{D}}$, а его величина формировалась из предметов потребления и услуг, потребляемых населением за счет оплаты труда, т. е. $\bar{y}_i + \bar{\bar{y}}_i$, ограничения по мощностям и трудовым ресурсам были слиты).

В итоге была рассмотрена система.

Найти максимум D при условиях

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{m} a_{ij}x_j + y_i + f_i \leqslant x_i, \quad i = 1, \ldots, m; \\ &\sum_{j=1}^{m} \bar{f}_{lj}x_j \leqslant f_l, \quad l = 1, \ldots, p+1; \end{aligned} \tag{3}$$

где $p+1$ — ограничение по трудовым ресурсам;

$$y_i = \alpha_i D - \beta_i C_i^{(n-1)}, \quad i = 1, \ldots, t;$$

$$\sum_i c_i^{(n-1)} y_i = D;$$

$$x_j \geqslant 0, \quad y_i \geqslant 0, \quad D \geqslant 0.$$

Ход решения задачи (3) и двойственной к ней задачи показан в таблице. Матрица задачи (3) прямоугольная, так как в нее введено несколько технологических способов производства продукции, функции спроса построены с учетом удовлетворения требованию $\sum_{i=1}^{t} c_i y_i = D$ (для этого одно из уравнений, $y_i = \alpha_i D - \beta_i c_i$ опущено, а остальные подобраны так, чтобы y_i всегда были больше 0). Сходимость достаточно быстрая, хотя для окончательного суждения необходимо просчитать конкретный пример на реальных данных.

Естественно, указанная схема расчета не учитывает многих сторон реального установления цен в силу известного огрубления модели народного хозяйства.

Таким образом, цены могут быть определены на основе расширенной модели баланса производства и потребления продукции в условиях соответствия спроса предложению. Следует заметить, что построенные таким образом цены на продукцию согласуются с определением стимулирующих цен [3].

Процесс нахождения оптимальных цен по изложенной методике был проведен на следующем примере.

Первые 4 неравенства — соотношения производства и распределения продукции. Первый, второй и третий продукты могут производиться двумя технологическими способами (об этом говорит верхний индекс), а четвертый — только одним. 2-й и 3-й продукты (y_2 и y_3) могут пойти на личное потребление, 4-й продукт характеризует потребности для накопления, а 1-й является промежуточным.

Соотношения 5—11 являются ограничениями по ресурсам (например, по мощностям и труду). Уравнение 12 характеризует функцию спроса на 2-й продукт. Уравнение 13 обеспечивает сбалансированность доходов и расходов (функция спроса на 3-й продукт исключена ввиду ее линейной зависимости от 13 и 12).

Найти максимум D при условиях

1. $-0{,}9x_1^1 - 0{,}8x_1^2 + 0{,}3x_2^1 + 0{,}1x_2^2 + 0_1x_3^1 \qquad + 0{,}1x_4^1 \qquad \leqslant 0;$
2: $0{,}2x_1^1 + 0{,}1x_1^2 - x_2^1 - 0{,}9x_2^2 + \; + 0{,}1x_3^2 \qquad + 0{,}2x_4^1 \qquad + y_2 \leqslant 0;$
3. $0{,}1x_1^2 + 0{,}1x_2^1 \qquad - 0{,}7x_3^1 - 0{,}9x_3^2 \qquad + y_3 \leqslant 0;$
4. $-0{,}8x_4^1 \qquad \leqslant -20;$
5. $x_1^1 \qquad \leqslant 3;$
6. $x_2^1 + x_2^2 \qquad \leqslant 100;$
7. $x_1^2 \qquad \leqslant 100;$
8. $2x_2^1 + x_2^2 \qquad \leqslant 300;$
9. $3x_2^1 + x_2^2 + 2x_3^1 + x_3^2 \qquad \leqslant 800;$
10. $x_2^2 + 4x_3^1 \qquad \leqslant 500;$
11. $x_3^2 + x_4^1 \qquad \leqslant 250;$
12. $-y_2 + 0{,}1D \qquad = c_2^{(n-1)};$
13. $c_2^{(n-1)} y_2 + c_3^{(n-1)} y_3 - D = 0;$
14. $x_1^1 \geqslant 0,\; x_1^2 \geqslant 0,\; x_2^1 \geqslant 0,\; x_2^2 \geqslant 0,\; x_3^1 \geqslant 0,\; x_3^2 \geqslant 0,\; x_4^1 \geqslant 0,\; y_2 \geqslant 0,$
$y_3 \geqslant 0,\; D \geqslant 0.$

Соответствующая ей двойственная задача запишется.

Найти минимум

$$-20c_4^{(n)} + 3r_1 + 100r_2 + 100r_3 + 300r_4 + 800r_5 + 500r_6 + 250r_7 + c_2^{(n-1)} \cdot s_1 = L.$$

при условиях

$$-0{,}9c_1^{(n)} + 0{,}2c_2^{(n)} \qquad + r_1 \qquad \geqslant 0;$$
$$-0{,}8c_1^{(n)} + 0{,}1c_2^{(n)} + 0{,}1c_3^{(n)} \qquad + r_3 \qquad \geqslant 0;$$
$$0{,}3c_1^{(n)} - c_2^{(n)} \quad + 0{,}1c_3^{(n)} \quad + r_2 \qquad + 2r_4 + 3r_5 \qquad \geqslant 0;$$

$$
\begin{aligned}
&0{,}1c_1^{(n)} - 0{,}9c_2^{(n)} + r_2 + r_4 + r_5 + r_6 \geqslant 0;\\
&0{,}1c_1^{(n)} - 0{,}7c_3^{(n)} + 2r_5 + 4r_6 \geqslant 0;\\
&0{,}1c_2^{(n)} - 0{,}9c_3^{(n)} + r_5 + r_7 \geqslant 0;\\
&0{,}1c_1^{(n)} + 0{,}2c_2^{(n)} - 0{,}8c_4^{(n)} + 2r_7 \geqslant 0;
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&c_2^{(n)} + dc_2^{(n-1)} \geqslant 0;\\
&c_3^{(n)} - s_1 + dc_3^{(n-1)} \geqslant 0;\\
&0{,}1s_1 - d \geqslant 1;\\
&c_1^{(n)} \geqslant 0,\ c_2^{(n)} \geqslant 0,\ c_3^{(n)} \geqslant 0,\ c_4^{(n)} \geqslant 0,\ r_1 \geqslant 0;\ r_2 \geqslant 0;\ r_3 \geqslant 0;\ r_4 \geqslant 0;\\
&r_5 \geqslant 0;\ r_6 \geqslant 0;\ r_7 \geqslant 0;
\end{aligned}
$$

В качестве нулевого приближения были взяты $c_2^{(0)} = 1$, $c_3^{(0)} = 1$. Полученные результаты расчетов по итерации представим в виде таблицы.

Таблица

Итерация	Оценки												
	c_1	c_2	c_3	c_4	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_7	s_1	d
1-я	0,15	1,1	0,1	0,3	0	1,04	0	0	0	0	0	−1,0	−1,1
2-я	0,15	1,09	0,12	0,29	0	1,03	0	0	0	0	0	0	−1,0

x_1^1	x_1^2	x_2^1	x_2^2	x_3^1	x_3^2	x_4^1	y_1	y_2	D
0	40,6	100	0	0	26,4	25,0	88,3	9,7	98,1

Результаты расчетов по 3-й итерации совпали с результатами 2-й итерации.

Первые четыре оценки относятся к продуктам, следующие семь оценок — к производственным мощностям, а последние две отражают структуру спроса.

После определения оптимальных цен была определена оптимальная программа производства.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. М. Дудкин. Оптимальный материальный баланс народного хозяйства, М., «Экономика», 1966.
2. В. В. Коссов. Межотраслевой баланс. М., «Экономика», 1966.
3. В. С. Дадаян. Экономические расчеты по модели расширенного воспроизводства. М., «Экономика», 1966.

Поступила в редакцию
27 XI 1967

РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ НЕФТЕПЕРЕРАБАТЫВАЮЩЕГО ЗАВОДА ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

В. П. ГОРЕНБУРГ, А. Н. ДАВЫДОВ, В. Л. КЛИМЕНКО, Е. Б. ЦЫРКИН

(Ленинград)

В результате сложившейся практики проектирования нефтеперерабатывающих заводов (НПЗ) в качестве основных исходных данных принимают два показателя, в принципе противоречивых. С одной стороны, задаются типовой мощностью завода (6, 12, 18 и т. д. млн. *т* в год), с другой стороны, фиксируется ассортимент и количество нефтепродуктов исходя из потребности зоны (экономического района), в которой намечено строительство предприятия.

Противоречие заключается в том, что для удовлетворения потребности зоны в нефтепродуктах заданного ассортимента не обязательно строить НПЗ мощностью, скажем, 12 млн. т, а нужна мощность большая или меньшая. В то же время фиксирован-