ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ 1970 том VI, вып. 1

ОПТИМИЗАЦИЯ РАЗВИТИЯ ВО ВРЕМЕНИ СЛОЖНЫХ ГАЗОПРОВОДНЫХ СИСТЕМ

А. Н. АРЯНИН, А. К. АРСКИЙ, Ю. А. КУЗНЕЦОВ, А. П. МЕРЕНКОВ, Х. Я. РОГОЖИНА

(Москва, Иркутск)

В данной статье на примере сложных газопроводных систем исследуются методы оптимального управления их развитием, которые могут быть использованы для любых систем специализированного транспорта, а также для межрайонных магистральных и внутрирайонных разветвленных газопроводов и любых разветвленных трубопроводных систем.

Задача оптимизации развития сложных газопроводных систем во времени возникает при оптимальном перспективном планировании структуры газоснабжающих систем страны и экономических районов.

В настоящее время разработаны и практически проверены статические и динамические модели для оптимизации структуры систем газоснабжения страны [1, 2], в которой газопроводные системы рассматриваются как подсистемы.

Полученные при оптимизации системы газоснабжения районов страны конфигурация газопроводной сети и характеристики потоков газа (по величине и направлению) в этой сети представляют собой информацию, необходимую для последующей оптимизации газопроводных систем, которая отражает прямые связи между задачами оптимизации системы газоснабжения и газопроводных систем. Для выбора направлений использования газа по районам или промышленным узлам необходимо знать затраты на транспорт газа по соответствующим звеньям газопроводной системы, которые зависят от ее оптимизируемых параметров. Наличие таких прямых и обратных связей делает необходимым корректировку и взаимную увязку результатов последовательно решаемых задач оптимизации структуры газоснабжающей системы в целом и газопроводных систем.

Предлагаемая методика оптимизации газопроводных систем во времени может быть использована при их проектировании и, что особенно важно, для исследования влияния динамики роста нагрузки на выбор оптимальных параметров систем.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Под оптимизацией стратегии развития газопроводной системы во времени понимается комплексное определение основных параметров этой системы и динамики их изменения, соответствующих минимуму суммарных расчетных затрат для всей системы за определенный период.

К искомым параметрам относятся диаметры труб на всех участках газопровода (включая многониточные участки и лупинги), число и размещение по трассе компрессорных станций (КС), их характеристика и мощность.

Заданными являются: конфигурация разветвленной системы газопроводов (разветвленный граф) на каждый расчетный уровень t и соответственно количество газа $Q_{i,\,i+1}(t)$, передаваемого по каждому участку $(i,\ i+1)$; давление газа у каждого пункта потребления и промысловое давление газа (или давление на входе той части системы разветвленных газопроводов, которая рассматривается в данном случае); характеристика передаваемого газа и технико-экономические показатели различных типоразмеров трубопроводов и КС.

Оптимизация газопроводной системы в динамике предполагает ее развитие ступенчатым, т. е. выделение ряда расчетных уровней

$$t = \{t_k;\ k = 0, 1, \ldots, q\}, \tag{1}$$

где t_0 — время, соответствующее исходному состоянию системы; t_1 — первый расчетный уровень; t_q — последний уровень нормальной эксплуатации.

Известно, что состояние газопровода в каждый момент времени однозначно характеризуется значениями давления в его узлах [3] $P_i(t)$, $i = 0, 1, \ldots, n$. Следовательно, набор из этих $n+1$ (n — общее число участков сети) величин может рассматриваться как вектор фазовых переменных, определяющий состояние системы (газопровода), т. е. $P(l, t) = \{P_i(t)\}$, где через l условно обозначена зависимость значения давления от места узла i в сети по отношению к источнику.

Управление вектором состояний $P(l,\ t)$ осуществляется с помощью вектора $\alpha(t)$, определяющего стандартные диаметры труб на всех участках, и вектора $\beta(t)$ типоразмеров агрегатов КС в узлах

$$\alpha(t) = \{\alpha_{i,\,i+1}(Q_{i,\,i+1}(t), P_{i+1}(t));\ i = 0, \ldots, n-1\}, \tag{2}$$

$$\beta(t) = \{\beta_i(Q_i(t),\ P_i(t))\}. \tag{3}$$

Здесь $\alpha_{i,\,i+1}$ — одно из возможных значений диаметра трубы на участке, определяемое заданным количеством передаваемого газа и фазовой переменной $P_{i+1}(t)$ в его конечном узле, причем

$$\alpha_{i,\,i+1} \in D, \tag{4}$$

где D — заданное дискретное множество стандартных типоразмеров труб и их сочетаний (для многониточных участков);

$$\beta_i \in R, \tag{5}$$

где R — заданное множество допустимых типоразмеров КС.

Пара индексов $(i,\ i+1)$ условно обозначает номера начального и конечного узлов одного участка, хотя фактические их значения на схеме сети могут быть произвольными (но не совпадающими).

В целом управление развитием газопроводной системы во времени характеризуется общим вектором

$$u(t) = (\alpha(t),\ \beta(t)) \in U = (D,\ R). \tag{6}$$

Теперь можно дать математическую формулировку задачи: найти такое управление $u(t)$ из U, с помощью которого будет достигнут минимум затрат по системе в целом за весь рассматриваемый период времени от t_0 до t_q, т. е.

$$F(u(t)) = \sum_{k=0}^{q} \sum_{i=0}^{n-1} [f(\alpha_{i,i+1}(t_{k-1}), \alpha_{i,i+1}(t_k)) + \\ + \varphi(\beta_i(t_{k-1}), \beta_i(t_k))] \to \min, \tag{7}$$

где f и φ — функции, характеризующие затраты соответственно на трубопроводы и КС на участке за промежуток времени от t_{k-1} до t_k.

При этом в каждый момент времени t должна выполняться система из линейных уравнений вида (8), которая описывает увязку изменений давления вдоль всех ответвлений газопровода, и из неравенств, характеризующих технические ограничения на величину давления по условию прочности труб (9) и по параметрам агрегатов КС (10)

$$P_{i_1}(t) + \sum_{i=i_1}^{i_k-1} [\delta P_i(t) - \Delta P_{i,i+1}(t)] - P_{i_k}(t) = 0 \tag{8}$$

(вдоль каждого ответвления от его начального узла i_1 до конечного i_k);

$$P_i' = P_i + \delta P_i \leqslant \overline{P}(d), \tag{9}$$

$$\underline{P}_i \leqslant P_i \leqslant \overline{P}_i. \tag{10}$$

Здесь δP_i — повышение давления в узле i за счет сжатия газа в компрессорных агрегатах от значения P_i до P_i'; $\Delta P_{i,\,i+1} = P_i' - P_{i+1}$ — падение давления на участке; P_{i_k} — заданное давление в пункте потребления i_k; $\underline{P}_i$, $\overline{P}_i$ — технически допустимые границы начального давления для компрессорных агрегатов; $\overline{P}(d)$ — предельно допустимое давление для трубы диаметра d. Фазовые переменные P_i связаны с допустимыми значениями управлений уравнениями для падения давления газа в трубах (11) и сжатия газа компрессорами (12)

$$P_i = \left(P_{i+1} - A\,\frac{Q^2 \cdot l_{i,i+1}}{d^{5,2}}\right)^{0,5}, \tag{11}$$

$$P_i = \psi(P_i'), \tag{12}$$

где A — величина, характеризующая свойства и условия движения газа; ψ — функция давления газа на входе КС, таблично задаваемая для различных типоразмеров компрессоров.

Таким образом, рассматриваемая задача оптимизации является задачей нелинейного целочисленного программирования и характеризуется следующими особенностями:

1) Функционал F является нелинейной функцией и неаддитивен по t, так как каждое его следующее (по времени) слагаемое зависит от аргументов предыдущих слагаемых.

2) Допустимые управления $u(t)$ заданы дискретными множествами D и R.

3) Условия задачи описываются системой линейных уравнений и линейных неравенств относительно фазовых переменных.

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД ОПТИМИЗАЦИИ РАЗВИТИЯ ГАЗОПРОВОДНЫХ СИСТЕМ ВО ВРЕМЕНИ

При анализе возможностей применения того или иного математического метода для решения описанной задачи наиболее существенны два момента. С одной стороны, нельзя пренебречь необходимостью нахождения решения на дискретном множестве стандартных типоразмеров трубопроводов и агрегатов КС и поэтому можно было бы использовать метод динамического программирования [4]. С другой стороны, непосредственная реализация принципа поэтапной оптимизации здесь невозможна из-за неаддитивности функционала относительно времени. Технико-экономическая сущность неаддитивности заключается в том, что возможности развития системы на каждом последующем отрезке времени зависят не только от ее состояния в данный момент времени, но и определяются решениями, принятыми ранее.

Следовательно, задача может быть решена только методом полного перебора, реализовать который невозможно даже при использовании мощных ЭВМ. Представляется поэтому вполне целесообразной разработка приближенных методов оптимизации развития газопроводных систем во времени.

Идея предлагаемого метода формулируется следующими условиями:

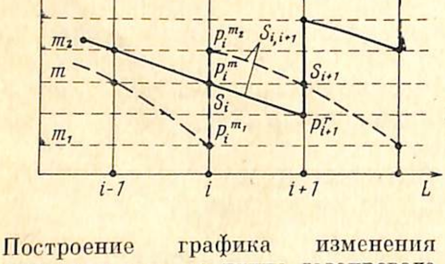
1. Множество рассматриваемых стратегий развития системы во времени с самого начала ограничивается некоторым дискретным множеством M_q вариантов состояния системы на конец планового периода при $t = t_q$. M_q может состоять, вообще говоря, из любых вариантов, отобранных, например, на основе предварительных проектных рассмотрений и инженерного опыта. Однако в данной работе M_q составляют варианты, получаемые в результате оптимизации газопроводной системы в статике на конец планового периода (с учетом существующего состояния системы при $t = t_0$) на основе метода динамического программирования. Получение M_q — первый этап расчетов на ЭВМ. Количество вариантов, оставляемых для исследования на втором этапе, определяется задаваемой величиной допустимого отклонения в величине функционала по отношению к его оптимальному значению.

2. На втором этапе методом динамического программирования производится перебор всех возможных вариантов развития и реконструкции во времени (от t_0 до t_q) системы, с помощью которых можно получить каждое из состояний M_q и отбор наиболее экономичных из них.

ОПТИМИЗАЦИЯ ГАЗОПРОВОДНОЙ СИСТЕМЫ В СТАТИКЕ С УЧЕТОМ СУЩЕСТВУЮЩЕГО ЕЕ СОСТОЯНИЯ

Оптимизацию газопроводной системы в статике (на заданный расчетный уровень t) исследуем сначала на примере вновь сооружаемого газопровода без ответвлений.

Для построения графика изменения давления газа по длине газопровода введем координаты (P, L), как показано на рисунке. По оси L отложим длину газопровода, разделив его на участки. Точки деления i, $i = 0, \ldots, n$, в которых пробуется целесообразность установки КС, будем называть узлами. В каждом узле i проведем вертикальную ось фазовой переменной P_i и нанесем на нее сетку базисных значений с равномерным или произвольным шагом, который и будет определять точность расчета. Для базисных значений в начале участка i введем индекс m, а для его конца $i + 1$ — индекс r, так что $P_i \in \{P_i^m\}$ и $P_{i+1} \in \{P_{i+1}^r\}$.



Построение графика изменения давления газа по длине газопровода

На рисунке даются два варианта графика изменения давления, проходящего через базисные значения переменных P_i. Отрезки графиков, соединяющие две произвольные точки P_i^m и P^{i+1}, назовем звеньями первого рода и обозначим их множество через $S_{i,\,i+1}$. Отрезки, соединяющие пару точек $P_i^{m_1}$ и $P_i^{m_2}$ в узле i, которые характеризуют сжатие газа в случае установки КС в этом узле, назовем звеньями второго рода и обозначим через S_i. Звенья первого и второго родов совместно отображают для каждого t ту или иную реализацию для системы управления $u(t) = (\alpha(t), \beta(t))$.

Каждому звену из $S_{i,\,i+1}$ соответствуют определенное управление $\alpha_{i,\,i+1}(t)$ и связанные с ним затраты на трубопровод $g_{i,\,i+1}$, а каждому элементу S_i — управление $\beta_i(t)$ и затраты на КС h_i.

Таким образом, если известно конечное давление газа в пункте потребления $i = n$, которое по условию задано, то, двигаясь от конца газопровода к его началу $(i = 0)$, можно методом динамического программирования [4] построить множество условно-оптимальных вариантов параметров газопровода, дискретно описывающее всю область его возможных состояний. Каждый вариант характеризуется определенным графиком изменения давления — ломаной линией, соединяющей последнюю (P_n) и первую (P_0) из вертикалей.

Поскольку каждая такая ломаная строится из звеньев описанных двух типов, то соответствующие ей суммарные затраты могут быть представлены как сумма затрат по составляющим ее звеньям

$$G = \sum_{i=1}^{n-1} (g_{i,i+1} + h_i). \tag{13}$$

Минимум затрат (13) и определит искомое оптимальное решение, а также и близкие к нему.

При разветвленной схеме вычислительный процесс для любого из ответвлений начинается с его концевого участка, на котором просто «перебираются» все диаметры заданного сортамента и подсчитываются соответствующие затраты. С каждым следующим участком связывается один шаг поэтапной оптимизации, при этом методика динамического программирования применяется дважды: в конечном узле участка — для определения параметров возможных КС, и непосредственно на участке, когда в его начальном узле каждое из базисных значений давления просчитывается со всеми полученными концевыми давлениями — для определения возможных значений стандартных диаметров трубы. Все это делается с учетом заданных технических ограничений и таким образом оптимальные графики изменения давления «наращиваются» до ближайшего общего узла. В каждом общем узле производится «стыковка» этих оптимальных графиков по их одинаковым базисным значениям напора с суммированием соответствующих расчетных затрат, и процесс продолжается дальше, вплоть до источника. В общем случае на участке $(i,\ i+1)$ каждой точке P_i ставится в соответствие некоторый вариант осуществления газопровода на последних $n - i$ участках с затратами

$$G(P_i) = \min_{\{P_i'\}} (h_i + G(P_i')), \tag{14}$$

где

$$G(P_i') = \min_{\{P_{i+1}\}} (g_{i,\,i+1} + G(P_{i+1})). \tag{15}$$

Выражения (14), (15) представляют собой функциональные уравнения динамического программирования для данной задачи.

Описанный алгоритм относится к случаю, когда газопроводная система создается заново. Однако при оптимизации стратегии развития системы во времени необходимо оптимальным образом учитывать ее существующее состояние. Достигается это некоторым изменением функции управления $u(t)$ с включением в него возможности реконструкции и развития существующих диаметров и КС сети.

ОПТИМИЗАЦИЯ РАЗВИТИЯ ВО ВРЕМЕНИ ГАЗОПРОВОДНОЙ СИСТЕМЫ

В результате первого этапа определяется множество $M_q = \{w_j(t_q); j = 1, \ldots, N\}$ вариантов системы, рассчитанных в статике на последний уровень планового периода $(t = t_q)$ с учетом существующего его состояния $M_0 = w(t_0)$.

Далее для каждого варианта w_j оптимизируется динамика его получения путем развития и реконструкции начального состояния $w(t_0)$ при изменении t от t_0 до t_q. Делается это методом последовательного перебора возможных управлений для каждого узла и для каждого участка сети. Существенным является то, что диапазоны перебираемых управлений ограничиваются сверху только теми их значениями, которые вошли в итоговый исследуемый вариант $w_j(t_q)$ — именно это и делает этот перебор реальным.

Рассмотрим данный алгоритм перебора подробнее. Оптимальный (с точки зрения минимума $F(u(t))$ за весь отрезок времени $t_0 \leqslant t \leqslant t_q$) переход от $w(t_0)$ к $w_j(t_q)$ определяется не сразу, а последовательно, с переходами от t_{k-1} к t_k. При этом параметры труб и КС в варианте $w_j(t_q)$, как уже отмечалось, все время выступают в качестве ограничений на количество и величину перебираемых управлений $\alpha_{i,\,i+1}(t_k)$ и $\beta_i(t_k)$.

С учетом сделанных замечаний расчет начинается с того, что строится (по всем узлам и участкам сети) множество M_1 допустимых вариантов развития газопровода на момент времени t_1. В качестве необходимых требований к любому из вариантов M_1 выступают: заданные количества передаваемого газа $Q_{i,\,i+1}(t_1)$; технические ограничения вида (9) и (10) и, естественно, условия (8) для увязки давлений по всем участкам и ответвлениям в сети.

Существенным моментом, которым сопровождается получение множества M_1 (а в дальнейшем и всех последующих множеств M_k), является оптимальное с точки зрения динамического программирования «просеивание» всех вариантов через сетки базисных значений $P_i{}^m$, осуществляемое по принципу: в каждом делении сетки между двумя последовательными ее значениями для дальнейшего расчета оставляется не более одного представителя.

Таким образом, в результате последнего шага от t_{q-1} к t_q будет получено некоторое множество стратегий развития системы во времени от ее существующего состояния $w(t_0)$ до каждого из итоговых состояний, составляющих M_q. Они сопоставляются по критерию минимума затрат по системе в целом за весь плановый период, и для окончательного принятия решения выбирается несколько наиболее экономичных стратегий развития системы.

Предлагаемый приближенный метод позволяет находить, строго говоря, относительный оптимум. Однако преимуществом его является то, что он рассчитан на максимальный учет различных экономических и инженерных факторов, которые трудно формализовать заранее в общей математической постановке. Вместе с тем существенно, что метод ориентирован на получение не единственного, а множества по существу равноэкономичных решений.

Для сложных систем, развивающихся во времени, характерна «пологость» функционала в зоне приближения к формальному оптимуму. При погрешности исходной информации существует совокупность равноэкономичных оптимальных стратегий. Это обстоятельство существенно снижает требования к методу оптимизации, который при достаточно большом числе опорных вариантов осуществления систем на конец планового периода может обеспечить хорошие результаты. Вероятность получения глобального оптимума может быть также значительно повышена с помощью некоторых приемов, которые здесь не обсуждаются.

ЛИТЕРАТУРА

1. Методы математического моделирования в энергетике. Иркутск, Вост.-Сиб. кн. изд., 1966.
2. Е. П. Дружинин, Ю. А. Кузнецов. Оптимизация системы газоснабжения районов страны на основе методов математического моделирования и использования ЭЦВМ. В сб. Математические методы в экономике газо- и нефтеснабжения. Л., «Недра», 1966.
3. Ю. А. Кузнецов. Расчет оптимальных параметров магистральных газопроводов на электронной цифровой вычислительной машине. Газ. пром-сть, 1965, № 10.
4. В. Я. Хасилев, А. П. Меренков, С. В. Сумароков. О выборе диаметров труб разветвленных тепловых сетей с использованием ЭВМ. Теплоэнергетика. 1966, № 6.

Поступила в редакцию
10 VII 1967