ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ 1970 том VI, вып. 1

ПРАКТИЧЕСКИЙ ОПЫТ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СВЕКЛЫ МЕЖДУ САХАРНЫМИ ЗАВОДАМИ

Ю. П. ЧЕРНОВ, Э. Г. ЛАНГЕ

(Фрунзе)

Оптимальное распределение свеклы между сахарными заводами, с экономической точки зрения, заключается в нахождении объемов загрузок сахарных заводов и составлении соответствующей схемы перевозок свеклы из свеклосеющих хозяйств на сахарные заводы, удовлетворяющих требованию минимизации суммарных издержек на производство сахара *.

Ниже приведены две математические модели задачи распределения свеклы между сахарными заводами, их решение при некоторых допущениях, и результаты расчета по второй модели для сахарных заводов Чуйской долины Киргизской ССР.

1. **Математическая формулировка задачи.** Имеем n свеклосеющих хозяйств и m сахарных заводов. Требуется найти совокупность чисел x_{ij}, являющихся количеством единиц веса свеклы, перевозимой из j-го, $j = 1, 2, \ldots, n$, хозяйства на i-й, $i = 1, 2, \ldots, m$, завод, которые обеспечивали бы минимум суммарных издержек на производство сахара.

Введем обозначения: c_{ij} — стоимость перевозки единицы веса свеклы из j-го хозяйства на i-й завод; r_i — затраты на переработку единицы веса свеклы i-м заводом; c — стоимость единицы веса сахара; B_j — количество единиц веса свеклы, которое поставляет j-е хозяйство; $b(t)$ — скорость потерь сахара в единицах веса свеклы при хранении; $g(t)$ — потери сахара при переработке единицы веса свеклы в единицу времени, которые являются возрастающей функцией времени; $R_i(t)$ — максимальная мощность по переработке свеклы i-го завода; $z_i(t)$ — искомые запасы свеклы на i-м заводе; t_i — искомое время окончания работы на i-м заводе; ε — доля хранимой свекловичной массы, которая теряется в результате усушки, гнили и прочих микробиологических процессов за единицу времени (ε — считаем постоянной на весь сезон свеклопереработки и равной 0,00066); L — суммарные издержки сахарного производства. Тогда задача оптимального распределения свеклы между сахарными заводами запишется следующим образом.

Найти минимум функционала

$$L = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(c_{ij}+r_i)x_{ij} + c\sum_{i=1}^{m}\int_{t_0}^{t_i} z_i(t)\,b(t)\,dt + c\sum_{i=1}^{m}\int_{0}^{t_i} R_i(t)\,g(t)\,dt^{**} \qquad (1)$$

---

* Под суммарными издержками производства сахара понимается сумма транспортных расходов, затрат на переработку, потерь сахара при хранении и переработке, выраженная в рублях

** Считаем, что начало сезона сахароварения соответствует моменту времени $t = 0$. Кроме того, допускаем, что запасы свеклы образуются одновременно в момент времени $t = t_0 \geqslant 0$, который назовем средневзвешенным днем начала хранения и определим из конкретного графика уборки свеклы по формуле

$$t_0 = \frac{\int_0^{\tau} [v(\tau) - w(\tau)]\,\tau\,d\tau}{\int_0^{\tau} [v(\tau) - w(\tau)]\,d\tau},$$

где τ — время свеклоуборки ($\tau = 0$, $\tau = \tau_0$ соответственно начало и конец уборочной кампании), $v(\tau)$ — скорость уборки свеклы, $w(\tau)$ — суммарная мощность переработки свеклы всех сахарных заводов.

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = B_j, \qquad j = 1, 2, \ldots, n, \tag{2}$$

$$\frac{dz_i}{dt} = -[R_i(t) + \varepsilon z_i(t)], \qquad i = 1, 2, \ldots, m, \tag{3}$$

$$z_i(t_i) = 0, \qquad i = 1, 2, \ldots, m, \tag{4}$$

$$x_{ij} \geqslant 0, \quad t_i \geqslant t_0, \quad i = 1, 2, \ldots, m; \; j = 1, 2, \ldots, n. \tag{5}$$

Первый член выражения (1) является суммой транспортных расходов и затрат на переработку свеклы, второй — ценой суммарных потерь сахара при хранении, третий — ценой суммарных потерь сахара при переработке всей свекловичной массы.

Ограничения (2) являются математической записью требования о вывозке всей свеклы из каждого хозяйства; (3) указывают на то, что запасы свеклы на каждом заводе убывают со скоростью, равной сумме перерабатываемой и теряемой при хранении свекловичной массы, взятой с обратным знаком; (4) являются условием окончания работы в момент времени $t = t_i$; (5) указывают на отсутствие обратных перевозок и отрицательных запасов свеклы.

2. Решение задачи (1) — (5). Прежде чем перейти к решению задачи (1) — (5), упростим ее. Как видно из ограничений (3) и (4), переменную $z_i(t)$ можно исключить из (1). Для этого решим дифференциальное уравнение (3) с условием (4), при произвольном фиксированном номере i.

Имеем

$$z_i(t) = \int_t^{t_i} R_i(\tau) e^{\varepsilon(\tau - t)} d\tau. \tag{6}$$

Подставим (6) в (1), изменим в двойном интеграле порядок интегрирования. Тогда, после изменения в двойном интеграле записи t на τ и наоборот, получим

$$L = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} (c_{ij} + r_i) x_{ij} + c \sum_{i=1}^{m} \int_{t_0}^{t_i} R_i(t) \int_{t_0}^{t_i} b(\tau) e^{\varepsilon(t-\tau)} d\tau \, dt +$$

$$+ c \sum_{i=1}^{m} \int_0^{t_i} R_i(t) g(t) \, dt. \tag{7}$$

Для исключения переменных $z_i(t)$ из ограничений, запишем математическое выражение связи, существующей между запасами сырья, образующимися на средневзвешенный день начала хранения, и количеством свеклы, доставленной на завод и переработанной им до средневзвешенного дня начала хранения.

Очевидно, что

$$z_i(t_0) = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} - \int_0^{t_0} R_i(t) \, dt, \qquad i = 1, 2, \ldots, m \tag{8}$$

Из (6) и (8) имеем

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = \int_0^{t_0} R_i(t) \, dt + \int_{t_0}^{t_i} R_i(t) e^{\varepsilon(t - t_0)} dt, \qquad i = 1, 2, \ldots, m. \tag{9}$$

Таким образом, вместо решения задачи (1) — (5) можно отыскать решение задачи (7), (2), (5), (9). Эта задача, вообще говоря, является общей задачей математического программирования. Однако, так как на практике функции $b(t)$, $g(t)$, $R_i(t)$ задаются в виде кусочно-постоянных, ее можно приближенно заменить задачей квадратичного программирования. Рассмотрим простейший случай, а именно будем считать все вышеперечисленные функции постоянными на весь сезон свеклопереработки. Кроме того, положим $\varepsilon = 0$. Тогда, после интегрирования и исключения времени t_i, задача (7), (2), (5), (9) запишется:

найти минимум функционала

$$L = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j-1}^{n} (c_{ij} + r_i) x_{ij} + 1/2cb \sum_{i=1}^{m} \frac{\left(\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\right)^2}{R_i} \tag{10}$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = B_j, \quad j = 1, 2, \ldots, n, \tag{11}$$

$$x_{ij} \geqslant 0, \quad i = 1, 2, \ldots, m; \; j = 1, 2, \ldots, n. \tag{12}$$

Сформулированную выше задачу квадратичного программирования (10) — (12) можно решить одним из известных градиентных методов.

Иначе обстоит дело, когда функции $b(t)$, $g(t)$, $R_i(t)$ кусочно-постоянные, хотя и в этом случае теоретически ее можно свести к задаче квадратичного программирования. Для этого достаточно разбить сезон свеклопереработки каждого завода на некоторое число λ_i периодов $[t_0, t\ ]$, $[t_1, t_2], \ldots, [t_{\lambda_i -2}, t_{\lambda_i -1}]$, $[t_{\lambda_i -1}, t_{\lambda_i}]$, которые определяются так, чтобы на каждом частичном периоде все функции $b(t)$, $g(t)$, $R_i(t)$ были бы постоянными. После этого вычислить интегралы, входящие в задачу (7), (2), (5), (9) и исключить время t_i. В результате снова получим задачу квадратичного программирования. Причем, при $\varepsilon = 0$ абсолютное значение функционала задачи квадратичного программирования совпадает со значением функционала (7), а при $\varepsilon > 0$ отличается на величину порядка ε. Однако при практическом применении изложенной теории возникает затруднение при выборе последнего периода работы каждого завода. Это объясняется тем, что завод не может прекращать работу раньше момента времени $t = t_{\lambda_i -1}$, т. е. должно быть $t_i \geqslant t_{\lambda_i -1}$, $i = 1, 2, \ldots, m$. Следовательно, вместо (9) на переменные x_{ij} накладываются ограничения

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \geqslant \int_0^{t_0} R_i(t)\,dt + \int_{t_0}^{t_{\lambda_i -1}} R_i(t)\, e^{\varepsilon(t-t_0)}\,dt, \quad i = 1, 2, \ldots, m. \tag{13}$$

Кроме того, из вышесказанного можно заключить, что на всем сегменте $[t_{\lambda_i -1}, t_i]$ функции $b(t)$, $g(t)$, $R_i(t)$ должны быть постоянными.

Поэтому выбор интервала времени, на котором рассматриваемый завод должен закончить переработку свеклы, во многом предопределяет решение задачи квадратичного программирования и может привести к тому, что решение этой задачи не будет оптимальным планом исходной задачи. Это затруднение легко устранить, если несколько видоизменить постановку исходной задачи.

3. **Вторая математическая модель задачи распределения свеклы между заводами и метод ее решения.** К обозначениям, принятым в п. 1, добавим: $y_i(t)$ — искомое количество единиц веса свеклы, перерабатываемое i-м заводом за единицу времени; T_i — максимально крайний срок окончания работы на i-м заводе. Очевидно, что $y_i(t)$ не могут превышать максимальной мощности переработки свеклы на i-м заводе, т. е. $y_i(t) \leqslant R_i(t)$, $0 \leqslant t \leqslant T_i$; $i = 1, 2, \ldots, m$.

Неотрицательные функции $y_i(t)$ определяются по формулам

$$\left.\begin{aligned} y_i(t) &= R_i(t), \quad 0 \leqslant t \leqslant t_0 \\ y_i(t) &= R_i(t), \quad t_0 < t \leqslant t_i \\ y_i(t) &= 0, \qquad\ \ t_i < t \leqslant T_i \end{aligned}\right\}, i = 1, 2, \ldots, m \tag{14}$$

В соответствии с (14), задачу (7), (2), (5), (9) можно записать следующим образом.

Найти минимум функционала

$$L = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} (c_{ij} + r_i) x_{ij} + c \sum_{i=1}^{m} \int_{t_0}^{T_i} y_i(t) \int_{t_0}^{t} b(\tau)\, e^{\varepsilon(t-\tau)}\, d\tau\, dt +$$

$$+ c \sum_{i=1}^{m} \int_0^{T_i} y_i(t) g(t)\, dt \tag{15}$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = B_j, \qquad j = 1, 2, \ldots, m, \tag{16}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = \int_0^{t_0} R_i(t)\,dt + \int_{t_0}^{T_i} y_i(t) e^{\varepsilon(t-t_0)}\,dt, \qquad i = 1, 2, \ldots, m \tag{17}$$

$$0 \leqslant y_i(t) \leqslant R_i(t), \qquad 0 \leqslant t < T_i; \quad i = 1, 2, \ldots, m, \tag{18}$$

$$x_{ij} \geqslant 0, \qquad i = 1, 2, \ldots, m; \; j = 1, 2, \ldots, n. \tag{19}$$

Разобьем сегмент $[t_0, T_i]$ на s_i частей в соответствии с участками постоянности функции $b(t)$, $g(t)$, $R_i(t)$, $y_i(t)$ и положим

$$\left.\begin{aligned} b(t) &= b_k, \\ g(t) &= g_k, \\ y_i(t) &= y_{ik}, \\ R_i(t) &= R_{ik} \end{aligned}\right\} t_{k-1} + t \leqslant t_k; \; i = 1, 2, \ldots, m, \tag{20}$$

где k — порядковый номер правого конца сегмента $[t_{k-1}, t_k]$, $k = 1, 2, \ldots, s_i$. Причем $t_{s_i} = T_i$.

Вычислив при сделанных предположениях (20) интегралы, входящие в задачу (15) — (19), придем к следующей задаче линейного программирования.

Найти минимум функционала

$$L = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} (c_{ij} + r_i) x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} \sum_{k=1}^{s_i} p_k y_{ik} \tag{21}$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = B_j, \qquad j = 1, 2, \ldots, n, \tag{22}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = Q_i + \sum_{k=1}^{s_i} d_k y_{ik}, \qquad i = 1, 2, \ldots, m. \tag{23}$$

$$0 \leqslant y_{ik} \leqslant R_{ik}, \qquad i = 1, 2, \ldots, m; \; k = 1, 2, \ldots, s_i, \tag{24}$$

$$x_{ij} \geqslant 0, \qquad i = 1, 2, \ldots, m; \; j = 1, 2, \ldots, n, \tag{25}$$

где введены обозначения

$$p_k = c \int_{t_{k-1}}^{t_k} \left[\int_{t_0}^{t} b(\tau) e^{\varepsilon(t-\tau)}\,d\tau + g_k \right] dt, \qquad k = 1, 2, \ldots, s_i,$$

$$Q_i = \int_0^{t_0} R_i(t)\,dt, \qquad i = 1, 2, \ldots, m,$$

$$\alpha_k = \int_{t_{k-1}}^{t_k} e^{\varepsilon(t-t_0)}\,dt, \qquad k = 1, 2, \ldots, s_i.$$

Постоянную величину

$$c \sum_{i=1}^{m} \int_0^{t_0} R_i(t) g(t)\,dt,$$

как не влияющую на экстремум задачи (21) — (25), опускаем.

Отметим два свойства коэффициентов α_k и p_k, $k = 1, 2, \ldots, s_i$.

Свойство 1. Коэффициенты α_k, p_k, $k = 1, 2, \ldots, s_i$ положительны.

Это свойство является следствием положительности подынтегральных функций, входящих в выражения для α_k и p_k, $k = 1, 2, \ldots, s_i$.

Свойство 2. Если продолжительность периодов $[t_{k-1}, t_k]$ одинакова для всех номеров k, $k = 1, 2, \ldots, s_i$, то коэффициенты p_k и α_k возрастают с увеличением номера k, т. е. $p_1 < p_2 < \ldots < p_{s_i}$, $\alpha_1 < \alpha_2 < \ldots < \alpha_{s_i}$.

Справедливость свойства 2 для коэффициентов α_k очевидна, а для коэффициентов p_k вытекает из того, что функция

$$\int_{t_0}^{t} b(\tau) e^{\varepsilon(t-\tau)} d\tau + g(t)$$

является возрастающей.

Перейдем к рассмотрению вопроса о разрешимости задачи (21) — (25). Для доказательства существования решения задачи достаточно показать ограниченность функционала (21) снизу при условиях (22) — (25) и существование по крайней мере одного плана этой задачи. Ограниченность функционала снизу следует из положительности всех его коэффициентов и неотрицательности всех переменных x_{ij}, y_{ik}. Для доказательства второго утверждения построим план задачи (21) — (25) следующим образом.

Зададим m чисел

$$A_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij}, \qquad i = 1, 2, \ldots, m, \tag{26}$$

удовлетворяющих условиям

$$\sum_{i=1}^{m} A_i = \sum_{j=1}^{n} B_j, \tag{27}$$

$$Q_i \leqslant A_i \leqslant \sum_{k=1}^{s_i} \alpha_k R_{ik} + Q_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, m. \tag{28}$$

Задания таких чисел возможно в силу (22) — (24). Но так как $y_{ik} \leqslant R_{ik}$, всегда можно определить такую совокупность неотрицательных чисел $\|y_{ik}\|_{m, s^i}$, что

$$\sum_{k=1}^{s_i} \alpha_k y_{ik} + Q_i = A_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, m.$$

В качестве переменных x_{ij} возьмем произвольное решение системы равенств и неравенств (22), (25), (26), разрешимость которой обеспечивается условием (27).

Очевидно, что полученная таким образом совокупность чисел $\{\|x_{ij}\|_{m, n}, \|y_{ik}\|_{m, s_i}\}$ будет планом задачи (21)—(25). Следовательно, эта задача разрешима.

Полученная задача, вообще говоря, является общей задачей линейного программирования [1]. Однако из-за особенностей структуры матрицы ограничений, эту матрицу можно свести к закрытой модели транспортной задачи [2]. С этой целью выведем дополнительное ограничение. Просуммируем ограничения (22) по всем индексам j, а ограничения (23) по всем индексам i. После исключения из полученной системы двух уравнений выражения

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} x_{ij},$$

имеем

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{k=1}^{s_i} \alpha_k y_{ik} = \sum_{j=1}^{n} B_j - \sum_{i=1}^{m} Q_i. \tag{29}$$

Введем новые переменные и константы по формулам

$$\left.\begin{aligned} \bar{y}_{ik} &= \alpha_k y_{ik}, \\ \overline{R}_{ik} &= \alpha_k R_{ik}, \\ \xi_{ik} + \bar{y}_{ik} &= \overline{R}_{ik} \end{aligned}\right\} i = 1, 2, \ldots, m;\ k = 1, 2, \ldots, s_i, \qquad \begin{matrix}(30)\\(31)\\(32)\end{matrix}$$

Заменим в функционале (21) и системах ограничений (23), (24), (29) y_{ik}, R_{ik} соответственно через $\bar{y}_{ik}$, $\overline{R}_{ik}$ по формулам (30), (31). Из системы равенств, полученных из (23) после замены y_{ik} на $\bar{y}_{ik}$, исключим $\bar{y}_{ik}$ по формулам (32). Окончательно имеем следующую задачу линейного программирования.

Найти минимум функционала

$$L = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} (c_{ij} + r_i) x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} \sum_{k=1}^{s_i} \frac{p_k}{\alpha_k} \bar{y}_{ik} \qquad (33)$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = B_j, \qquad i = 1, 2, \ldots, n, \qquad (34)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} + \sum_{k=1}^{s_i} \xi_{ik} = Q_i + \sum_{k=1}^{s_i} \overline{R}_{ik}, \qquad i = 1, 2, \ldots, m, \qquad (35)$$

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{k=1}^{s_i} \bar{y}_{ik} = \sum_{j=1}^{n} B_j - \sum_{i=1}^{n} Q_i, \qquad (36)$$

$$\xi_{ik} + \bar{y}_{ik} = \overline{R}_{ik}, \qquad i = 1, 2, \ldots, m;\ k = 1, 2, \ldots, s_i, \qquad (37)$$

$$x_{ij} \geqslant 0;\ y_{ik} \geqslant 0;\ \xi_{ik} \geqslant 0,\ i = 1, 2, \ldots, m;\ j = 1, 2, \ldots, n;\ k = 1, 2, \ldots, s_i. \qquad (38)$$

Задача (23) — (38) является закрытой моделью транспортной задачи с ограничениями по пропускным способностям и сводится к обычной модели транспортной за-

Таблица

i	Поставщики / Потребители	B_1	. . .	B_n	$i=1$			. . .	$i=m$		
					$\overline{R}_{11}$	. . .	R_{1s_1}	. . .	$\overline{R}_{m1}$	. . .	$\overline{R}_{ms_m}$
1	$Q_1 + \sum_{k=1}^{s_1} \overline{R}_{1k}$	$\frac{c_{11}+r_1}{x_{11}}$	. . .	$\frac{c_{1n}+r_1}{x_{1n}}$	$\frac{0}{\xi_{11}}$	. . .	$\frac{0}{\xi_{1s_1}}$	. . .	$\frac{M}{0}$	. . .	$\frac{M}{0}$
⋮	. . .	⋮	. . .	⋮	⋮	. . .	⋮	. . .	⋮	. . .	⋮
m	$Q_m + \sum_{k=1}^{s_m} R_{mk}$	$\frac{c_{m1}+r_m}{x_{m1}}$	. . .	$\frac{c_{mn}+r_m}{x_{mn}}$	$\frac{M}{0}$	. . .	$\frac{M}{0}$	. . .	$\frac{0}{\xi_{m1}}$	. . .	$\frac{0}{\xi_{ms_m}}$
$m+1$	$\sum_{j=1}^{n} B_j - \sum_{i=1}^{m} Q_i$	$\frac{M}{0}$	. . .	$\frac{M}{0}$	$\frac{P_1/\alpha_1}{\bar{y}_{11}}$	. . .	$\frac{P_{s_1}/\alpha_{s_1}}{y_{1s_1}}$	. . .	$\frac{P_1/\alpha_1}{\bar{y}_{m1}}$	. . .	$\frac{P_{s_m}/\alpha_{s_m}}{\bar{y}_{ms_m}}$

дачи [3]. В этом можно убедиться, записав ее с помощью теории запретов в виде следующей таблицы, где M — достаточно большое число.

Оптимальный план полученной транспортной задачи дает план перевозок и переработки сахарной свеклы, который полностью определяет распределение свеклы между заводами. Однако для того, чтобы это распределение было оптимальным для исходной задачи (1)—(5), необходимо в силу (14) выполнение соотношений

$$y_{ik} = \begin{cases} R_{ik}, & k = 1, 2, \ldots, k_i \leqslant s_i \\ \theta R_{ik}, & k = k_i + 1, \ 0 \leqslant \theta \leqslant 1, \\ 0, & k = k_i + 2, \ldots, s_i. \end{cases} \qquad (39$$

Нетрудно убедиться, что соотношения (39) будут иметь место в том случае, когда коэффициенты p_k / α_k, $k = 1, 2, \ldots, s_i$, образуют возрастающую последовательность

$$p_1/\alpha_1 < p_2/\alpha_2 \ldots < p_{s_i}/\alpha_{s_i}. \qquad (40)$$

Из выражений для α_k, p_k и 2-го свойства коэффициентов p_k очевидно, что в предельном случае ($\varepsilon = 0$) неравенства (40) справедливы при равной длине сегментов $[t_{k-1}, t_k]$, $k = 1, 2, \ldots, s_i$. Поэтому можно утверждать, что (40) будет иметь место и при некоторых достаточно малых $\varepsilon > 0$ и равной длине сегментов $[t_{k-1}, t_k]$, $k = 1, 2, \ldots, s_i$. Это утверждение подтвердилось при решении практической задачи.

В соответствии с вышеизложенной моделью при постоянной для всех заводов стоимости переработки единицы веса свеклы была решена задача о распределении 18.119.000 *ц* свеклы, выращиваемой 92 свеклосеющими хозяйствами, между шестью сахарными заводами Чуйской долины Киргизской ССР на сезон свеклопереработки. В итоге оказалось, что оптимальный план распределения свеклы значительно экономичнее по сравнению с фактическим.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Б. Юдин, Е. Г. Гольштейн. Задачи и методы линейного программирования, М., «Сов. радио», 1964.
2. И. Я. Бирман. Транспортная задача линейного программирования, М., Экономиздат, 1962.
3. Методические указания по определению оптимальных схем перевозок, снабжения и размещения предприятий с помощью линейного программирования, М., «Экономика», 1964.

Поступила в редакцию
11 VIII 1966