ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ 1970 том VI, вып. 3

СТОХАСТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ СИСТЕМ ИРРИГАЦИИ

Б. С. ВЕРХОВСКИЙ

(Москва)

Одна из крупных народнохозяйственных проблем — обводнение и орошение земель полупустынной и засушливой зоны путем использования природных запасов воды для расширения посевных площадей. Многое в этом направлении уже сделано. Сейчас в СССР имеется 10 млн. *га* орошаемых земель. Из них 1,3 млн. *га* введено только за последние пять лет. Предусматривается увеличение площади орошаемых земель примерно на 7—8 млн. *га*.

В связи с этим остро встает вопрос о всестороннем обосновании эффективности капиталовложений, о выборе наивыгоднейших производственных вариантов.

В настоящей статье предлагается математический метод* решения проблемы проектирования орошаемых хозяйств на незарегулированном стоке. Метод позволяет довольно широко учитывать исходную технико-экономическую информацию, характеризующую как этап строительства проектируемого хозяйства, так и его эксплуатацию. Кроме того, в статье указывается способ учета вероятностных характеристик (неопределенности в поведении стока), сводящийся к постановке двустадийной задачи математического программирования. Эта постановка отлична от ранее предлагавшихся (см. [2—4]).

В основу расчетного критерия положен принцип максимальной доходности хозяйства, который может служить достаточным показателем эффективности орошаемого хозяйства для оросительных систем на небольших и средних реках, в рамках отдельных хозяйств с условием использования ими своих или заемных средств.

При построении функции цели предлагается учитывать: общие затраты орошаемого хозяйства, в том числе затраты на строительство и освоение оросительной системы на весь срок ее службы, и фактическую выручку хозяйства от реализации сельскохозяйственной продукции за тот же период времени.

Делаются следующие допущения, которые могут быть вполне реальными для большинства районов орошения засушливой и полупустынной зоны.

1. Влияние фактора естественного увлажнения считается учтенным в средних нормах сельскохозяйственного производства на богаре.

2. В маловодные годы при необходимости выбирается вариант с ущемленным водоиспользованием, при котором исключается из режима ороше-

---

* Основные идеи метода изложены в работе [1].

ния менее ценные культуры с сохранением установленных норм остальным *.

3. Вероятностная характеристика водоисточников относится к так называемому критическому периоду орошения. (Под критическим периодом орошения понимается такой период, когда поливной режим рассматриваемого набора сельскохозяйственных культур по заданным нормам не соответствует бытовому режиму источников орошения.)

4. Урожайности сельскохозяйственных культур предполагаются известными как для расчетных норм их полива, так и на богаре.

Результаты данной статьи применялись для определения оптимальной оросительной способности р. Прут — средней по величине речного стока, расположенной в зоне с недостаточным естественным увлажнением, имеющей достаточные земельные ресурсы для развития высокоэффективного орошаемого земледелия; важно и то, что накоплено большое количество наблюдений за режимом этой реки, позволивших построить ряд распределения ее расходов.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Основные факторы орошаемого хозяйства чаще являются случайными величинами. Их конкретные реализации сильно изменяют режим орошения и некоторые другие сельскохозяйственные мероприятия, предусмотренные производством.

В засушливые годы, когда обнаруживается дефицит воды для орошения, делается вынужденное перераспределение воды в системе общего водоиспользования, изменяется режим орошения, вводятся агротехнические мероприятия по борьбе с засухой.

Будем считать, что в зависимости от поведения случайных величин (их конкретных реализаций) в планировании и управлении орошаемым хозяйством существуют две возможности: 1) перераспределять водопотребление в системе комплексного использования водного ресурса; 2) изменять режим орошения сельскохозяйственных культур.

Для наиболее полного и гибкого учета этих возможностей предлагается использовать в качестве вероятностной характеристики случайной величины стока его ряд распределения. Этим подразумевается взаимная независимость реализаций расходов речного стока. Фактически же речной сток ведет себя как марковский процесс. Однако не представляет никаких математических трудностей учесть и эту сторону вопроса. Действительно, пусть $j = 1, 2, \ldots, n$ — дискретные состояния процесса, $S = \{s_{jk}\}$ — матрица вероятностей перехода. Тогда под p_j будем подразумевать финальные вероятности состояний, которые находятся из системы

$$p = pS, \quad \sum_{j=1} p_j = 1.$$

Рассмотрим учет первой возможности. Пусть ряд распределения составляет

$$Q_1', Q_2', \ldots, Q_j', \ldots, Q_n',$$

$$p_1, p_2, \ldots, p_j, \ldots, p_n.$$

---

* Однако в методике расчетов предусмотрена возможность выбрать варианты с ущемленным водоиспользованием, в которых режим орошения назначается не в зависимости от ценности культуры, а в зависимости от специфических условий орошаемого хозяйства (например, от условий севооборота, в зависимости от плановых показателей и т. п.).

В условиях комплексного водопотребления, когда часть воды расходуется на водоснабжение, рыбоводство, на удовлетворение санитарного состояния реки и пр., перераспределять воду можно в зависимости от каждой реализации. Все статьи расхода, кроме орошения, можно суммировать и считать для них общий расход G_j при $j = 1, 2, \ldots, n$. Тогда для характеристики орошения ряд распределения расходов примет вид $(Q_j' - G_j) \sim p_j$ для $j = 1, \ldots, n$. Режимы орошения также ставятся в зависимости от реализаций расходов.

В маловодные годы возникает необходимость либо сокращать нормы полива, оставляя неизменной площадь орошения, либо исключать из полива некоторые культуры, сохраняя остальным нормальный режим орошения. Могут быть и промежуточные варианты.

Наиболее желательным для решения является случай регулирования режима переменными нормами полива. Модель орошаемого хозяйства для этого случая приведена ниже (см. стр. 453).

Рассмотрим регулирование режима орошения за счет полного или частичного исключения некоторых культур из полива. В работах ряда авторов, исследовавших вопрос о выборе режима при дефиците воды (см., например, [2]), предлагается метод исключения из системы поливов в первую очередь менее ценных культур. При этом преследовалась единственная цель: получить минимальное снижение чистого дохода.

В практике орошаемого земледелия такой подход в общем случае неприемлем. Это связано с тем, что реальная потребность в производстве некоторых продуктов может быть не обязательно пропорциональна их стоимости. Поэтому при установлении режима орошения необходимо предусмотреть ограничения для ряда культур, когда очередность исключения из орошения обеспечивается не только и не столько их стоимостями, но и плановым заданием.

Принимая во внимание приведенные условия, рассмотрим стохастическую задачу для многопродуктового хозяйства.

Пусть в производстве имеется набор сельскохозяйственных культур $(i = 1, 2, \ldots, m)$. Площади, отводимые под посевы для каждой из них по соображениям специализации хозяйства, относятся как $\gamma_1' : \gamma_2' : \ldots : \gamma_m'$,

$$\sum_{i=1}^{m} \gamma_i' = 1.$$

Введем обозначения: $\bar{\alpha}_i$ — заготовительная стоимость с единицы орошаемой площади i-й культуры; $\bar{\alpha}_i$ — заготовительная стоимость i-й культуры с единицы неорошаемой площади; $\bar{\beta}_i$ — затраты на возделывание и орошение единицы площади i-й культуры; β_i — затраты на возделывание единицы площади, занятой i-й культурой, при отсутствии орошения.

Пусть F — общая площадь, занятая под всеми культурами.

Если в какой-нибудь сезон уровень реки будет таким, что возможно будет оросить меньше, чем F, то возникает задача: какую часть площади x_{ij} каждой культуры поливать, с тем чтобы максимизировать чистый доход за сезон?

Так как x_{ij} определяет режим орошения i-й культуры во время j-й реализации, то назовем ее переменной управления.

В более общем случае возникает задача о выборе величины F и таком последующем выборе всех переменных управления x_{ij}, чтобы получить максимум ожидаемого многолетнего чистого дохода от всех культур.

Переменные управления x_{ij} должны быть выбраны так, чтобы выполнились условия

$$\sum_{i=1}^{m} \gamma_i' \nu_i x_{ij} F \leqslant Q_j'', \tag{1}$$

$$0 \leqslant x_{ij} \leqslant 1, \tag{2}$$

где $Q_j'' = (Q_j' - G_j)\eta$; η — к.п.д. оросительной системы; ν_i — гидромодуль-нетто i-й культуры.

Математическое ожидание чистого дохода от всех культур равно

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} p_j (\alpha_i' x_{ij} - \beta_i') F \gamma_i', \tag{3}$$

где $\alpha_i' = (\tilde{\alpha}_i - \bar{\alpha}_i - \tilde{\beta}_i + \bar{\beta}_i)$, $\beta_i' = (\bar{\beta}_i - \bar{\alpha}_i)$.

В более общем случае, когда порядок орошения назначается для некоторых сельскохозяйственных культур независимо от их доходности, на переменные x_{ij} следует вводить дополнительные ограничения. В таком случае условия (2) примут вид $0 < d_i \leqslant x_{ij} \leqslant 1$. Сделаем замену переменных $x_{ij}' = x_{ij} - d_i$, тогда задача с новыми ограничениями на x_{ij}' приобретет следующий вид: найти максимум $\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} p_j [\alpha_i' (x_{ij}' + d_i) - \beta_i'] F \gamma_i'$

при условиях $\sum_{i=1}^{m} \gamma_i' x_{ij}' \nu_i F \leqslant Q_j$,

$$0 \leqslant x_{ij}' \leqslant 1 - d_i,$$

где

$$Q_j = Q_j'' - \sum_{i=1}^{m} \gamma_i' d_i \nu_i F.$$

Выразим коэффициенты α_i' и β_i' через исходные данные. Обозначим: $\tau_i^{(1)}$ — урожайность i-й культуры при орошении (*ц/га*); $\tau_i^{(2)}$ — то же, без орошения (*ц/га*); c_i — заготовительная стоимость единицы продукции i-й культуры (*руб/ц*); s_i — удельные затраты на сбор, транспортировку, хранение и обработку i-й культуры (*руб/ц*); r_i — удельные затраты на обработку земли, удобрения, семена (*руб/га*) (здесь имеются в виду общие затраты на возделывание культур до начала уборки урожая); σ_i — удельные затраты на орошение i-й культуры (*руб/га*); T — нормативный период окупаемости оросительного оборудования при использовании его на площади F; K — стоимость строительства (приведенная или фактическая). Тогда

$$\tilde{\alpha}_i = \tau_i^{(1)} c_i, \qquad \bar{\alpha}_i = \tau_i^{(2)} c_i,$$

$$\tilde{\beta}_i = (K/T) + \rho K + r_i + \sigma_i + s_i \tau_i^{(1)}$$

$$\bar{\beta}_i = (K/T) + \rho K + r_i + s_i \tau_i^{(2)},$$

где ρ — расчетный коэффициент отчислений от основных фондов.

После подстановки $\tilde{\alpha}_i$, $\bar{\alpha}_i$, $\tilde{\beta}_i$, $\bar{\beta}_i$ в формулы для α_i', β_i' получим

$$\alpha_i' = (\tau_i^{(1)} - \tau_i^{(2)})(c_i - s_i) - \sigma_i,$$

$$\beta_i' = [\alpha + (1/T)]K + r_i - (c_i - s_i)\tau_i^{(2)}.$$

Рассмотрим метод решения сформулированной задачи.

В предлагаемой постановке решение связано с конкретными реализациями случайных условий задачи и представляет собой набор управления, определенный статистической закономерностью исходных условий (расходов стока рек).

Система, в которой управление организовано указанным образом, лучше приспособлена к изменению условий задачи. Управление подобной системой определяется не единым правилом, общим для всех точек мно-

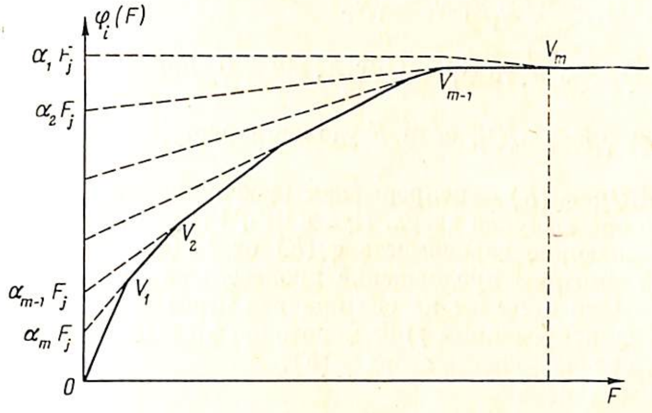

Рис. 1

жества возможных состояний природы, а меняется с каждой реализацией условий задачи, гибко реагируя на изменение состояния природы ($\{x_{ij}\}$ — программа инструкция).

Приведем схему выбора решения (в нашем случае величины орошаемой площади F).

На первом этапе выбирается некоторое F. Затем каждому F ставится в соответствие набор управлений (как указано выше, множество управлений в наборе определено множеством реализаций природы) и вычисляется математическое ожидание чистого дохода в зависимости от выбора F.

МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Критерий (3) можно записать в следующем виде:

$$\max_F \left[\sum_{j=1}^{n} p_j \left(\max_{ij} \sum_{i=1}^{m} \gamma_i' \alpha_i' x_{ij} F \right) - \sum_{i=1}^{m} \gamma_i' \beta_i' F \right].$$

Рассмотрим при фиксированном j функцию

$$\varphi_j(F) = \max_{x_{ij}} \sum_{i=1}^{m} \alpha_i' x_{ij} F \gamma_i'$$

при условии, что соответствующие x_{ij} удовлетворяют (1), (2). Пусть $\alpha_1 \geqslant \alpha_2 \geqslant \ldots \geqslant \alpha_m$, где $\alpha_i = \alpha_i' / \nu_i$. Тогда, если обозначить через $x_{ij}^{(0)}$

оптимальные значения переменных x_{ij}, то

$$x_{ij}^{(0)} = \begin{cases} 1, & \text{если } i < k, \\ \dfrac{1}{\gamma_k F}\left(Q_j - \sum\limits_{i=1}^{k-1} \gamma_i F\right), & \text{если } i = k, \\ 0 & \text{если } i > k, \end{cases}$$

где $\sum\limits_{i=1}^{k-1} \gamma_i F \leqslant Q_j < \sum\limits_{i=1}^{k} \gamma_i F$, $\gamma_i = \gamma_i' \nu_i$. (4')

Если же $Q_j < \gamma_1 F$, то $x_{1j}^{(0)} = Q_j/\gamma_1 F$, $x_{ij}^{(0)} = 0$ при $i > 1$. Тогда $\varphi_j(F) = \sum\limits_{i=1}^{k} (\alpha_i - \alpha_k)\, \gamma_i F + \alpha_k Q_j$, если F удовлетворяет (4'). Если же $Q_j \leqslant \gamma_1 F$, то $\varphi_j(F) = \alpha_1 Q_j$; $\varphi_j(F)$ — непрерывная кусочно-линейная функция от F. Покажем, что она выпукла вверх. Пусть $0V_1$, V_1V_2, ..., $V_{m-1}V_m$ — отрезки прямых, выражающие зависимость $\varphi_j(F)$ от F (см. рис. 1). Ясно, что $\varphi_j(0) = 0$. Рассмотрим продолжение произвольного отрезка $V_{l-1}V_l$ влево от точки V_{l-1}. Оно отсекает на оси ординат отрезок $\alpha_{m-l+2}Q_j$. С увеличением F (при фиксированном j) k монотонно убывает, а $\alpha_k Q_j$ возрастает. Отсюда и следует выпуклость вверх $\varphi_j(F)$.

Рассмотрим теперь

$$\sum_{j=1}^{n} p_j \varphi_j(F) - F \sum_{i=1}^{m} \gamma_i \beta_i \equiv R(F), \qquad \beta_i = \beta_i'/\nu_i.$$

Очевидно, что $R(F)$ также выпукла вверх. Тогда $\max\limits_{F} R(F)$ может быть найден любым из известных методов для нахождения максимума выпуклой вверх функции одной переменной. Оптимальное значение F может быть найдено, например, дихотомией или по методу чисел Фибоначчи.

Очевидно, что F следует выбирать из интервала $[0, Q_n/\gamma_1]$, поскольку $R(F) = \left(\sum\limits_{j=1}^{n} p_j Q_j\right) \alpha_1 - F\left(\sum\limits_{i=1}^{m} \gamma_i \beta_i\right)$ при $F \geqslant Q_n/\gamma_1$.

Обозначим через $W_j^-(F)$ и $W_j^+(F)$ производные от функции $\varphi_j(F)$ в точке F слева и справа соответственно.

Для них справедливы следующие соотношения:

$$1^0.\ W_j^- = W_j^+ = W_j = \begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{k-1} (\alpha_i - \alpha_k)\gamma_i, & \text{если } \sum\limits_{i=1}^{k-1} \gamma_i F < Q_j < \sum\limits_{i=1}^{k} \gamma_i F, \\ 0, & \text{если } Q_j < \sum\limits_{i=1}^{k} \gamma_i F, \end{cases}$$

$$2^0.\ W_j^- > W_j^+, \quad \text{если} \quad Q_j = \sum_{i=1}^{k} \gamma_i F,$$

при этом $W_j^+ - W_j^- = (\alpha_k - \alpha_{k+1}) \sum\limits_{i=1} \gamma_i$.

Рассмотрим алгоритм нахождения оптимального значения с использованием метода дихотомии.

При этом окончание вычислительного процесса можно предусмотреть либо по достаточной близости значений функции в двух последующих итерациях, либо по достаточной близости значений ее аргументов также в двух последующих итерациях.

Здесь требуемая точность определения $F^{(0)}$ связывается с достаточной близостью значений аргументов.

АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕНИЯ

Обозначим $F^{(0)}$ оптимальное значение F. Пусть ε — требуемая точность, с какой ищется F, и пусть $p_+(F)=\sum\limits_{j=1}^{n} p_j W_j^+(F)$ и $p_-(F)=\sum\limits_{j=1}^{n} p_j W_j^-(F)$, $b\equiv\sum\limits_{i=1}^{m} b_i\gamma_i$. Если $p_+(0)\leqslant b$, то $F^{(0)}=0$. Если $p_-(0)\geqslant b$, то $F^{(0)}=Q_n/\gamma_1$. Если при каком-нибудь значении $\bar{F}$ $p_+(\bar{F})=b$ либо $p_-(\bar{F})=b$, то $F^{(0)}=\bar{F}$.

Вообще, пусть известны такие значения F_1 и F_2, что:

1) $F_1<F_2$,

2) $p_+(F_1)>b$ и $p_-(F_2)<b$,

3) если $|F_1-F_2|\leqslant\varepsilon$, то $F^{(0)}\cong F_1$. Если же $|F_1-F_2|>\varepsilon$, то найдем $F_3=(F_1+F_2)/2$.

Пусть $p_+(F_3)>b$. Если $|F_3-F_2|\leqslant\varepsilon$, то $F^{(0)}\cong F_3$.

Если же $|F_3-F_2|>\varepsilon$, то вычисляем $F_4=(F_3+F_2)/2$ и т. д.

Пусть теперь $p_+(F_3)<b$. Найдем $p_-(F_3)$. Если $p_-(F_3)>b$, то $F_3=F^{(0)}$. Если $|F_1-F_3|\leqslant\varepsilon$ и $p_-(F_3)<b$, то $F^{(0)}\cong F_3$. Если же $|F_1-F_3|>\varepsilon$, то вычисляем $F_4=(F_1+F_3)/2$ и т. д. Алгоритм заканчивает свою работу, когда будут найдены такие F_* и F_{**}, для которых выполняются все условия (1)—(3).

По полученным оптимальным значениям параметров управления $x_{ij}^{(0)}$ легко подсчитать оптимальные обеспеченности $p^{(i)}$ орошения индивидуально для каждой культуры

$$p^{(i)}=\sum_{j=1}^{n} p_j[x_{ij}^{(0)}], \tag{4}$$

найти средние урожайности с 1 *га* $\tau^{(i)}$ для каждой культуры

$$\tau^{(i)}=p_*^{(i)}(\tau_i^{(1)}-\tau_i^{(2)})+\tau_i^{(2)}, \tag{5}$$

где $p_*^{(i)}(\tau_i^{(1)}-\tau_i^{(2)})$ — математическое ожидание приращения урожайности на 1 *га* для i-й культуры от применения орошения,

$$p_*^{(i)}\equiv\sum_{j=1}^{n} p_j x_{ij}^{(0)},\quad (p_*^{(i)}\geqslant p^{(i)}).$$

Аналогичным образом легко подсчитываются потери от недополива $\varphi(F)$, которые фактически являются платой за неопределенность, порождаемую вероятностным характером стока

$$\varphi(F)=F\sum_{i=1}^{m}[(\tau_i^{(1)}-\tau_i^{(2)})(c_i-s_i)-\sigma_i]\gamma_i'(1-p^{(i)}).$$

Помимо условий по структуре площадей, к орошаемому хозяйству, пользующемуся услугами ирригационной системы, могут быть предъявлены и другие условия. Естественно, например, условие на ожидаемый

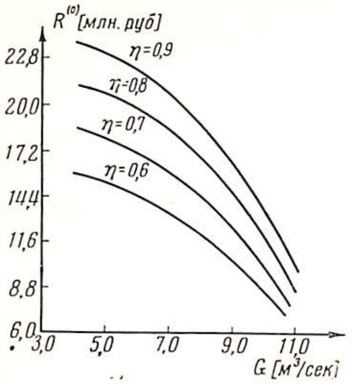

Рис. 2

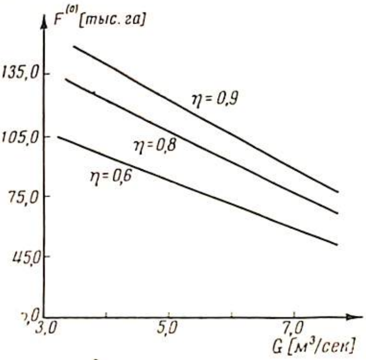

Рис. 3

выход конечной продукции U_i по каждой культуре. Тогда кроме условий (1), (2) появляются еще и такие

$$U_i=\gamma_i F\left[\sum_{j=1}^{n} p_j x_{ij}(\tau_i^{(1)}-\tau_i^{(2)})+\tau_i^{(2)}\right].$$

ОПТИМАЛЬНАЯ ОРОСИТЕЛЬНАЯ СПОСОБНОСТЬ РЕКИ ПРУТ

В качестве первого варианта расчета оптимального использования водных ресурсов р. Прут предлагается рассмотреть незарегулированный ее сток. При этом берутся данные проектных заданий, составленных для Молдавской ССР, по комплексному использованию водных ресурсов р. Прут совместно с Социалистической Республикой Румынией.

Таблица 1

Q, *м³/сек*	10,6	12,0	20,0	28,0	36,0	44,0	52,0	60,0	68,0	76,0
p	0,065	0,140	0,130	0,120	0,105	0,100	0,090	0,070	0,045	0,03

84,0	92,0	100,0	108,0	116,0	124,0	132,0	140,0
0,020	0,020	0,015	0,015	0,010	0,006	0,005	0,005

Таблица 2

№	Культуры	$\tau_i^{(1)}$ *ц/га*	$\tau_i^{(2)}$ *ц/га*	c_i *руб/ц*	s_i *руб/ц*	r_i *руб/га*	σ_i *руб/га*	γ_i
1	Виноградники	130,0	10,0	23,0	1,92	600,0	230,0	0,053
2	Сады	76,0	7,9	25,0	2,26	416,0	243,0	0,079
3	Озимые зерновые	35,9	8,6	7,6	0,46	48,0	20,0	0,099
4	Кукуруза на зерно	73,0	15,2	5,5	0,43	80,0	30,0	0,201
5	Зернобобовые	28,6	10,9	10	0,5	50,0	20,0	0,025
6	Сахарная свекла	415,0	124,5	2,8	0,15	186,0	60,0	0,056
7	Табак	28,0	3,6	280,0	20,0	1500,0	360,0	0,052
8	Овощи и бахчи	259,0	53,0	8,9	0,76	374,0	90,0	0,111
9	Картофель	159,0	21,5	10,0	0,8	150,0	50,0	0,028
10	Кукуруза на силос	365,0	73,6	0,5	0,09	53,0	30,0	0,134
11	Кормовые корнеплоды	680,0	149,0	1,0	0,18	134,0	105,0	0,032
12	Многолетние травы	124,5	12,9	3,0	0,12	70,0	35,0	0,099
13	Однолетние травы	96,0	10,9	3,0	0,13	60,0	15,0	0,031

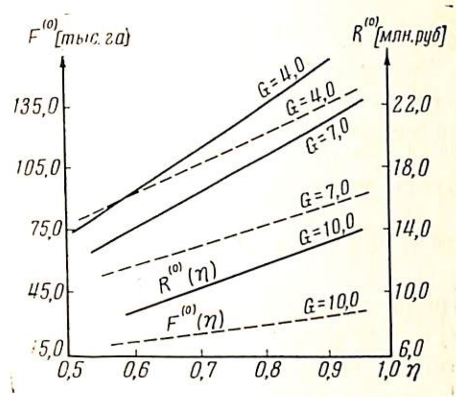

Рис. 4

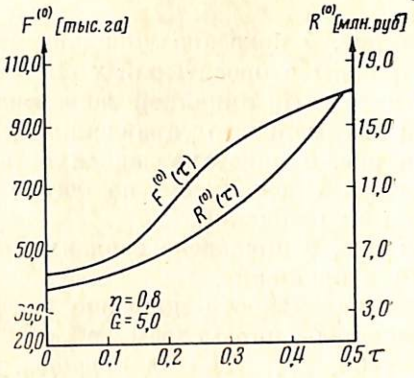

Рис. 5

Гидрологические условия. Характеристикой поведения реки за многолетие в приведенном примере принят ряд распределения расходов, который был построен на основе 35-летних наблюдений на гидрометрической станции у г. Унгены. Эта станция занимает центральное положение в районе осваиваемых земель, она расположена в среднем течении р. Прут.

Боковая приточность в этом районе практически мала. Это дает основание полученные там данные наблюденных расходов приписывать достаточно большому участку реки. При определении ряда распределения расходов в расчете брались минимальные среднедекадные расходы за август месяц, который принят здесь в качестве критического промежутка из всего вегетационного периода. Расчетный ряд распределения расходов приведен в табл. 1.

На водоснабжение, рыбоводство и на удовлетворение санитарного состояния реки согласно проектному заданию должна изыматься величина расхода до 12,9 *м³/сек*.

Агроэкономические условия. В примере р. Прут выделены две зоны: пойменная и террасная.

Согласно материалам проектных заданий основные данные приводятся раздельно по зонам.

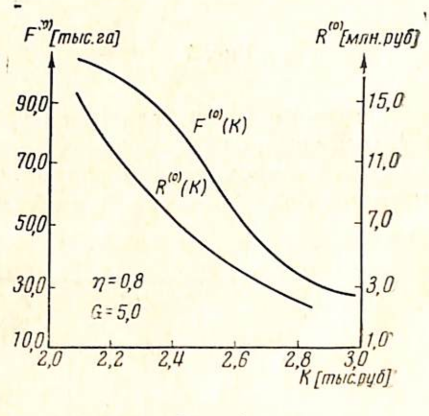

Рис. 6

Величины капитальных затрат приняты для пойменных земель в размере $K_п = 2200$ *руб/га*, для террасных — $K_т = 1410$ *руб/га*, при этом устанавливается, согласно заданию, отношение пойменных земель к террасным как 3 : 7. $K_{ср} = 1647$ *руб/га*.

В табл. 2 приведены сводные усредненные агроэкономические показатели, которые использовались при решении.

РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Цель вычислений заключалась в том, чтобы выявить степень зависимости величин $F^{(0)}$ и $R^{(0)}$ от параметров G, $\tau^{(2)}$, K. Полученные зависимости изображены в виде графиков на рис. 2—6.

На рис. 2, 3 показана зависимость $R^{(0)}$ и $F^{(0)}$ от величины водозабора G на другие нужды хозяйства. С увеличением G происходит уменьшение

$R^{(0)}$ и $F^{(0)}$, при этом $F^{(0)}$ меняется линейно, а $R^{(0)}$ — по кривой выпуклой вверх.

На рис. 4 показана линейная зависимость $F^{(0)}$ и $R^{(0)}$ от величины потерь η воды в оросительных системах. Это легко показать и аналитическим путем. Из линейной зависимости $F^{(0)}$ и $R^{(0)}$ от η следует, что параметры оптимального управления $x_{ij}^{(0)}$ не меняются с изменением к.п.д. η.

На рис. 5 показана зависимость $F^{(0)}$ и $R^{(0)}$ от величины урожайности на богаре. Урожайность на богаре бралась условно в долях от урожайности при орошении.

На рис. 6 приведена зависимость $F^{(0)}$ и $R^{(0)}$ от величины капиталовложений в орошение.

Для наглядности подробно рассмотрено одно решение задачи, соответствующее параметрам $\eta = 0{,}8$; $G = 7{,}5$ *м³/сек*; $\nu = 0{,}36$ *л/сек*; $\tau^{(2)}$ (см. табл. 2); $K = 2000$ *руб/га*. При этом $F^{(0)} = 66\,200$ *га*, $R^{(0)} = 12{,}55$ млн. руб (см. табл. 3).

В таблице приведены значения переменных управления для всех 13 культур и 18 реализаций. Нумерация столбцов идет в порядке доходности культур. Так, первый столбец имеет номер 7 (табак), второй — 8 (овощи и бахчи) и т. д. Номера культур взяты из табл. 2.

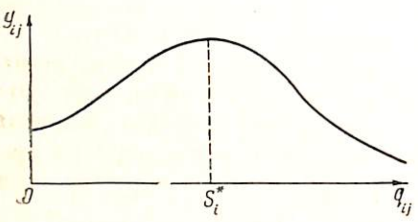

Рис. 7

$$x_{ij} = \begin{cases} 0, \ j < j^*(i), \\ \text{значению из таблицы,} \\ \qquad j = j^*(i), \\ 1, \ j > j^*(i), \end{cases}$$

Например, для $i = 11$ $j^*(11) = 6$.

$$x_{11,1} = x_{11,2} = \ldots = x_{11,5} = 0,$$

$$x_{11,6} = 0{,}52, \ x_{11,7} = \ldots = x_{11,18} = 1.$$

Согласно (4), определены все $p^{(i)}$, а по (5) — все средние урожайности $\tau^{(i)}$ (см. табл. 4).

Для стохастической задачи орошаемого земледелия в зависимости от наличия более обширной информации возможны другие постановки.

Таблица 3

i	$j^*(i)$	$\overset{*}{x}_{ij}(i)$	i	$j^*(i)$	$\overset{*}{x}_{ij}(i)$
7	1	1	6	4	1
8	1	0,97	12	4	0,12
1	2	0,34	13	5	1
9	3	1	5	5	0,26
4	3	1	11	6	0,52
2	3	0,32	3	7	0,19
			10	8	0,31

Так, вместо управления соотношением орошаемых площадей можно выбрать управление гидромодулем. При такой постановке появляется возможность более полно производить учет урожайности культур в зависимости от режимов речного стока и естественного увлажнения.

При определении специализации орошаемого хозяйства целесообразнее задавать не соотношение площадей под различные культуры, а соотношение их урожаев.

Рассмотрим предлагаемую постановку задачи.

Таблица 4

i	Культура	$F_i = F^{(0)}\gamma_i$	$p^{(i)}$	$\tau^{(i)}$
7	Табак	3444,0	0,979	25,8
8	Овощи и бахчи	7353,0	0,932	245,0
1	Виноградники	3511,0	0,757	113,0
9	Картофель	2824,0	0,727	134,0
4	Кукуруза на зерно	2120,0	0,693	63,3
2	Сады	5233,0	0,612	58,3
6	Сахарная свекла	3709,0	0,557	345,8
12	Многолетние травы	6558,0	0,499	88,0
13	Однолетние травы	2054,0	0,442	66,4
5	Зернобобовые	611,0	0,434	24,3
11	Кормовые корнеплоды	14319,0	0,264	50,0
3	Озимые зерновые	6554,0	0,204	24,0
10	Кукуруза на силос	8920,0	0,170	278,0

Найти F, u_1, $u_2, \ldots, u_m$, q_{i1}, $q_{i2}, \ldots, q_{im}$ и $\max z$ $(i = 1, 2, \ldots, m)$

при условии, что $\sum\limits_{i=1}^{m} u_i q_{ij} F \leqslant Q_j$, $0 \leqslant q_{ij} \leqslant s_i^*$,

$$\sum_{i=1}^{m} u_i = 1, \quad F u_i y_{ij} / F u_r y_{ir} = \gamma_i / \gamma_r, \quad \sum_{i=1}^{m} \gamma_i = 1;$$

$$z = \sum_{j=1}^{n} p_j \sum_{i=1}^{m} \alpha_i u_i y_{ij} F - F \sum_{i=1}^{m} \beta_i u_i,$$

где u_i — часть площади, отводимая под i-ю культуру, q_{ij} — расход воды на единицу площади i-й культуры во время j-й реализации; y_{ij} — урожай с единицы площади i-й культуры. Все зависимости имеют вид, указанный на рис. 7.

Для решения задачи в данной постановке необходимо иметь значения урожайностей в зависимости от норм полива. В этом случае задача сводится методом линеаризации к задаче математического программирования с выпуклой вверх функцией цели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. С. Верховский. Стохастическая задача орошаемого земледелия. Тезисы докл. Всес. конф. по использованию математики и вычислительной техники в экономике. Тарту, 1966.
2. Б. Г. Коваленко. Некоторые вопросы методики технико-экономического обоснования проектов орошения. Фрунзе, 1964.
3. Р. С. Мартиросян. К вопросу выбора расчетной обеспеченности оросительных систем. Тр. Арм. н.-и. ин-та гидротехники и мелиорации, т. 5, 1960.
4. К. А. Папелишвили. К расчету оросительной способности рек в условиях восточных районов Грузии. Тр. Груз. н.-и. ин-та гидротехники и мелиорации, вып. 18, 1957.

Поступила в редакцию
18 IV 1968