ЭКОНОМИКА
И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

1970
том VI, вып. 4

О ВЫБОРЕ ОПТИМАЛЬНЫХ КОМБИНАЦИЙ ЛОКАЛЬНЫХ ПРАВИЛ КАЛЕНДАРНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ

А. Б. АРОНОВИЧ
(Москва)

При попытках точного решения задач календарного планирования возникают серьезные трудности, связанные главным образом с быстрым ростом объема вычислений по мере увеличения размерности задач. Задачи, представляющие практический интерес, имеют, как правило, большую размерность и в общем случае не поддаются решению точными методами. Применение таких методов зачастую не только затруднительно, но и не всегда оправдано по следующим причинам: 1) экономическая и технологическая информация имеет весьма невысокую точность, на практике пользуются лишь оценками, поэтому ценность точного решения, полученного в предположении, что информация является достоверной, в значительной степени теряется. Чтобы с уверенностью пользоваться полученным точным решением, нужно доказать его устойчивость в отношении изменения исходной информации, а эта задача не легче первоначальной; 2) затраты на поиск точного решения могут значительно превышать даваемый им выигрыш.

В последнее время все большее внимание привлекают приближенные методы, и именно такие, для которых объем необходимых вычислений увеличивается с размерностью задачи приблизительно линейно, что позволяет решать задачи большой размерности [1, 2].

Большой опыт применения таких методов математического моделирования для исследования сложных динамических систем показывает, что часто они оказываются не только достаточно эффективными, но и единственно возможными.

Опыт применения метода Монте-Карло для решения задач средней размерности описан в [3]. Экспериментально показано, что с помощью указанной процедуры может быть получен достаточно хороший план, однако примерно такой же план можно получить, применяя правило кратчайшей операции. В [4] делается попытка найти оптимальную комбинацию локальных правил календарного планирования производства m изделий на n станках, используя самонастраивающуюся на вероятностной основе программу для ЭВМ. Задача решается на минимум календарной длительности плана, однако изложенный метод является универсальным и может быть использован для решения задачи в другой постановке. Локальными правилами календарного планирования авторы называют такие, которые могут быть использованы рабочим-станочником и требуют от него только знания работ, ожидающих своей очереди перед его станком. Существует бесконечное число локальных правил, и выбирать следует лишь те из них, относительно которых можно сказать, что их использование с точки зрения данного производства целесообразно.

В этой же работе исследуются абстрактные примеры и в качестве локальных правил берутся модификации двух наиболее популярных правил распределения работ: SIO — кратчайшей операции и LRT — по наибольшей трудоемкости невыполненных работ.

Выбор этих правил не случаен. Экспериментально показано, что во многих случаях при решении практических задач теории расписаний SIO — наилучшее из обычно используемых локальных правил. Достоинства его в том, что [5, 6]: 1) в течение заданного промежутка времени оно обеспечивает выполнение наибольшего числа операций; 2) улучшает использование рабочей силы и обеспечивает наибольшую загрузку оборудования.

К недостаткам этого правила обычно относят необходимость знания точных продолжительностей времени выполнения операций. Чувствительность длительности календарного плана к ошибкам в оценках указанных времен в условиях применения правила SIO явилась предметом специальных исследований. В [7] (на примере исследования двухоперационного процесса) показано, что не слишком большие ошибки в оценке длительностей работ не оказывают существенного влияния на величину календарной длительности плана.

Представляется, что по мере увеличения числа обрабатываемых изделий это влияние будет уменьшаться.

Недостатком правила SIO является еще и то, что в условиях его применения обработка отдельных деталей может задерживаться, что часто весьма нежелательно [5]. Существуют различные способы компенсации этого недостатка. Одним из способов служит сочетание SIO с другим правилом или правилами, способствующими «выравниванию производства», например с LRT.

Используя SIO и LRT, Фишер и Томпсон [4] исследовали четыре способа обучения и показали, что обучение возможно, что комбинация правил дает результат лучший, чем лучшее из правил или чем случайный выбор для обработки изделия из числа ожидающих очереди. В то же время результаты обучения не намного лучше результатов, полученных с помощью равновероятного чередования правил.

В настоящей работе описывается приближенный метод определения оптимальной комбинации локальных правил предпочтения, использующий идеи игр автоматов [8].

Изложим этот метод на примере решения «классической» комбинаторной задачи.

Имеется n станков, на которых нужно обработать m деталей. Каждая деталь должна пройти J операций. Требование, чтобы каждая операция производилась на каждом из станков, необязательно. Одновременно на одном станке может обрабатываться не более одной детали, а начавшаяся обработка не может быть прервана. Последующая операция каждой детали может быть начата лишь после окончания предыдущей. Маршруты обработки деталей фиксированы. Заданы матрица технологических маршрутов обработки деталей f, элемент f_{ij} которой представляет собой номер станка, на котором производится j-я операция i-й детали, $i = 1, \ldots, m$; $j = 1, \ldots, J$, и матрица длительностей обработки l, элемент l_{ij} которой представляет собой время, необходимое на j-ю операцию i-й детали. Требуется найти такую последовательность обработки деталей, для которой длительность календарного плана была бы минимальной.

В дальнейшем такую задачу будем называть задачей типа $m \times n \times J$. Рассмотрим случай применения R локальных правил предпочтения P_1, $P_2, \ldots, P_R$. Число решений N, которое необходимо принять при составлении плана, равно размерности матриц f и l, т. е. $N = m \times J$. В процессе

производства перед каждым станком образуется очередь деталей, ожидающих обработки. Под решением понимается выбор из очереди для обработки определенной детали. В нашем случае этот выбор производится в соответствии с одним из правил: $P_1, P_2, \ldots, P_R$. Таким образом, план может быть задан (не всегда однозначно) в виде последовательности правил $\{s_g\}$, где s_g принимает одно из значений $P_1, \ldots, P_R$; $g = 1, \ldots, N$. Общее число таких последовательностей равно R^N. Приведенная ниже схема решения позволяет определять очередность использования этих правил, близкую к оптимальной.

Очевидно, нет никаких оснований считать полученный план близким к глобальному оптимуму. Определяется лишь план, близкий к условно оптимальному. Под условно оптимальным понимается план, оптимальный в условиях применения правил $P_1, P_2, \ldots, P_R$.

Предположим, что наша цель — получение плана длительности не более t_0. Длительность плана t является функцией N переменных, т. е. $t = t(s_1, \ldots, s_N)$. Для определения последовательности правил $\{s_g\}$ ($s_g = P_1, \ldots, P_R$, $g = 1, \ldots, N$), при которой длительность плана t не превышала бы заданную t_0, воспользуемся схемой, изображенной на рис. 1. Здесь $A_1, A_2, \ldots, A_N$ — одинаковые независимые стохастические автоматы [8]. Каждый автомат управляет значением одной переменной. Отметим, что в [9, 10] такая схема была предложена для нахождения экстремума функций многих переменных (нецелочисленных). Эксперименты показали, что с помощью коллектива независимых стохастических автоматов с линейной тактикой можно определять минимум функций овражного типа с заданной точностью. В предположении, что используются только два локальных правила ($R = 2$), подробно рассмотрим случай применения в качестве автомата A_g, $g = 1, \ldots, N$, простейшего автомата с формируемой структурой [8], определяемого графом (рис. 2). Это автомат с двумя состояниями. Общим для всех автоматов входом является величина $(t - t_0)$. Выход каждого автомата принимает два значения ($s_g = P_1, P_2$). Дуги означают переходы из одного состояния в другое; p и $q = 1 - p$ — вероятности соответствующих переходов; состоянию 1 соответствует выход P_1, состоянию 2 — выход P_2.

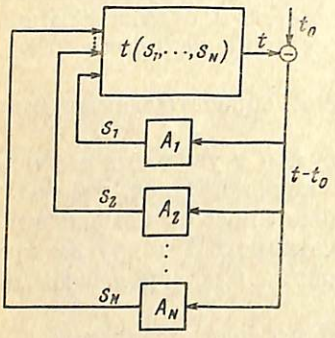

Рис. 1

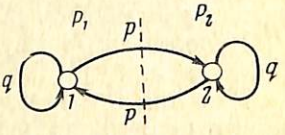

Рис. 2

Если $p = (t - t_0)/t_0$, то нетрудно видеть, что использование такого автомата в указанной схеме эквивалентно итеративному методу решения задач целочисленного программирования [11] в случае, когда в области допустимых решений нужно найти решение, обеспечивающее значение целевой функции, не превышающее заданное.

Действительно, значения 0 и 1, которые могут принимать переменные в задаче целочисленного программирования, аналогичны значениям P_1 и P_2, которые могут принимать переменные s_g, $g = 1, \ldots, N$, в рассматриваемой задаче. Целевой функцией является длительность плана $t(s_1, \ldots, s_N)$, искомым решением — такая последовательность значений $s_1, \ldots, s_N$, для которой $t(s_1, \ldots, s_N) \leqslant t_0$.

Пусть ν-й план (ν-я итерация) получен с помощью последовательности правил $\{s_g\}^\nu$, $s_g = P_1, P_2$; $g = 1, \ldots, N$, и длительность этого плана равна

t^ν. Тогда на $(\nu+1)$-й итерации будем пользоваться последовательностью правил $\{s_g\}^{\nu+1}$, полученной из последовательности $\{s_g\}^\nu$ по следующему правилу.

С вероятностью p^ν g-й элемент ν-й последовательности изменяется (если $s_g{}^\nu = P_1$, то с вероятностью p^ν $s_g{}^{\nu+1} = P_2$, и если $s_g{}^\nu = P_2$, то с вероятностью p^ν $s_g{}^{\nu+1} = P_1$) и с вероятностью $(1-p^\nu)$ $s_g{}^{\nu+1} = s_g{}^\nu$. Здесь

$$p^\nu = (t^\nu - t_0)/t_0{}^*.$$

Предполагается, что члены последовательности изменяются независимо. Теоретически доказано [11], что описанный итеративный процесс сходится, т. е. что за конечное число шагов с вероятностью единица будет получена последовательность $\{s_g\}^\nu$, для которой будет справедливо неравенство $t^\nu \leqslant t_0$ (допускается, что такой план существует). Если такой план получен, то задается новое, меньшее значение t_0 и повторяется описанный итеративный процесс. Вычисления прекращаются, когда за фиксированное число итераций (фиксированное время) не получен план с длительностью, меньшей последнего значения t_0.

В дальнейшем метод решения с помощью описанных выше автоматов будем называть итеративным.

Может случиться, что среди деталей, образующих очередь перед станком, будет несколько деталей с одинаковым приоритетом. Можно выбрать для обработки ту деталь, которая раньше поступила в очередь, либо деталь с наименьшим или наибольшим номером и т. д., либо произвести случайный выбор. В последнем случае последовательность $\{s_g\}$ определяет план неоднозначно, каждой такой последовательности будет соответствовать уже несколько планов, в общем случае различной длительности. Таким образом, общее число допустимых планов (в условиях применения двух правил) может значительно отличаться от 2^N.

Предположим, что выбор детали из числа имеющих одинаковые приоритеты, детерминированный. В этом случае календарный план определяется последовательностью $\{s_g\}$ однозначно. Очевидно, число итераций, необходимое для нахождения плана с длительностью $t \leqslant t_0$, зависит от величины вероятности p. Если p мало $(p \ll 1/N)$, то с вероятностью, близкой к единице, в течение нескольких итераций будет получаться одна и та же последовательность $\{s_g\}$, что приведет к нерациональному использованию машинного времени. Если же p велико, то соседние последовательности будут сильно отличаться друг от друга и поиск сведется к «слепому». Поэтому величину p следует ограничить как снизу, так и сверху. Нижнюю границу можно назначить, руководствуясь следующими соображениями. Получение последовательности $\{s_g\}^{\nu+1}$ из $\{s_g\}^\nu$ можно интерпретировать как независимые испытания Бернулли с вероятностью успеха в каждом испытании p^ν и вероятностью неудачи — $q^\nu = 1 - p^\nu$.

Величину $p_{\min}$ можно выбрать, например, из условия, чтобы за $N = m \times J$ испытаний вероятность либо одного, либо двух, ..., либо k благоприятных исходов была максимальной, т. е. чтобы вероятность того, что последовательности $\{s_g\}^{\nu+1}$ и $\{s_g\}^\nu$ отличались либо одним, либо двумя, ..., либо k членами, была максимальной (k — небольшое целое число). Эта вероятность равна $C_N{}^1 pq^{N-1} + C_N{}^2 p^2 q^{N-2} + \ldots + C_N{}^k p^k q^{N-k} \approx \lambda e^{-\lambda} \cdot (1 + \lambda/2! + \ldots + \lambda^{k-1}/k!)$, где $\lambda = Np$ (индекс ν опущен), $k = 1, 2, \ldots$

---

* Существуют задачи, для которых сильно отличающимся друг от друга последовательностям $\{s_g\}$ соответствуют близкие значения целевой функции. В этом случае p^ν можно определять по формуле $p^\nu = c(t^\nu - t_0)/t_0$, где $c > 1$ — некоторый «коэффициент усиления».

Максимальное ее значение достигается в точке λ_0, являющейся корнем уравнения $\lambda^k = k!$ Отсюда определяем $p_{\min} = \lambda_0 / N$. $p_{\min}$ можно определить, например, и следующим образом. Потребуем, чтобы вероятность того, что последовательности $\{s_g\}^{\nu+1}$ и $\{s_g\}^{\nu}$ отличаются хотя бы одним элементом, была равна заданной величине P_0. Тогда $p_{\min} = \lambda_0/N$, где λ_0 — корень уравнения $1 - e^{-\lambda} = P_0$.

Сверху значение p целесообразно ограничить $^1/_2$. Таким образом, $p^{\nu} = \min\{\max[\lambda_0/N, (t^{\nu} - t_0)/t_0]^1/_2\}$, т. е. $\lambda_0/N \leqslant p^{\nu} \leqslant {}^1/_2$. Если механизм выбора детали из числа имеющих одинаковые приоритеты случайный, то достаточно ограничить p^{ν} сверху. Ограничивать p^{ν} снизу нет необходимости, поскольку вероятность того, что при таком механизме выбора будут получаться одинаковые планы, близка к нулю. Это выполняется тем точнее, чем больше размерность задачи. Итак, в этом случае $p^{\nu} = \min[(t^{\nu} - t_0)/t_0, {}^1/_2]$.

Как уже отмечалось, если ближайшая цель достигнута, т. е. получен план длительности не выше заданной, то для получения лучшего плана следует задать новое, меньшее значение t_0 и т. д. Последовательность значений t_0 можно задавать различными способами. Она может быть либо фиксированной, либо формироваться в зависимости от получаемых результатов. Задание фиксированной последовательности достаточно произвольно и, по-видимому, в общем случае трудно дать какие-либо рецепты ее выбора. Для выбора нефиксированной последовательности можно предложить достаточно разумные и обоснованные правила. Пусть на некоторой итерации ν_0 получен план длительности $t^{\nu_0} \leqslant t_0$, тогда новое значение t_0 можно рассчитать по формуле $t_0 = t^{\nu_0} - \Delta$, где Δ — некоторая положительная величина. Определим ее из условия

$$\frac{\Delta}{t^{\nu_0} - \Delta} = p_{\min} = \frac{\lambda_0}{N} = \text{const}, \quad \text{откуда } \Delta = \frac{p_{\min}}{1 + p_{\min}} t^{\nu_0}.$$

Итак, нужно задать только первое значение t_0, все последующие определяются по формуле $t_0 = \dfrac{1}{1 + \lambda_0/N} t^{\nu_0}$, где t^{ν_0} — длительность плана, не превосходящая предыдущего значения t_0.

Как видно из этих формул, значение шага Δ уменьшается пропорционально уменьшению t_0. Ниже приводятся результаты применения описанного метода для решения задач типа $m \times n \times J$. Задачи были заимствованы из [4]. В качестве локальных правил P_1 и P_2 использовались SIO и LRT (в отличие от [4] не модифицированные)*. При назначениях на обработку деталей, равноправных с точки зрения используемого локального правила, предпочтение отдавалось детали с наибольшим номером. Это, разумеется, ограничило область поиска и было сделано исключительно ради упрощения программы и экономии машинного времени.

При отсутствии оценок близости получаемых планов к оптимальному об эффективности метода можно судить, сравнивая результаты, полученные с его помощью, с результатами, полученными с помощью случайных комбинаций правил, т. е. таких комбинаций, в которых оба правила используются с равной вероятностью (аналогично [4]). В дальнейшем поиск, производимый с помощью итеративного метода, будем называть направленным, а поиск, в котором используются случайные комбинации правил, — случайным.

На рис. 3—5 приведены результаты математического эксперимента:

* Обычные правила SIO и LRT для задач $10 \times 10 \times 10$ и $20 \times 5 \times 5$ оказались значительно эффективнее модифицированных [4].

диаграммы кумулятивного распределения. Здесь по оси абсцисс отложена календарная длительность плана t, а по оси ординат — число планов r с календарной длительностью, меньшей или равной t *.

Прокомментируем кратко полученные результаты.

Задача $6 \times 6 \times 6$ (рис. 3). Число планов малой длительности, полученное с помощью направленного поиска, оказалось значительно больше, чем для случайного поиска. В [4] указано на существование строгого оптимума для данной задачи, равного 55. Как с помощью направленного, так и с помощью случайного поиска были получены выборки, объем каждой из которых составлял около 1500 планов. В обеих выборках отсутствовали планы с длительностью меньше 59. По-видимому, использование только правил SIO и LRT вообще не дает возможности получить такой план. Наличие большого числа планов одинаковой длительности можно объяснить тремя причинами.

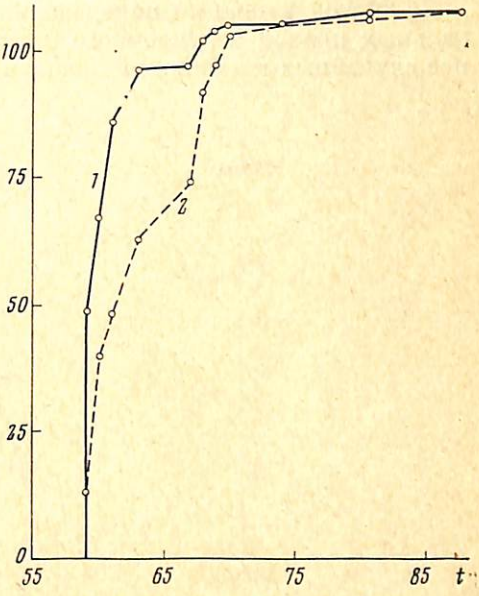

Рис. 3. Задача $6 \times 6 \times 6$. Диаграмма кумулятивного распределения: *1* — случайный поиск; *2* — направленный поиск

1) Таких планов действительно много.

2) Разным последовательностям $\{s_g\}$ соответствует одна и та же очередность обработки деталей. (Если в очереди перед станком имеется одна деталь, то она и будет назначена на обработку независимо от используемого локального правила. В задачах малой размерности такая ситуация может встречаться часто. Во всех задачах независимо от размерности это имеет место в конце обработки, когда уже нет свободы выбора деталей и порядок их обработки определен однозначно.)

3) Последовательности $\{s_g\}$ совпадают. Программа была составлена так, чтобы вероятность совпадения двух соседних последовательностей для обсуждаемой задачи не превышала 0,15.

Задача $20 \times 5 \times 5$ (рис. 4). Направленный поиск по сравнению со случайным дал не только значительно большее количество планов малой длительности, но с его помощью был получен и наиболее короткий план. Правило SIO для этой задачи оказалось весьма эффективным; длительность, соответствующая использованию только его, составляет 1267.

Лучших планов получено не было. Была предпринята попытка путем небольших вариаций плана, соответствующего применению только правила SIO, получить план меньшей длительности. В результате были найдены планы с длительностями 1242, 1244.

Задача $10 \times 10 \times 10$ (рис. 5). С помощью направленного поиска получено как большее количество планов малой длительности, так и наиболее короткий план.

---

* На рис. 3—5 число планов с календарной длительностью, меньшей или равной t, точно определено лишь для нескольких значений t. Эти несколько точек соединены прямыми для наглядности.

Результаты позволяют сделать ряд выводов.

1. Комбинация локальных правил может дать план значительно более короткий, нежели лучшее из правил. (Это является дополнительным подтверждением выводов [4].)

2. Метод итераций определения оптимальной последовательности локальных правил календарного планирования оказался заметно эффективнее случайных комбинаций локальных правил.

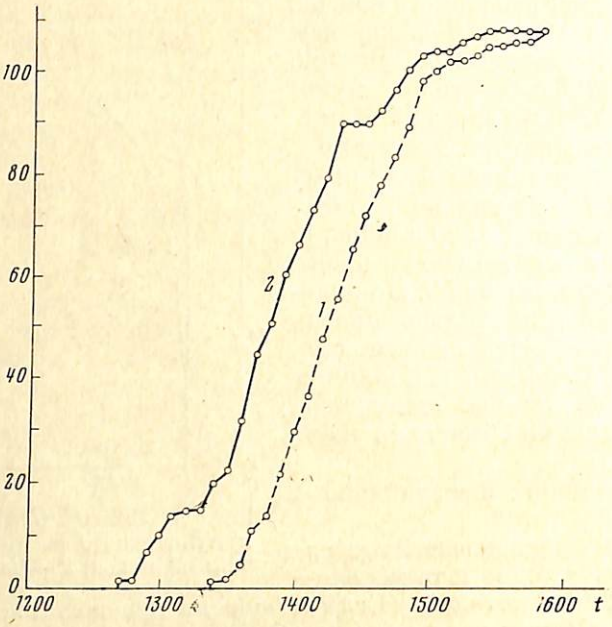

Рис. 4. Задача $20 \times 5 \times 5$. Диаграмма кумулятивного распределения: *1* — случайный поиск; *2* — направленный поиск

3. Описанный итеративный метод представляется более эффективным по сравнению с методами обучения, предложенными в [4]. Последние дали лишь некоторое увеличение количества планов малой длительности по сравнению со случайными комбинациями правил, чем была доказана возможность обучения. Однако наиболее короткий план с помощью обучения был получен лишь для одной задачи ($20 \times 5 \times 5$) и лишь для одного из четырех испытанных способов обучения. Во всех остальных случаях наиболее короткие планы получались при случайных комбинациях локальных правил.

4. Итеративная процедура выгодно отличается своей исключительной простотой в смысле реализации на ЭВМ и требует для своего применения меньше вычислений и объема памяти машины, чем методы обучения [4]. Программа, реализующая итеративный алгоритм, лишь незначительно отличается от программы, реализующей случайный поиск, причем скорости счета по обеим программам практически совпадают.

5. Итеративный метод можно применить для решения задач в постановке, отличной от рассмотренной. От постановки задачи будет зависеть лишь тип локальных правил, существо метода при этом не изменится.

В заключение укажем на способы возможного улучшения качества результатов решения, а также на некоторые другие методы определения оптимальной последовательности $\{s_g\}$.

Увеличение числа используемых правил хотя и приведет к увеличе-

нию объема вычислений, безусловно, будет способствовать получению более коротких планов. В [4] указывается на целесообразность применения в качестве локальных правил, которыми пользуются высококвалифицированные рабочие. Результаты исследования дают основания предполагать, что с помощью итеративной процедуры может быть найдена комбинация этих правил, которая будет лучше каждого из правил в отдельности.

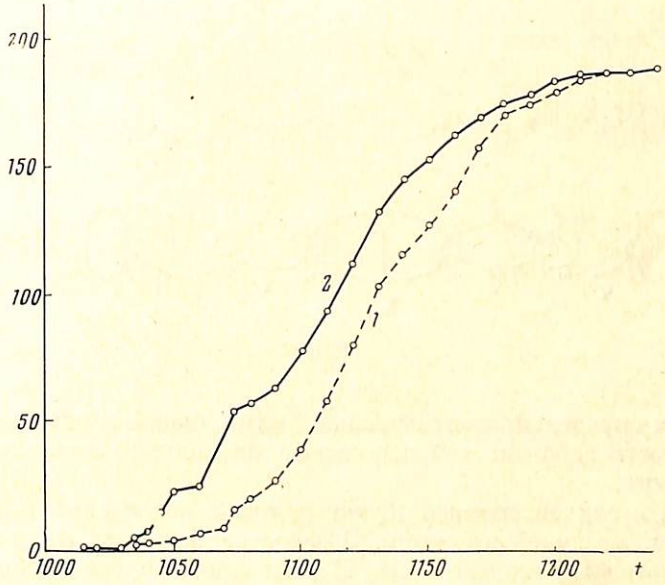

Рис. 5. Задача $10 \times 10 \times 10$. Диаграмма кумулятивного распределения: *1* — случайный поиск; *2* — направленный поиск

Выше был рассмотрен случай использования в схеме простейшего автомата. Представляет, однако, интерес испытать в качестве автомата A_g, $g = 1, \ldots, N$, более сложный стохастический автомат, например, с четырьмя внутренними состояниями, определяемый графом, показанным на рис. 6.

Состояниям 1, 2 автомата соответствует выход P_1, а состояниям 3, 4 — выход P_2.

Для определения оптимальной последовательности $\{s_g\}$, $g = 1, \ldots, N$, интересно в качестве автомата A_g испытать автомат с формируемой

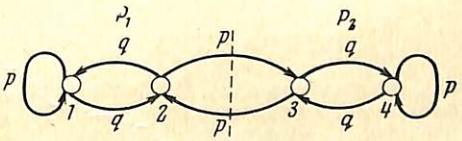

Рис. 6

структурой, определяемый графами, приведенными на рис. 7. Это автомат с входом, принимающим значения $\Delta t < 0$ и $\Delta t \geqslant 0$; первым m его состояниям соответствует выход P_1, остальным m состояниям — выход P_2; Δt — приращение функции $t(s_1, \ldots, s_N)$ за одну итерацию. Вероятности переходов здесь не являются постоянными, а зависят от значений Δt и t_0 следующим образом:

$$p = \max\left(p_{\min}, \alpha - \frac{|\Delta t|}{t_0}\right), \quad q = 1 - p, \quad \text{где}$$

α — константа, $0 < \alpha \leqslant 0{,}5$.

Нетрудно видеть, что выбор такого значения p уменьшает вероятность изменения последовательности $\{s_g\}$ в случае успеха ($\Delta t < 0$) и увеличивает эту вероятность в случае неудачи ($\Delta t \geqslant 0$). $p_{\min}$ — некоторое минимальное значение вероятности перехода. Для рассматриваемых задач, как правило, $|\Delta t| \leqslant t$ и, следовательно, $p \leqslant q$.

Заметим, что при $\alpha \leqslant p_{\min}$ получаем автомат с линейной тактикой. Небезынтересно выяснить возможность применения схемы, изображенной

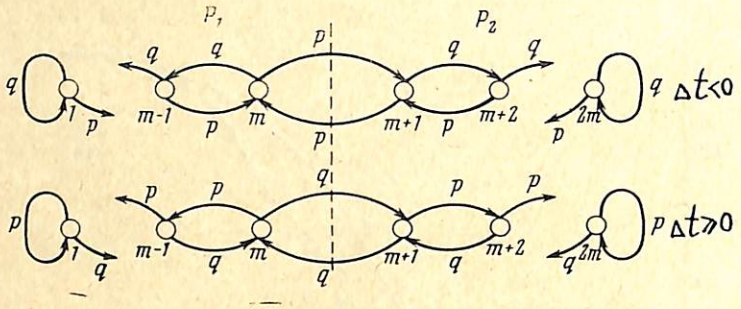

Рис. 7

на рис. 1, для определения оптимальной (или близкой к оптимальной) последовательности вероятностей использования каждого правила в каждом пункте решения.

Очевидно, в случае полного обучения такая последовательность будет состоять лишь из нулей и единиц. В качестве автомата A_g, $g = 1, \ldots, N$, можно использовать автомат (рис. 7), имеющий другие выходы. Аналогично [9, 10], пусть состояниям автомата с номерами, меньшими или равными m, соответствует выход $+1$, а состояниям с номерами, большими m, — выход -1.

Пусть $\{r_g^{(\nu)}\}$, $g = 1, \ldots, N$, — последовательность вероятностей использования правила P_1, полученная на ν-й итерации. Тогда для $(\nu+1)$-й последовательности полагаем $r_g^{(\nu+1)} = r_g^{(\nu)} + \delta^{(\nu+1)}h$, $g = 1, \ldots, N$, где $\delta^{(\nu+1)} = +1$, если номер состояния, в котором находится автомат A_g на $(\nu+1)$-й итерации, меньше или равен m, и $\delta^{(\nu+1)} = -1$ противном случае; h — шаг изменения вероятностей за одну итерацию; $0 \leqslant r_g^{(\nu)} \leqslant 1$.

Автор выражает благодарность Б. А. Лагоше и Г. Я. Фридману за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Шкурба, Т. П. Подчасова, А. Н. Пшичук, Л. П. Тур. Задачи календарного планирования и методы их решения. Киев, «Наукова думка», 1966.
2. Календарное планирование. М., «Прогресс», 1966.
3. Б. Гиффлер, Д. Томпсон, Б. Ван-Нессе. Опыт вычислений с применением линейного алгоритма и алгоритма Монте-Карло для решения задач календарного планирования на производстве. В сб. [2].
4. Г. Фишер, Г. Л. Томпсон. Комбинация локальных правил календарного планирования применительно к самонастраивающимся на вероятностной основе программам для электронно-вычислительной машины. В сб. [2].
5. Р. У. Конвей, У. Л. Максвелл. Календарное планирование в условиях сети очередей с дисциплиной по кратчайшей операции. В сб. [2].
6. М. Аллен. Эффективное использование рабочей силы в условиях меняющегося спроса. В сб. [2].
7. Дж. Ф. Мут. Влияние случайного рассеяния оценок длительности работ на оптимальные календарные планы. В сб. [2].

8. М. Л. Цетлин. Конечные автоматы и моделирование простейших форм поведения. Успехи матем. наук, 1963, т. XVIII, вып. 4.
9. Ю. И. Неймарк, В. П. Григоренко, А. Н. Рапопорт. Об оптимизации независимыми детерминированными и стохастическими автоматами. В кн. НИИ прикладной математики и кибернетики и факультет вычислительной математики и кибернетики ГГУ им. Н. И. Лобачевского, Уч. зап., Горький, 1967.
10. В. П. Григоренко, Ю. И. Неймарк, А. Н. Рапопорт. Оптимизация коллективом независимых автоматов и игры автоматов. Изв. вузов. Радиофизика, 1968, т. 11, № 7.
11. И. И. Пятецкий-Шапиро, В. А. Волконский, Л. В. Левина, А. Б. Поманский. Об одном итеративном методе решения задач целочисленного программирования. Докл. АН СССР, 1966, т. 169, № 6.

Поступила в редакцию
16 XII 1968