ЭКОНОМИКА 1970
И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ том VI, вып. 3

ПРАКТИЧЕСКИЙ ОПЫТ

СЕТЕВЫЕ МОДЕЛИ ГАЗОСНАБЖАЮЩИХ СИСТЕМ

И. З. КАГАНОВИЧ, М. Я. РЕЙСНЕР

(Таллин)

В процессе проектирования магистральных газопроводов возникает ряд проблем, эффективное решение которых требует построения и анализа экономико-математических моделей. К числу этих проблем относятся: 1) оптимизация топливных балансов в зоне газопровода; 2) отбор пунктов и энергоустановок в них (потребителей топлива), спрос которых рационально покрывать природным газом при задаваемых ресурсах последнего; 3) выбор направления трассы газопровода; 4) построение динамического плана отработки месторождения.

Круг рассматриваемых потребителей зависит от размера ресурсов, параметров газопровода, динамики газоснабжения и других условий.

Эти вопросы исследуются путем варьирования исходных данных в широких пределах и решения серии задач математического программирования с минимизацией приведенных затрат на добычу, магистральный и распределительный транспорт топлива и на топливоиспользование в энергоустановках.

Задача имеет нелинейную целевую функцию и линейные ограничения транспортного типа [1].

Представим систему топливоснабжения в виде транспортной сети с узлами k, $k = 1, 2, \ldots, K$, и участками пути (дугами) между ними. Как начальные узлы на этой сети рассматриваются источники и производители топлив (например, газовое месторождение, нефтеперерабатывающий завод), как конечные — потребители топлив (энергоустановки), как промежуточные узлы — транзитные пункты на транспортных коммуникациях. Пусть на рассматриваемой сети двойным индексом kt обозначена дуга, соединяющая два соседних узла k и t, причем на первом месте стоит номер узла, из которого дуга выходит (не различая начального и промежуточного), на втором — номер входного узла (не различая промежуточного и конечного).

Количества топлива x_{kt}, транспортируемые по участкам kt, являются искомыми величинами. Для каждого узла задаются числа A_k, и если узлы начальные, то $A_k > 0$ (ресурсы топлива), если конечные, то $A_k < 0$ (потребности в топливе), для промежуточных узлов возможны $A_k = 0$, $A_k > 0$ или $A_k < 0$. Все количества топлива пересчитываются на газ по тепловым эквивалентам.

На дугах kt задаются ограничения пропускных способностей участков — величины q_{kt} и, в виде функции от количеств топлива, приведенные затраты $p_{kt}(x_{kt})$ в расчете на 1000 $м^3$ газа. Это могут быть затраты либо на перевозку топлива из узла k в узел t, либо на производство, либо на использование топлива в одном из узлов, либо, наконец, сумма отдельных категорий затрат. Определенные значения функции $p_{kt}(x_{kt})$, соответствующие фиксированным величинам x_{kt}, будем обозначать: суммарные затраты или затраты на перевозки γ_{kt}, затраты на производство α_k.

Пример простейшей сетевой модели топливоснабжения дан на рис. 1, где в кружках помещены ресурсы узлов (отрицательный ресурс есть потребность), нулевые ресурсы не отмечены. В квадратах рядом с узлами — их номера. Рядом со стрелками (дугами) показаны затраты на 1000 $м^3$ газа.

Узлы 1, 2, 3, 4 — начальные, причем узел 1 символизирует газопромысел с годовой добычей A_1 единиц газа, узлы 2 и 4 — нефтеперерабатывающие заводы (НПЗ) мощностью по мазуту соответственно A_2 и A_4; в узле 3 помещены ресурсы каменного угля A_3. Промежуточные узлы 5, 6, 7, 8 расположены на магистральном газопроводе, узел 8 — в конце отвода. Потребители топлив разделены на четыре группы: промышленные печи (узлы 11, 14), промышленные котельные (12, 15), электростанции (узел 16), коммунально-бытовое хозяйство (узлы 9, 10, 13). На рисунке не показано, что последнее может обеспечиваться также сжиженным газом.

Относящаяся к узлу 7 распределительная сеть, по которой газ может поступать в энергоустановки, представлена дугами (7, 13), (7, 14), (7, 15), (7, 16). Для узла 8 аналогичную роль играют дуги (8, 10), (8, 11), (8, 12), а для узла 6 дуга (7, 9). На дуге (1, 5) заданы затраты α_1 на добычу газа и $\gamma_{1,5}$ на его доставку из газопромысла в узел 5. Затраты на дугах, входящих в конечные узлы, включают как издержки распределительного транспорта, так и затраты на топливоиспользование в соответствующих установках; α_2 — стоимость мазута на НПЗ в узле 2, α_4 — в узле 4 (в пере-

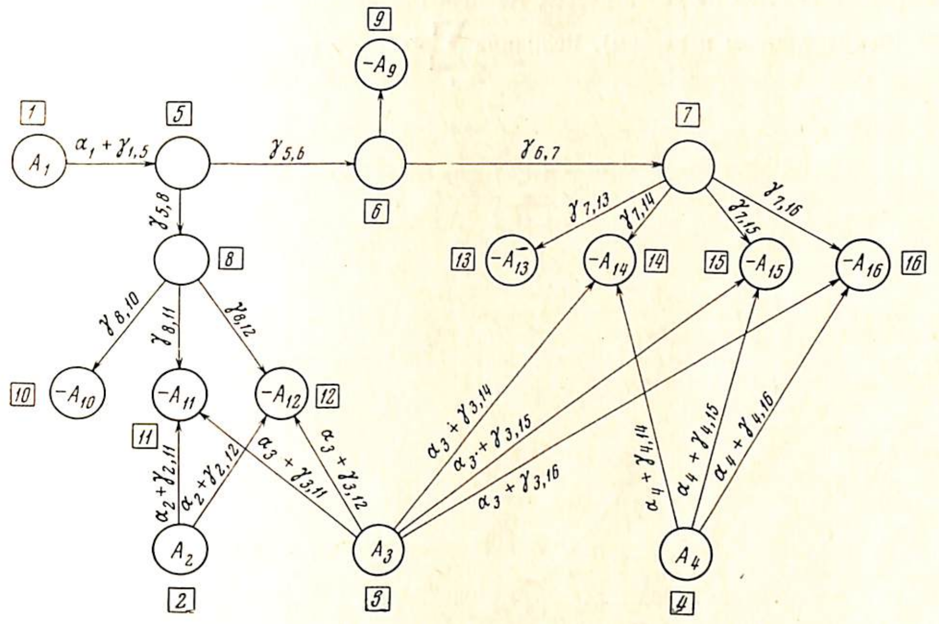

Рис. 1. Пример простейшей сетевой модели топливоснабжения

счете на газ), α_3 — пересчитанная стоимость каменного угля. Для потребителей 11, 12, 14, 15, 16 в задаче возможен выбор взаимозаменяемых топлив. Ресурсов газа и мазута — самых дешевых топлив — недостаточно для покрытия всей потребности системы в топливе

$$A_1 + A_2 + A_4 < \sum_{k=9}^{16} |A_k|.$$

Замыкающим топливом в системе служит каменный уголь. Если общее количество топлива, включая замыкающее, превышает суммарный объем потребностей, то вводится вспомогательный (фиктивный) потребитель со спросом на топливо в размере

$$C_{17} = \sum_{k=1}^{4} A_k - \sum_{k=9}^{16} |A_k|.$$

С фиктивным узлом 17, который на рис. 1 не показан, соединены все остальные узлы. Затраты на соответствующих дугах принимаются нулевыми.

В результате решения подобной задачи определяются оптимальные транспортные потоки топлив и вид топлива для каждого потребителя, при которых суммарные затраты в системе будут минимальными. Иными словами, задача состоит в отыскании величин x_{kt}, минимизирующих значение целевой функции

$$\sum_{k=1}^{K} \sum_{t=1}^{K} p_{kt}(x_{kt}) x_{kt} \tag{1}$$

при условиях

$$0 \leqslant x_{kt} \leqslant q_{kt}, \quad k,\ t = 1, 2, \ldots, K; \tag{2}$$

$$\sum_{t=1}^{K} x_{kt} - \sum_{t=1}^{K} x_{tk} \leqslant A_k, \qquad k = 1, 2, \ldots, K. \tag{3}$$

Условие (2) ограничивает пропускную способность дуги kt. Выражение (3) соразмеряет в каждом из узлов расход топлива (потребление и вывоз) с его поступлением (производством и ввозом). Величина $\sum\limits_t x_{kt}$ в этом выражении представляет

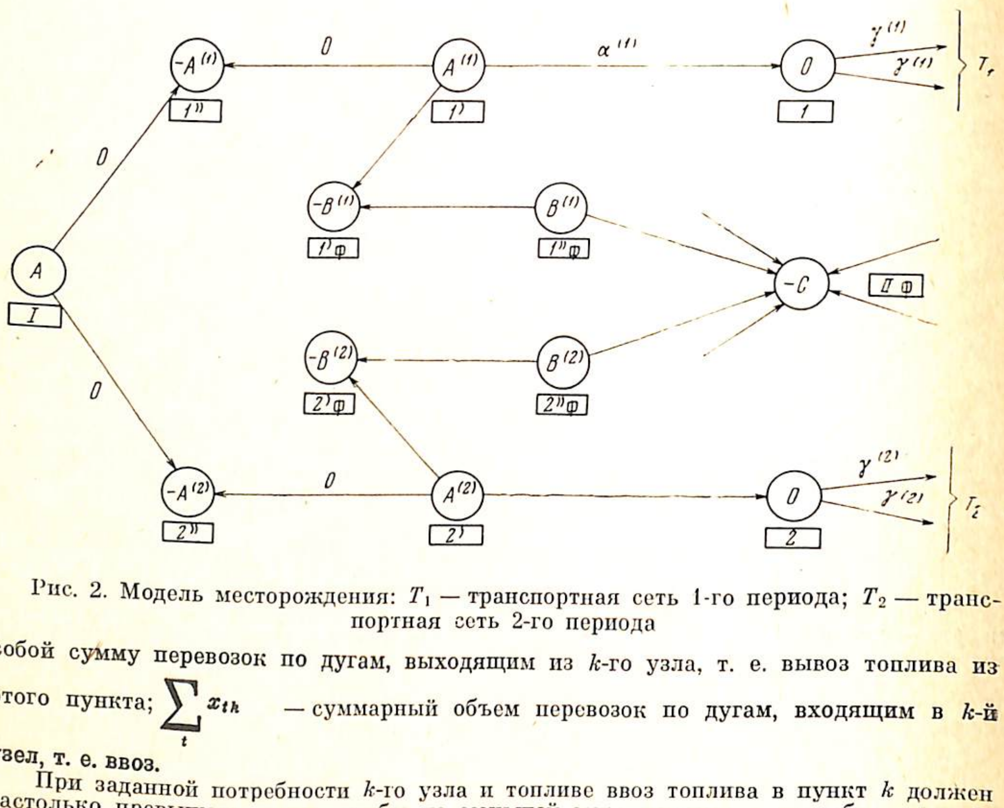

Рис. 2. Модель месторождения: T_1 — транспортная сеть 1-го периода; T_2 — транспортная сеть 2-го периода

собой сумму перевозок по дугам, выходящим из k-го узла, т. е. вывоз топлива из этого пункта; $\sum\limits_t x_{tk}$ — суммарный объем перевозок по дугам, входящим в k-й узел, т. е. ввоз.

При заданной потребности k-го узла и топливе ввоз топлива в пункт k должен настолько превышать вывоз, чтобы по меньшей мере покрывать потребность этого пункта

$$\sum_t x_{kt} - \sum_t x_{tk} \leqslant -A_k \quad \text{или} \quad -\sum_t x_{kt} + \sum_t x_{tk} \geqslant A_k$$

Если k-й узел является промежуточным и в нем отсутствует и производство и потребление данного топлива, то выражение (3) для такого узла будет иметь вид $\sum\limits_t x_{kt} \leqslant \sum\limits_t x_{tk}$ — вывозимое количество топливаиз этого пункта не может превышать ввозимого количества.

Для решения нелинейной транспортной задачи (1) — (3) ее сводят к ряду задач линейного программирования с последовательным приближением к оптимуму.

В применении к задаче оптимального газоснабжения этот нестрогий метод эвристического типа, основанный на представлении о связи между затратами и количеством газа, транспортируемого по участку газопровода, дает, судя по опыту использования, достаточно хорошую и быструю сходимость — за две — три итерации [1, 2]. Вначале задаются некоторой гипотезой газоснабжения, т. е. определенными потоками топлив $\overset{\circ}{x}_{kt}$. На этом основании получают величины затрат $\overset{\circ}{\gamma}_{kt}$ и $\overset{\circ}{\alpha}_k$ (на единицу газа) и затем решают задачу линейного программирования на минимум целевой функции (4) с ограничениями (2), (3)

$$\sum_{k=1}^{K}\sum_{t=1}^{K}(\gamma_{kt}+\alpha_k)x_{kt}. \tag{4}$$

Если ее оптимальный план $\{\overset{1}{x}_{kt}\}$ не совпадает с первоначальной гипотезой $\{\overset{\circ}{x}_{kt}\}$, то коэффициенты целевой функции заменяют на соответствующие полученному плану и вновь решают задачу.

Итерации продолжаются до тех пор, пока не будет получено два одинаковых решения подряд.

Основные газовые потоки в большей мере предопределены данной территориальной концентрацией потребителей газа, а в составе минимизируемых затрат преобладают пропорциональные. Поэтому обычно удается установить приведенные затраты на газ с хорошим начальным приближением так, что при пересчетах они изменяются от итерации к итерации в сравнительно узких пределах. Это и позволяет получать окончательное решение за небольшое число итераций.

Сетевая модель топливоснабжения допускает совместное рассмотрение нескольких плановых периодов, которые отличаются друг от друга объемами добычи и потребления топлива, а также развитием системы газоснабжения. Для этого модель формируется из непересекающихся подмоделей (подграфов, не имеющих общих дуг), каждая из которых относится к определенному виду топлива и периоду времени. Следовательно, все величины x_{kt} могут быть разделены строго по видам топлива и периодам его использования, что дает возможность, несмотря на обезличенность поставок в сетевых моделях, получать в результате решения оптимальные динамические балансы топлива для каждого потребителя и системы в целом [3, 4].

На рис. 2 представлена модель месторождения — связующее звено двух независимых транспортных сетей, одна из которых относится к первому, другая — ко второму периоду эксплуатации месторождения. Номер периода обозначен арабской цифрой при параметрах узлов и дуг, задаваемых для каждого периода в отдельности. Имеется в виду, что запасы газа по месторождениям известны и что для каждого периода и промысла даны верхняя и нижняя границы объема добычи и приведенные затраты на добычу и транспорт газа с учетом фактора времени.

В узле I задан общий ресурс газа на месторождении в объеме A. Узлы 1 и 2 представляют начало газопровода, т. е. уже добытый газ на месторождении. Остальные узлы предназначены для создания ограничений на распределение запасов газа по периодам.

Обозначим через $\overset{(1)}{X}_{\max}$ и $\overset{(2)}{X}_{\max}$ максимально возможные объемы добычи газа по периодам, аналогично $\overset{(1)}{X}_{\min}$ и $\overset{(2)}{X}_{\min}$ — минимальные объемы, т. е. обязательную добычу в первом и втором периодах (ограничение мощности снизу обычно требуется для сохранения достигнутого уровня добычи на действующем промысле, но в принципе это условие может и не ставиться).

Предположим, что $\overset{(1)}{X}_{\max}+\overset{(2)}{X}_{\max}\geqslant A$. Это означает, что запасы на месторождении определены в задаче как запасы, доступные для эксплуатации в течение рассматриваемых периодов. Тогда, приняв $A^{(1)}=\overset{(1)}{X}_{\max}$, $A^{(2)}=\overset{(2)}{X}_{\max}$, $B^{(1)}=A-A^{(2)}-\overset{(1)}{X}_{\min}$, $B^{(2)}=A-A^{(1)}-\overset{(2)}{X}_{\min}$, обеспечим нужное распределение запасов между периодами. В самом деле: максимальный поток из узла I в узел 1 равняется $A^{(1)}$, он состоит из потоков $A^{(1)}$ на участках (I, 1″) и (1′, 1) и потока 0 на участке (1′, 1″). Минимальный поток получится, если поток на участке (I, 2″) равняется $A^{(2)}$, а следовательно, на участке (I,1″) — поток $A-A^{(2)}$, на участке (1′, 1″) — поток $A^{(1)}-(A-A^{(2)})$ и на участке (1′, $1_ф$′) —

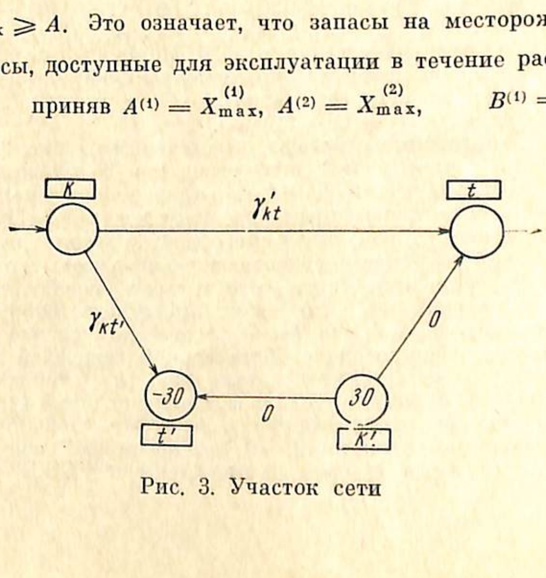

Рис. 3. Участок сети

поток $B^{(1)}$. Тогда из условия (3) для узла 1' и из определения $B^{(1)}$ получим значение потока на дуге (1', 1), т. е. объем добычи газа в первом периоде: $A^{(1)} - [A^{(1)} - (A - A^{(2)})] - B^{(1)} = A - A^{(2)} - B^{(1)} = X^{(1)}_{\min}$. Точно так же регулируется объем добычи и для второго периода.

Фиктивный узел $II_ф$ — общий для всех месторождений, потребность C в нем равняется разнице суммы ресурсов на всех месторождениях и суммы всех потребностей.

В модели газоснабжения наряду с проектными вариантами новых газопроводов может фигурировать сеть действующих. Для последних задаются ограничения пропускной способности согласно условию (2). Эти ограничения могут быть предусмотрены и для проектируемых коммуникаций.

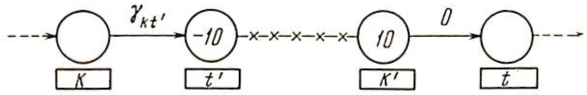

Рис. 4. Модель участка газопровода с обязательной загрузкой

Пропускную способность участка сети легко ограничить, введя в него два дополнительных промежуточных узла с дугой между ними, встречной к направлению движения топлива в системе. Это видно на рис. 3, где представлен участок сети между узлами k и t. Он изображает существующий газопровод с пропускной способностью 30 единиц газа при удельных эксплуатационных расходах γ_{kt} и параллельный ему новый газопровод без ограничения пропускной способности и с приведенными затратами γ_{kt} (удельные текущие затраты плюс капиталовложения с коэффициентом эффективности).

Будем рассматривать пропускную способность действующего газопровода как ресурс мощности в дополнительном узле k'. Другой дополнительный узел t' является конечным потребителем газа, поступающего из узла k по дуге (kt), а также неиспользованной мощности, как бы передаваемой по дуге $(k't')$. В обоих этих узлах обеспечивается материальный баланс, причем условие (3) выполняется как равенство. Узел k' (поставщик): количество газа, которое направляется в узел t, плюс «вывоз» неиспользованной мощности в узел t' составляют в сумме 30 единиц. Узел t' (потребитель): поступление газа из узла k плюс «ввоз» неиспользованной мощности из узла k' равны 30 единицам. Таким образом, узел t будет получать по действующему газопроводу всегда то же самое количество газа, что узел t', притом не более чем 30 единиц.

Уясним, как будет работать модель участка газопровода на рис. 3, если $\gamma_{kt}' > \gamma_{kt}$. Для этого рассмотрим три случая.

1. Поток из узла k в узел t равен нулю (участок не используется). В этом случае потребность в узле t' покрывается ресурсом в узле k' по дуге $(k't')$ с затратами 0. Потоки по остальным дугам нулевые, сумма затрат равна нулю.

2. Поток x по участку kt находится в пределах $0 < x \leqslant 30$. В этом случае используется только существующий газопровод. По дугам (kt') и $(k't)$ идет поток x, по дуге $(k't')$ — поток $30 - x$, по дуге (kt) — поток 0. Общие затраты равны $x\gamma_{kt'} + x \cdot 0 + (30 - x) \cdot 0 + \gamma_{kt}' \cdot 0 = x\gamma_{kt}$.

3. Поток на участке $x > 30$. Мощность старого газопровода недостаточна, дополнительно понадобится ввести новую мощность. Потоки по дугам (kt') и $(k't)$ равны 30, поток по дуге (kt) равен $x - 30$, а по дуге $(k't')$ поток отсутствует. Общие расходы будут $30\nu_{kt'} + (x - 30)\gamma_{kt}'$.

Аналогично работают ограничения на рис. 2, но так как там нет прямых дуг из узла I в узлы 1' и 2' и из узлов 1' и 2' в узел $II_ф$, то возможность 3) отсутствует.

В случае, если $\gamma_{kt}' < \gamma_{kt}$, приведенная схема работать не будет, так как при минимизации транспортных расходов весь поток будет идти по более дешевому новому газопроводу, пропускная способность которого здесь не ограничена.

Если заранее определена невозможность потока в направлении из узла t на узел k (в описании сети отсутствует соответствующая дуга) и имеется полная уверенность, что поток превышает пропускную способность существующего газопровода, должно быть поставлено условие его обязательной загрузки. Модель участка газопровода с обязательной загрузкой дана на рис. 4. Работа этой модели легко объясняется: отсутствие дуги $(k't')$ обеспечит подачу в трубопровод газа в количестве 10 единиц из узла k и поступление в узел t того же количества.

Задачи газоснабжения в рассмотренной постановке систематически решаются Институтом экономики АН Эстонской ССР совместно с институтом «Гипроспецгаз» Министерства газовой промышленности СССР для проектирования магистральных газопроводов и оптимизации в их зоне перспективных планов газификации народного хозяйства.

В частности, решены задачи динамического планирования газовых потоков в Европейской части СССР и выбора направления газопровода Север Тюменской области — Ухта — Торжок, задача оптимизации газоснабжения республик Прибалтики и Белоруссии. Расчеты ведутся на ЭВМ «Минск-22», для чего составлена соответствующая программа [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. И. З. Каганович. Математическая модель газоснабжения в форме транспортной задачи с разрывной целевой функцией. В сб. Математические методы в экономике газо- и нефтеснабжения. Л., «Недра», 1966.
2. Е. П. Дружинин, Ю. А. Кузнецов. Оптимизация системы газоснабжения районов страны на основе методов математического моделирования и использования ЭЦВМ. В сб. [1].
3. И. В. Романовский, В. И. Шушков. О разработке математической модели системы газоснабжения. В сб. Экономика, организация и управление в газовой промышленности. Экономический реферативный сборник, № 4, М., 1968.
4. И. З. Каганович, М. Я. Рейснер. Моделирование и программирование для расчета на ЭВМ газовых потоков и планов газоснабжения. В сб. [3].
5. И. Каганович, Э. Краав, М. Рейснер, П. Рооба, А. Шипай. Модели, алгоритмы, программы для определения оптимальных размеров, специализации и размещения промышленных предприятий. Таллин, 1969. (Академия наук Эстонской ССР. Ин-т экономики).

Поступила в редакцию
19 XII 1969