ЭКОНОМИКА
И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

1970
ТОМ VI, ВЫП. 4

ОДНОСЕКТОРНАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СО СТРУКТУРНЫМ НЕРАВНОВЕСИЕМ

Б. Н. МИХАЛЕВСКИЙ

(*Москва*)

Настоящая работа представляет собой дальнейшую разработку уровня I пятиступенчатой системы моделей среднесрочного народнохозяйственного планирования. Общее описание сравнительно ранней стадии разработки дано в [1], а равновесная односекторная динамическая модель уровня I изложена в [2]. Последующее развитие этих результатов исходило: а) из представления о неадекватности традиционной модели общего равновесия вообще и в применении к производственным функциям в частности [3—6]; б) из единственного, насколько нам известно, опыта дать формальное выражение этому факту в области теории производственых функций [7]; в) из предпринятой нами попытки включить уравнение экономического роста в более широкую односекторную модель со структурным неравновесием.

Цели данной статьи сводятся к следующему: 1) показать качественно, что уравнение экономического роста есть часть более общей односекторной модели со структурным неравновесием, которая, в свою очередь, обобщает традиционные модели общего равновесия для моделей того же класса; 2) распространить результаты [7] на случай трехфакторной функции Кобба — Дугласа с разновозрастными ресурсами; 3) опираясь на это, получить уравнение экономического роста с кусочно-постоянными параметрами; 4) сформулировать уравнения для более общего семейства производственных функций со структурным неравновесием.

1. УРАВНЕНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА КАК ЧАСТЬ БОЛЕЕ ОБЩЕЙ ОДНОСЕКТОРНОЙ МОДЕЛИ СО СТРУКТУРНЫМ НЕРАВНОВЕСИЕМ

В настоящее время в разных областях науки и техники все больше используется представление о динамике сложных открытых систем [8—10] (в теории автоматического управления они не совсем точно называются самоорганизующимися — этот термин несколько переоценивает независимость внутрисистемных переменных за счет внешней среды). Динамика таких систем складывается из процессов двух типов [8, стр. 58—60; 9, глава 8]. К первому относятся морфостатические процессы. Морфостатическими называются те процессы в обмене сложной системы-среды, которые имеют тенденцию сохранять данные состояние и форму системы (например, системы гомеостатического типа). Соответственно они описываются отрицательными обратными связями и приводят к эквифинальному состоянию. Морфостатические процессы изменяют состояние, организацию и форму системы (например, биологическая эволюция, социальное развитие). Соответственно они описываются положительными обратными связями и приводят к мультифинальному состоянию (одинаковые начальные условия ведут к разным конечным состояниям). Комбинация развития этих двух типов и создает неустановившийся процесс в любой открытой системе, представляющий собой бесконечную цепь переходных процессов с мгновенными состояниями равновесия.

Для макроэкономических систем такому представлению соответствует объединение концепций сбалансированного и несбалансированного экономического развития.

Наличие структурного неравновесия не отменяет, таким образом, общий принцип экономического баланса, но в рамках этого общего принципа создает иную варьирующую во времени материальную структуру, вводит ту или иную степень изменяющейся во времени диспропорциональности между материальным и стоимостным аспектами экономического роста, в частности, между капиталовложениями в материальной и денежной форме.

В односекторной модели структурное неравновесие охватывает ряд сфер.

а) Ресурсы. В этой сфере структурное неравновесие проявляется в следующем: 1) пропорции распределения доходов между ресурсами отличаются от тех, которые имеют место в равновесной модели; 2) вследствие этого нет равенства между нормами оплаты ресурсов и соответствующими частными производными; ставка оплаты рабочей силы и норма ренты отклоняются от частных производных традиционной модели общего равновесия, а норма рентабельности (rate of return) и в полностью детерминированном случае, отклоняется от соответствующей частной производной модели общего равновесия в направлении, противоположном отклонению ставок оплаты рабочей силы и нормы ренты; 3) соответственно и пропорции использования ресурсов будут отличаться от тех, которые характерны для модели общего равновесия; 4) эти отличия существенно модифицируют односекторную модель, описывающую процессы экономического роста и технического прогресса в народном хозяйстве. Технический прогресс теперь является не только не нейтральным, но и включает глубокие структурные изменения, а экономический рост складывается почти исключительно из серии переходных процессов.

б) Структурное неравновесие на стороне конечного спроса. Оно включает: 1) общее неравенство величины конечного продукта, порожденного факторами предложения и спроса; 2) неравновесие самой структуры использования конечного продукта; 3) дополнительное неравновесие структуры конечного спроса и ресурсов в связи с наличием оборонного фактора и структурным неравновесием платежного баланса (любого знака).

в) Структурное неравновесие между материальной и финансовой сторонами конечного спроса. Сюда входят: 1) диспропорциональность между доходами и расходами населения; 2) неравенство между физическим объемом инвестиций и суммой денежных накоплений.

г) Неравенство цен приростным эффективностям ресурсов и приростному конечному продукту. В отношении цен ресурсов это следует непосредственно из определения неравновесия в области ресурсов, а для цены конечного продукта — из определения ее как взвешенной средней цен отдельных элементов конечного продукта, не основанных на равенстве цены приростному конечному продукту.

д) Наличие структурного неравновесия в определении норм рентабельности, эффективности капиталовложений и процента.

Совокупность этих предпосылок исключает, естественно, максимизацию прибыли или полезности как единственный народнохозяйственный критерий. Он заменяется в неявной форме адаптивным критерием, дающим компромисс между темпом роста, занятостью, долей капиталовложений, потребления населения и государства, экспортом-импортом, распределением доходов, типом и темпом технического прогресса, устойчивостью системы цен и денежного обращения.

Конечным результатом такой модели при определенных гипотезах относительно роста населения, оборонных факторов и отчасти технического прогресса является система основных народнохозяйственных показателей: темпы роста конечного продукта, основных и оборотных фондов, занятости, часовой выработки, доли потребления (личного и общественного), накопления капиталовложений по типам, укрупненная структура государственного потребления, норма эффективности капиталовложений и норма процента, динамика основных индексов цен (например, индекса стоимости жизни) и т. д.

2. МАКРОЭКОНОМИЧЕСКАЯ ПРОИЗВОДСТВЕННАЯ ФУНКЦИЯ КОББА—ДУГЛАСА ПРИ СТРУКТУРНОМ НЕРАВНОВЕСИИ И ВЫВОД ОСНОВНОГО УРАВНЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ

Основные обозначения: Y_t — конечный продукт; L_t, K_t, N_t — рабочая сила и капитальные ресурсы с материализованным техническим прогрессом, используемые земельные ресурсы в млн. эквивалентных *га*; π — «автономный технический прогресс» (небольшая величина, определенная главным образом как мера незнания); ψ — параметр, определяемый формулой (29) приложения 1 в [2]; $\dot{\varepsilon}/\varepsilon$, $\dot{\varepsilon}^*/\varepsilon^*$ — темп технического прогресса при отсутствии и наличии структурного неравновесия; w_t, r_t — ставка заработной платы, норма земельной ренты; q_1, q_2, q_3 — часовая выработка, средняя производительность единицы капитальных ресурсов, средняя производительность единицы используемой земельной площади; g_q — темп роста средней продуктивности всех ресурсов; ρ_t — детерминированная равновесная норма рентабельности (rate of return); $\hat{g}_t$, g_k — темп роста конечного продукта и капитальных ресурсов; μ_t — норма амортизации капитальных ресурсов; α_1, α_2, α_3 — показатели степени производственной функции; i^* — доля валовых капиталовложений в конечном продукте.

Ниже будет получена модифицированная трехфакторная функция вида

$$Y_t = \delta(L_t^{\alpha_1} K_t^{\alpha_2} N_t^{\alpha_3} e^{\pi t})^{\psi}, \quad \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1 \tag{1}$$

(являющаяся достаточно хорошим приближением к более общей функции *CES* [8, 9]) со структурным неравновесием.

Формальные условия структурного неравновесия в области ресурсов даны определениями

$$\frac{Y_t}{L_t} = c_1 w_t + d_1; \quad c_1 > 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial L_t} = p w_t + q, \tag{3}$$

$$\frac{Y_t}{N_t} = c_1^* r_t^* + d_1^*; \quad c_1^* > 0, \tag{4}$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial N_t} = p^* r_t^* + q^*, \tag{5}$$

$$c_1 = \frac{p}{(1 - \alpha_2 - \alpha_3)\psi}, \tag{6}$$

$$d_1 = \frac{q + m_1^*(\alpha_2 + \alpha_3)\psi}{(1 - \alpha_2 - \alpha_3)\psi}, \qquad (7)$$

$$c_1^* = \frac{p^*}{(1 - \alpha_1 - \alpha_2)\psi}, \qquad (8)$$

$$d_1^* = \frac{q^* + m_2^*(\alpha_1 + \alpha_2)\psi}{(1 - \alpha_1 - \alpha_2)\psi}, \qquad (9)$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial K_t} = \rho_t - \frac{L_t}{K_t}\left(\frac{\partial Y_t}{\partial L_t} - w_t\right) - \frac{N_t}{K_t}\left(\frac{\partial Y_t}{\partial N_t} - r_t^*\right), \qquad (10)$$

где q, q^* — параметры неравновесия, $\rho_t \equiv \dfrac{\partial Y_t}{\partial K_t}$ в условиях общего равновесия.

При $q = q^* = 0$, $p = p^* = 1$, $\psi = 1$,

$$-\frac{L_t}{K_t}\left(\frac{\partial Y_t}{\partial L_t} - w_t\right) - \frac{N_t}{K_t}\left(\frac{\partial Y_t}{\partial N_t} - r_t^*\right) = 0 \qquad (11)$$

приходим к традиционно используемым моделям конкурентного равновесия, а при

$$q^* = q = 0; \quad p > 1, \quad p^* > 1, \quad \frac{\partial Y_t}{\partial K_t} < \rho_t, \quad \psi \neq 1 \qquad (12)$$

— к моделям неполного конкурентного равновесия.

Из (2), (3), (6), (7) получаем уравнение в частных производных

$$\frac{\partial Y_t}{\partial L_t} - \psi(1 - \alpha_2 - \alpha_3)\frac{Y_t}{L_t} + m_1^*(\alpha_2 - \alpha_3) = 0, \qquad (13)$$

которое можно представить в форме

$$L_t\frac{\partial (Y_t/L_t)}{\partial L_t} + \psi(\alpha_2 + \alpha_3)\frac{Y_t}{L_t} + m_1^*(\alpha_2 + \alpha_3) = 0. \qquad (14)$$

(14) имеет общее однопараметрическое семейство решений

$$Y_t = A(K_t, t)L_t^{(1-\alpha_2-\alpha_3)\psi} - m_1^* L_t^{\psi}. \qquad (15)$$

Аналогично (4), (5), (8), (9) дают

$$Y_t = A^*(K_t, t)N_t^{(1-\alpha_2-\alpha_1)\psi} m_2^* N_t^{\psi}. \qquad (16)$$

Форма, в которой K_t входит в $A(K, t)$ и $A^*(K, t)$, определяется условиями неотрицательности, понижения приростного продукта и наличием параметра ψ в (1). Форма t определена экспоненциальным типом «автономного технического прогресса», так что

$$A(K_t, t) = A^*(K_t, t) = \delta(K_t^{\alpha_2} e^{\pi_t})^{\psi}. \qquad (17)$$

Решения (15), (16) являются неполной двухфакторной спецификацией. Поэтому при использовании (1), аддитивности эффектов неравновесия и комплементарности так называемого автономного технического прогресса получаем функцию

$$Y_t = \delta(L_t^{\alpha_1} K_t^{\alpha_2} N_t^{\alpha_3} e^{\pi t})^{\psi} - (m_1^* L_t^{\psi} + m_2^* N_t^{\psi}), \qquad (18)$$

$$\sum_{h=1}^{3} \alpha_h = 1,$$

которая при $m_1^* = m_2^* = 0$ переходит в обычную функцию Кобба — Дугласа.

При $m_1^* > 0, m_2^* > 0$ эластичности замены, $\gamma_{KL} < 1, \gamma_{KN} < 1, \gamma_{NL} < 1$. Обратное справедливо при $m_1^* < 0$, $m_2^* < 0$, и в обоих случаях эластичности замены стремятся к 1 при росте производительности ресурсов, т. е. при очень высоком уровне индустриализации функция (18) переходит в функцию Кобба — Дугласа (1). Это позволяет предположить, что в большинстве случаев (18) даст лучшее приближение, чем (1), а тем более обычная функция Кобба — Дугласа.

Оценка (18) на основе данных по США за 70 лет в опытном порядке была произведена по алгоритму [10].

Переход от (18) к производственной функции с разновозрастными ресурсами происходит так же, как и в случае модели общего равновесия [2], что приводит к уравнению

$$\frac{dY}{dt} = \psi(1 - e^{-\mu T}) \left\{ \left(\frac{\partial Y}{\partial K} Y_t - \mu a_2 Y_t \right) + \right.$$
$$\left. + \frac{\partial Y}{\partial L} \frac{dL}{\partial t} (1 - m_1^*) + Y\pi + \frac{\partial Y}{\partial N} \frac{\partial N}{dt} (1 - m_2^*) \right\}. \tag{19}$$

Использование (2) — (5), (10) дает выражения для эффективностей ресурсов в условиях структурного неравновесия

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = p \left(\frac{1}{c_1} \frac{Y}{L} - \frac{d_1}{c_1} \right) + q, \tag{20}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial N} = p^* + \left(\frac{1}{c_1^*} \cdot \frac{Y}{N} - \frac{d_1^*}{c_1^*} \right) + q^*, \tag{21}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \left(a_1 \psi - \frac{p-1}{c_1} - \frac{p^* - 1}{c_1^*} \right) \frac{Y}{K} +$$
$$+ \frac{L}{K} \left(\frac{d_1(p-1)}{c_1^*} - q \right) \frac{N}{K} \left(\frac{d_1^*(p^*-1)}{c_1^{*2}} - q^* \right), \tag{22}$$

а подстановки (20) — (22) в (19) с последующим делением на Y приводят к основному уравнению экономической динамики при наличии структурного неравновесия в области ресурсов и разновозрастного их состава

$$\hat{g} \psi^{-1} (1 - e^{-\mu T})^{-1} = i^* \left\{ \frac{Y}{K} \left(a_1 \psi - \frac{p-1}{c_1} - \frac{p^*-1}{c_1^*} \right) + \right.$$
$$\left. + \frac{L}{K} \left(\frac{d_1(p-1)}{c_1^*} - q \right) + \frac{N}{K} \left(\frac{d_1^*(p^*-1)}{c_1^{*2}} - q^* \right) \right\} +$$
$$+ \pi - a_2 \mu + (1 - m_1^*) \left[\frac{p}{c_1} \frac{\dot{L}}{L} + \left(q - \frac{p d_1}{c_1} \right) \frac{\dot{L}}{Y} \right] +$$
$$+ (1 - m_2^*) \left[\frac{p^*}{c_1^*} \frac{\dot{N}}{N} + \left(q^* - \frac{p^* d_1^*}{c_1^*} \right) \frac{N}{Y} \right]. \tag{23}$$

Дальнейшие операции формально сводятся к исключению переменных $\frac{\dot{L}}{L}, \frac{\dot{N}}{N}, \frac{\dot{L}}{Y}, \frac{\dot{N}}{Y}, \frac{\dot{L}}{Y}, \frac{N}{Y}, \frac{K}{L}, \frac{K}{N}$ из (23). По существу же это означает введение в модель неравновесной структуры спроса на рабочую силу и природные ресурсы (возможности их покрытия даны экзогенными величинами трудоспособного населения и наличностью земли) при одновременном отказе от явной фиксации гипотезы в отношении типа и темпа технического прогресса. Подобная операция означает в то же время и резкое сокращение требований в отношении планового предвидения.

Таким образом, сначала используются определения

$$\frac{\dot{L}}{L}=\hat{q}-\frac{(K/L)^{\cdot}}{K/L}-\frac{(Y/K)^{\cdot}}{Y/K}, \tag{24}$$

$$\frac{\dot{N}}{N}=\hat{g}-\frac{(K/N)^{\cdot}}{K/N}-\frac{(Y/K)^{\cdot}}{Y/K}, \tag{25}$$

$$\frac{\dot{K}}{K}=\hat{g}+\frac{((Y/K)^{-1})^{\cdot}}{(Y/K)^{-1}}, \tag{26}$$

$$\frac{\dot{L}}{Y}=\left(\hat{g}-\frac{(K/Z)^{\cdot}}{K/L}-\frac{(Y/K)^{\cdot}}{Y/K}\right)\frac{L}{Y}, \tag{27}$$

$$\frac{\dot{N}}{Y}=\left(\hat{g}-\frac{(K/N)^{\cdot}}{K/N}-\frac{(Y/K)^{\cdot}}{Y/K}\right)\frac{N}{Y}, \tag{28}$$

затем из (24)—(26) непосредственно получаются дифференциальные уравнения относительно темпов изменения фондовооруженности и затрат капитальных ресурсов на единицу площади

$$\frac{(K/L)^{\cdot}}{K/L}-\ln\frac{K}{L}=\frac{((Y/K)^{-1})^{\cdot}}{(Y/K)^{-1}}+\frac{(Y/K)^{\cdot}}{Y/K}+\ln\frac{K_0}{L_0}, \tag{29}$$

$$\frac{(K/N)^{\cdot}}{K/N}-\ln\frac{K}{N}=\frac{((Y/K)^{-1})^{\cdot}}{(Y/K)^{-1}}+\frac{(Y/K)^{\cdot}}{Y/K}+\ln\frac{K_0}{N_0} \tag{30}$$

и, наконец, после нахождения однопараметрических решений уравнений в частных производных относительно Y/L и Y/N (тем же методом, что и для уравнения (13)), получаются выражения Y/L и Y/N через переменные материализованного и «автономного технического прогресса» и параметры структурного неравновесия

$$\frac{Y}{L}=\delta e^{\pi\psi}\left(\frac{K}{L}\right)^{1-\frac{p}{c_1}}+\frac{c_1-p}{pd_1+qc_1}, \tag{31}$$

$$\frac{Y}{N}=\delta e^{\pi\psi}\left(\frac{K}{N}\right)^{1-\frac{p^*}{c_1^*}}+\frac{c_1^*-p^*}{p^*d_1^*+q^*c_1^*}. \tag{32}$$

После подстановок (24), (25), (27), (28) и (31), (32) (23) примет вид

$$\hat{g}\psi^{-1}(1-e^{-\mu T})^{-1}=i^*\left(\beta_1\frac{Y}{K}+\beta_2\frac{L}{K}+\beta_3\frac{N}{K}\right)+\pi-\alpha_2\mu+(1+m_1^*)$$

$$\left\{\left[\frac{p}{c_1}+\left(q-\frac{cd_1}{c_1}\right)\right]\left[\frac{c_1-p}{d_1}+\delta e^{\pi\psi}\left(\frac{K}{L}\right)^{1-\frac{p}{c_1}}\right]\left[\hat{g}-\frac{(K/\dot{L})^{\cdot}}{K/L}-\frac{(Y/K)^{\cdot}}{Y/K}\right]\right\}+$$

$$+(1-m_2^*)\left\{\left[\frac{p^*}{c_1^*}+\left(q^*-\frac{p^*d_1^*}{c_1^*}\right)\right]\left[\frac{c_1^*-p^*}{d_1^*}+\delta e^{\pi\psi}\left(\frac{K}{N}\right)\frac{p^*}{c_1^*}\right]\cdot \tag{33}$$

$$\left[\hat{g}-\frac{(K/N)^{\cdot}}{K/N}-\frac{(Y/K)^{\cdot}}{Y/K}\right]\right\},$$

где

$$\beta_1 = \alpha_1\psi - \frac{p-1}{c_1} - \frac{p^*-1}{c_1^*}; \qquad \beta_2 = \frac{d_1(p-1)}{c_1^2} - q;$$

$$\beta_3 = \frac{d_1^*(p^*-1)}{c_1^{*2}}.$$

Вернемся теперь от (33) к (18), введя следующие модификации: 1) сложные выражения для случая разновозрастного состава заменим на суммарные характеристики эффективности отдельных типов ресурсов, чтобы получить более ясные выражения для описания типа и темпа технического прогресса по Харроду и Хиксу; 2) перейдем к описанию максимальной границы производительности, заменив явно фактический конечный продукт на потенциальный.

Это влечет за собой также использование разложения ψ, т. е. замену ψ на ψ^* и включение $\dot{\psi}^{**} / \psi^{**}$ в выражение для темпа технического прогресса.

Тогда после логарифмического дифференцирования (18) и проведения несложных, хотя и утомительных, преобразований можно получить явные выражения для сравнения темпов экономического роста и технического прогресса при наличии и отсутствии структурного неравновесия и для оценки типа технического прогресса.

Соответствующие выражения для темпов экономического роста и технического прогресса имеют вид

$$\begin{aligned} \hat{g}^* = (g_q + q_{L,K,N} + \dot{\psi}^{**}/\psi^{**} + \pi\psi^*)\Big[1 + m_1^* q_1^{\psi^*}\frac{L^{\psi^*}}{Y} + m_2^* q_3^{\psi^*} \cdot \\ \cdot \frac{N^{\psi^*}}{Y}\Big] - \Big[m_1^*\psi^* q_1^{\psi^*-1}\frac{L^{\psi^*}}{Y}\Big(1 + q_1\frac{\dot{L}^{\psi^*-1}}{L^{\psi^*}}\Big) + m_2^*\psi^* q_3^{\psi^*-1}\frac{N^{\psi^*}}{Y} \cdot \\ \cdot \Big(1 + q_3\frac{\dot{N}^{\psi^*-1}}{N^{\psi^*}}\Big)\Big]; \end{aligned} \tag{34}$$

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\varepsilon}^*}{\varepsilon^*} = g_q + \dot{\psi}^{**}/\psi^{**} + \pi\psi^* + m_1^*\psi^* q_1^{\psi^*-1}\frac{L^{\psi^*}}{Y} \cdot \\ \cdot \left\{(g_q + \pi\psi^*)\Big(1 + \frac{m_2^*}{m_1^*}\Big) - \Big(1 + q_1\frac{\dot{L}^{\psi^*-1}}{Y}\Big)\left(1 + \frac{m_2^*}{m_1^*}\frac{1 + q_3\dfrac{\dot{N}^{\psi^*-1}}{N^{\psi^*}}}{1 + q_1\dfrac{\dot{L}^{\psi^*-1}}{L^{\psi^*}}}\right)\right\}. \end{aligned} \tag{35}$$

И так как

$$\hat{g}^* = \hat{g} + S, \; \frac{\dot{\varepsilon}^*}{\varepsilon^*} = \frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon} + S_1. \tag{36}$$

Очевидно, что при $q > 0$, $q^* > 0$, $p > 1$, $p^* > 1$, т. е. при неполной конкуренции и отклонении вверх $\partial Y / \partial L$ и $\partial Y / \partial N$ от фактических величин ставок заработной платы и ренты (как это в действительности и имеет место), $m_1^* < 0$, $m_2^* < 0$ и, следовательно, $\dot{\varepsilon}^*/\varepsilon > \dot{\varepsilon}/\varepsilon$ — темп технического прогресса при наличии структурного неравновесия выше, чем при отсутствии такового.

Положение со сравнением темпов роста значительно сложнее, и чтобы провести аналогичное сравнение требуется выяснить, будет ли в (36)

$S < 0$ при $q > 0$, $q^* > 0$, $p > 1$, $p^* > 1$, $m_1^* < 0$, $m_2^* < 0$. Такой анализ предполагает отдельное рассмотрение случаев хозяйства высоко- и средне-индустриальной страны.

Чтобы при сформулированных весьма реалистичных условиях наличие структурного неравновесия увеличивало темп экономического роста, необходимо

$$m_1^* q_1^{\psi^*} \frac{L^{\psi^*}}{Y}\left[\frac{\psi^*}{q_1}\left(1 + q_1\left(\frac{\dot{L}}{L}\right)^{\psi^*} \frac{1}{\dot{L}} - 1\right)\right] + m_2^* q_3^{\psi^*} \frac{N^{\psi^*}}{Y} \cdot$$
$$\cdot \left[\frac{\psi^*}{q_3}(1 + q_3)\left(\frac{\dot{N}}{N}\right)^{\psi} \frac{1}{\dot{N}}\right] < 0. \qquad (37)$$

При соблюдении одинаковой размерности $\left(\frac{\dot{L}}{L}\right)^{\psi^*} \frac{1}{L} \approx$ $\approx \left(\frac{\dot{N}}{N}\right)^{\psi^*} \frac{1}{N} \leqslant 0{,}1$, так что $1 + q_1\left(\frac{\dot{L}}{L}\right)^{\psi^*} \frac{1}{L} < 2$, $1 + q_3\left(\frac{\dot{N}}{N}\right)^{\psi^*} \frac{1}{N} < 2$.

Так как $1{,}3 > \psi^* > 0{,}7$, то $\psi/q_1 > 0{,}5$. Поэтому первое выражение в (37) меньше 0. ψ^*/q_3 близко к единице для среднеиндустриальных стран и меньше 0,5 для высокоиндустриальных. Поэтому второе выражение (37) равно 0 для случая среднеиндустриальной страны и меньше 0,5 для высокоиндустриальной.

Таким образом, наличие структурного неравновесия во всех случаях ускоряет темп экономического роста, но в случае среднеиндустриальной страны это ускорение значительно меньше из-за относительного отставания сельскохозяйственного сектора.

Посмотрим теперь, что происходит с типом технического прогресса в условиях структурного неравновесия.

Чтобы понять это, достаточно рассмотреть случай с двумя основными ресурсами, объединив капитальные и природные ресурсы и соответственно используя индекс Q для этого агрегата, а также исключив «автономный технический прогресс». При этом основными будут два варианта: статический равновесный и динамический неравновесный.

В первом из них смещенность технического прогресса по Хиксу определяется.

$$D = F_{Qt}/F_Q - F_{Lt}/F_L = \psi^* \left[\frac{\dot{q}_1}{q_1} - \frac{\alpha_1}{\sigma_{QL}}\left(\frac{\dot{q}_1}{q_1} - \frac{\dot{q}_{2,3}}{q_{2,3}}\right) - \right.$$
$$\left. - \frac{\dot{q}_{2,3}}{q_{2,3}} - \frac{\alpha_1}{\sigma_{QL}}\left(\frac{\dot{q}_1}{q_1} - \frac{\dot{q}_{2,3}}{q_{2,3}}\right)\right] = \psi^* \left[\frac{1 - \sigma_{QL}}{\sigma_{QL}}\left(\frac{\dot{q}_1}{q_1} - \frac{\dot{q}_{2,3}}{q_{2,3}}\right)\right] \qquad (38)$$

и смещенность технического прогресса по Харроду

$$D_1 = (\gamma_{QL} - 1)\frac{\dot{q}_{2,3}}{q_{2,3}}, \qquad (39)$$

где

$$\sigma_{QL} = \alpha_1 \psi^* \left[\frac{\dot{f}(q_{2,3} Q/q_1 L)}{(q_{2,3}Q/q_1L)\ddot{f}(q_{2,3}Q/q_1L)}\right]. \qquad (40)$$

Таким образом, трудоэкономящий тип технического прогресса будет иметь место при $D > 0$, $D_1 > 0$, т. е. $\sigma_{QL} > 1$, экономящий капитальные и природные ресурсы — при $D < 0$, $D_1 < 0$, т. е. при $\sigma_{QL} < 1$.

Для второго случая перепишем (35) при наличии только двух ресурсов

$$\frac{\dot{\varepsilon}^*}{\varepsilon^*}=\frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon}\left(1+m_1{}^*q_1{}^{\psi^*}\frac{L^{\psi^*}}{Y}\right)-m_1\psi_{q1}^{\psi^*-1}\frac{L^{\psi^*}}{Y}\left(1+q_1\frac{\dot{L}^{\psi^*-1}}{L^{\psi^*}}\right). \qquad (41)$$

В (41) второе выражение выполняет просто роль параметра, а коэффициент при $\dot{\varepsilon}/\varepsilon$ характеризует эффект масштаба.

Таким образом, включение структурного неравновесия изменяет темп, но не меняет тип технического прогресса, обусловленный фундаментальной структурой хозяйства данной страны и потому лишь постепенно подвергающийся изменению под влиянием морфогенетических процессов.

Вторичными характеристиками технического прогресса являются удельный вес его как фактора экономического роста и доля материализованного технического прогресса в общем темпе технического прогресса. Первая характеристика дается простым соотношением

$$\frac{\dot{\varepsilon}^*/\varepsilon^*}{\hat{g}^*}. \qquad (42)$$

Для получения второй надо вновь вернуться к (34), в котором из первого члена можно извлечь равновесную оценку материализованного технического прогресса, а из третьего — поправку, связанную с наличием структурного неравновесия. Выражение для темпа материализованного технического прогресса имеет вид

$$\frac{\dot{\lambda}^*}{\lambda^*}=\sum_{h=1}^{3}a_h\frac{\dot{\lambda}_h}{\lambda_h}\left(1+m_2{}^*\psi^*\frac{\dot{\lambda}_2}{\lambda_2}\right)-$$

$$-m_1{}^*\psi^*\left(\frac{\ddot{\lambda}_2^{\psi^*-1}}{\dot{\lambda}_2}\left[1+\frac{m_2{}^*}{m_1{}^*}\cdot\frac{1+\dfrac{(\ddot{\lambda}_3/\dot{\lambda}_3)^{\psi^*-1}}{(\dot{\lambda}_3/\lambda_3)^{\psi^*-1}}}{1+\dfrac{(\ddot{\lambda}_1/\dot{\lambda}_1)^{\psi^*-1}}{(\dot{\lambda}_1/\lambda_1)^{\psi^*-1}}}\right]\right)\equiv\frac{\dot{\lambda}}{\lambda}+S_2. \qquad (43)$$

По аналогии с (37) требуется показать, что в пределах реалистических значений и при тех же условиях, что и в случае (37),

$$-m_2{}^*\psi^*\frac{\dot{\lambda}_2}{\lambda_2}+m_1{}^*\psi^*\left(\frac{\ddot{\lambda}_2}{\dot{\lambda}_2}\right)^{\psi^*-1}\cdot$$

$$\cdot\left[1+\frac{m_2{}^*}{m_1{}^*}\cdot\frac{1+(\ddot{\lambda}_3/\dot{\lambda}_3)^{\psi^*-1}/(\dot{\lambda}_3/\lambda_3)^{\psi^*-1}}{1+(\ddot{\lambda}_1/\dot{\lambda}_1)^{\psi^*-1}/(\dot{\lambda}_1/\lambda_1)^{\psi^*-1}}\right]<0. \qquad (44)$$

Но в данном случае это проще, так как выражение в квадратных скобках, как правило, будет меньше 2, так что все второе выражение (44) будет не больше 0,002. Первое выражение (44) будет величиной порядка 0,008, так что в целом (44) будет отрицательным.

Таким образом, морфогенетический процесс экономического роста вызывает ускорение также и материализованного технического прогресса, а доля последнего в общем темпе технического прогресса описывается отношением

$$\frac{\dot{\lambda}^*/\lambda^*}{\dot{\varepsilon}^*/\varepsilon^*}. \qquad (45)$$

(33), (34), (29), (30) образуют группу уравнений, определяющую процессы экономического роста, технического прогресса, средней и приростной эффективности ресурсов при наличии структурного неравновесия только в области ресурсов. Определение же переменной i^* сразу приводит к появлению системы уравнений относительно элементов конечного продукта, а переменная μ — в область политики обновления основных фондов.

В целом может быть сделан вывод всей системы уравнений односекторной динамической модели со структурным неравновесием при кусочно постоянных коэффициентах и экспоненциально изменяющихся переменных модели. Но за недостатком места он не приводится.

3. УРАВНЕНИЯ СЕМЕЙСТВА ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ С ПЕРЕМЕННОЙ ЭЛАСТИЧНОСТЬЮ ЗАМЕНЫ ПРИ СТРУКТУРНОМ НЕРАВНОВЕСИИ

В равновесной двухфакторной производственной функции уравнение, приводящее к функции с переменной эластичностью замены, получено в [11].

При спецификации (2)—(10) это уравнение превратится в следующие два

$$\psi \ln \frac{Y_t}{L_t} = \ln a + b \ln \frac{K_t}{L_t} + h \ln w_t + A \ln \frac{N_t}{L_t}, \tag{46}$$

$$\psi \ln \frac{Y_t}{N_t} = \ln a_1 + b_1 \ln \frac{K_t}{L_t} + h_1 \ln w_t + f_1 \ln \frac{N_t}{L_t} + e^{\ln r_t^*}, \tag{47}$$

а (6)—(9)

$$h \equiv c_1 = \frac{\beta}{(1-\alpha_2-\alpha_3)\psi}; \qquad a \equiv d_1 = \frac{q + m_1^* (\alpha_2+\alpha_3)\psi}{(1-\alpha_2-\alpha_3)\psi};$$

$$e = c_1^* = \frac{p^*}{(1-\alpha_1-\alpha_2)\psi}; \qquad h_1 = \frac{p^*}{(1-\alpha_2-\alpha_3)\psi}; \tag{48}$$

$$a_1 = d_1^* = \frac{q_1^* + m_2^* (\alpha_1+\alpha_2)\psi}{(1-\alpha_1-\alpha_2)\psi},$$

так что

$$w_t = a^h \left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{h/b} \left(\frac{Y_t}{L_t}\right)^{\psi/h}, \tag{49}$$

$$r_t = a_1^e \left(\frac{Y_t}{N_t}\right)^{\psi/e} \left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{e/b_1} (w_t)^{e/h_1} \left(\frac{N_t}{L_t}\right)^{e/f_1}. \tag{50}$$

Подстановка (49) в (50) дает

$$r_t = a^{-h_e/h_1} a_1^e \left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{(e/b_1)(1-b/h\cdot h_1/b_1)^{-1}} \left(\frac{Y_t}{L_t}\right)^{h_e/h_1\psi} \cdot \left(\frac{N_t}{L_t}\right)^{e/f_1}. \tag{51}$$

После этого с помощью подстановок в (3) и (5) получаем два уравнения в частных производных

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial Y_t}{\partial L_t} &= p_a{}^h \left(\frac{Y_t}{L_t}\right)^{\psi/h} \left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{h/b} + q \\ \frac{\partial Y_t}{\partial N_t} &= p_a^{*\,-he/h_1} a_1^e \left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{(e/b_1)(1-b/h\cdot h_1/b_1)^{-1}} \times \\ &\times \left(\frac{Y_t}{L_t}\right)^{he/h_1\psi} \left(\frac{N_t}{L_t}\right)^{e/f_1} + q^*. \end{aligned}\right.$$

Решение (52) в явном виде пока получить не удалось.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Михалевский. Система моделей для расчета сбалансированного среднесрочного плана. Экономика и матем. методы, 1967, т. 3, вып. 5.
2. Б. Михалевский. Односекторная динамическая модель и расчет основных показателей среднесрочного плана. Экономика и матем. методы, 1968, т. 4, вып. 1.
3. М. Калецки. Динамика капиталовложений и национального дохода в социалистическом хозяйстве. В сб. Очерки по теории социалистического воспроизводства и цен. Варшава, 1964.
4. М. Калецки. Факторы, определяющие темп роста национального дохода в социалистической экономике, В сб. [3].
5. N. Kaldor. Marginal Productivity and the Macroeconomic Theories of Distribution. Rev. Econ Stud., 1966, v. 33, № 4.
6. J. Galbraith. The New Industrial State. N. Y., 1966.
7. M. Bruno. Estimation of Factor Contribution to Growth Under Structural Diseqilibrium. Intern. Econ. Rev., 1968, v. 9, № 1.
8. W. Buckley. Sociology and Modern System Theory. N. Y., 1967.
9. М. Лифшиц. Операторы, колебания, волны: открытие системы. М., «Наука», 1966.
10. J. Miller. Living System: Basic Concepts; Structure and Process; Gross — Level Hypothesis, Behavioral Science. 1965, v. 10, №№ 3, 4.
11. G. Kmenta. On Estimation of the CES Production Function. Intern. Econ. Rev., 1967, v. 8, № 2.
12. M. McCarthy. Approximation of the CES Production Function. Intern. Econ. Rev., 1967, v. 8, № 2.
13. D. Marquart. An Algorithm for Least Squares Estimation of Non — Linear Parameters. J. Soc., Ind. and Appl. Math., 1963, v. 11, № 2.
14. R. Sato, R. Hoffmann. Production Function with Variable Elasticity of Factor Substitution: Some Analysis and Testing. Rev. Econ. and Statist., 1968, v. 50, № 4.

Поступила в редакцию
24 II 1970